

## الرموز الرياضية الهامة المستخدمة بالكتاب

| الرمز         | المعنى                     | الرمز                    | المعنى               |
|---------------|----------------------------|--------------------------|----------------------|
| ط             | مجموعة الأعداد الطبيعية    | $\equiv$                 | تطابق                |
| ص             | مجموعة الأعداد الصحيحة     | $\sim$                   | تشابه                |
| ن             | مجموعة الأعداد النسبية     | $\perp$                  | عمودى على            |
| ن             | مجموعة الأعداد غير النسبية | //                       | يوازي                |
| ع             | مجموعة الأعداد الحقيقية    | $\overline{a}$           | القطعة المستقيمة $a$ |
| $\sqrt[n]{a}$ | الجزر التربيعى للعدد $a$   | $\overleftarrow{a}$      | الشعاع $a$           |
| $\sqrt[n]{a}$ | الجزر التكعيبي للعدد $a$   | $\overleftrightarrow{a}$ | المستقيم $a$         |
| $[a, b]$      | فترة مغلقة                 | $\angle (d)$             | قياس زاوية $d$       |
| $]a, b[$      | فترة مفتوحة                | $<$                      | أكبر من              |
| $[a, b[$      | فترة نصف مفتوحة            | $\leq$                   | أكبر من أو يساوى     |
| $]a, b]$      | فترة نصف مفتوحة            | $>$                      | أقل من               |
| $[a, \infty[$ | فترة غير محدودة            | $\geq$                   | أقل من أو يساوى      |
| $P(A)$        | احتمال وقوع الحدث $A$      |                          |                      |

# محتويات الكتاب

مشروع بحثي  
في نهاية كل  
وحدة

## أولاً : الجبر والإحصاء

الوحدة 1 التحليل

الوحدة 2 القوى الصحيحة غير السالبة  
والسالبة في  $\mathbb{C}$

الوحدة 3 الاحتمال

## ثانياً : الهندسة

الوحدة 4 المساحات

الوحدة 5 التشابه وعكس نظرية فيثاغورث  
ونظرية إقليدس





# أولاً الجبر والإحصاء



|     |   |   |        |
|-----|---|---|--------|
| ١٠  | التحليل                                 | 1 | الوحدة |
| ٩٦  | القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ع | 2 | الوحدة |
| ١٣٤ | الاحتمال                                | 3 | الوحدة |
| ١٥٨ | مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية           |   |        |

الوحدة

1

# التحليل



يمكنك حل  
الامتحانات  
التفاعلية على  
الدروس من خلال  
مسح **QR code**  
الخاص بكل امتحان



## دروس الوحدة :

- الدرس 1 تحليل المقدار الثلاثي على صورة :  $s^2 + s + c$
- الدرس 2 تحليل المقدار الثلاثي على صورة :  $s^2 + s + c$  عندما  $a \neq 1$
- الدرس 3 تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل.
- الدرس 4 تحليل الفرق بين المربعين.
- الدرس 5 تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما.
- الدرس 6 التحليل بالتقسيم.
- الدرس 7 التحليل بإكمال المربع.
- الدرس 8 حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبرياً.
- الدرس 9 تطبيقات على حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبرياً.

**مشروع بحثي** على الوحدة الأولى



## أهداف الوحدة :

بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادراً على أن :

- يتعرف مفهوم تحليل المقدار الجبري.
- يحلل مقداراً ثلاثياً تحليلًا كاملاً.
- يتعرف المقدار الثلاثي المربع الكامل.
- يحلل المقدار الثلاثي المربع الكامل تحليلًا كاملاً.
- يحلل الفرق بين مربعين تحليلًا كاملاً.
- يستخدم تحليل الفرق بين مربعين لتسهيل إيجاد ناتج بعض العمليات الحسابية.
- يحلل مجموع المكعبين والفرق بينهما تحليلًا كاملاً.
- يحلل مقداراً جبرياً يتكون من أكثر من ثلاثة حدود باستخدام التحليل بالتقسيم.
- يحلل مقداراً جبرياً بإكمال المربع.
- يستخدم التحليل لحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد.
- يستخدم المعادلات لحل المسائل اللفظية في الجبر.

## مراجعة على التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى (ع.م.أ)

### تذكّر



• تحليل أى عدد معناه كتابة هذا العدد فى صورة حاصل ضرب عاملين أو أكثر.

فمثلاً:  $16 = 1 \times 16$  أو  $16 = 2 \times 8$  أو  $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$  أو  $16 = 4 \times 4$

• كذلك تحليل المقدار الجبرى يُعنى كتابة هذا المقدار فى صورة حاصل ضرب عاملين أو أكثر.

طريقة التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى (ع.م.أ):

- ١) نوجد ع.م.أ بين حدود المقدار الجبرى. ٢ نضع ع.م.أ خارج قوسين.
- ٢) نقسم كل حد من حدود المقدار الجبرى على ع.م.أ ونكتب خوارج القسمة داخل القوسين.

### مثال ١

حلل كلاً مما يأتى بإخراج العامل المشترك الأعلى:

|   |  |
|---|--|
| $\begin{array}{l} ١ \quad ١٥ + ١٥ - ١٥ \\ ٢ \quad ١٢ - ٤ - ٤ \end{array}$ | $\begin{array}{l} ٣ \quad ١٠ - ٨ - ٨ \\ ٤ \quad ٣ - ٢ + ٢ - ٢ \end{array}$ |
|---|--|

### الحل

١  $\therefore$  ع.م.أ = ٥

٢  $\therefore$  ع.م.أ = ٢

٣  $\therefore$  ع.م.أ = ٤

٤  $\therefore$  ع.م.أ = ٨

$$\therefore ١٥ + ١٥ - ١٥ = ٥(٣ + ٣ - ١)$$

$\therefore ١٠ - ٨ - ٨ = ٢(٥ - ٤ - ٤)$

$\therefore ١٢ - ٤ - ٤ = ٤(٣ - ١ - ١)$

$\therefore ٣ - ٢ + ٢ - ٢ = ٢(١ - ١ + ١ - ١)$



## مثال ٢

إذا كان :  $١ - (ص + س) - (ص + س) = ١٨$  وكان :  $ص + س = ٢$   
أوجد قيمة :  $١ - س$

## الحل

لاحظ أن :

العامل المشترك قد يكون عبارة  
عن مقدار جبري.

$$١٨ = (ص + س) - (ص + س) - (ص + س)$$

$$\therefore (ص + س) (١ - ١) = ١٨ \text{ «تحليل بإخراج ع. م. أ.»}$$

$$\therefore ٢ = ص + س \quad \therefore ١٨ = (١ - ١) ٢$$

$$\therefore ١ - ١ = \frac{١٨}{٢} = ٩$$

## ملأ الفراغ :

$$١٨ = (ص + س) - (ص + س) - (ص + س)$$

وبالتعويض عن  $ص + س = ٢$  :  $١٨ = ٢ - ٢ - ٢$

$$\therefore ١٨ = (١ - ١) ٢ \text{ «تحليل بإخراج ع. م. أ.»}$$

$$\therefore ١ - ١ = \frac{١٨}{٢} = ٩$$

## حاول بنفسك

حلل كلاً مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

$$٢١ ص + ٢١ س - ٢١ ٢ + ٢١ ٢ - ٢١ ٢$$

$$٢١ ص + ٢١ س - ٢١ ٢ + ٢١ ٢ - ٢١ ٢$$

$$١ (٢ - ٢) (٢ - ٢)$$

$$١ (٢ - ٢) (٢ - ٢)$$

$$١ (٢ - ٢) (٢ - ٢)$$

$$١ (٢ - ٢) (٢ - ٢)$$

مراجعة

مراجعة



الدرس

1

## تحليل المقدار الثلاثي على صورة :

$س^2 + ب س + ح$

### تمهيد

المقدار الثلاثي هو مقدار جبري يتكون من ثلاثة حدود.

فمثلاً: كل من المقدارين :  $س^2 + 6س + 8$  ،  $س^2 + 2س - 8$  يُسمى مقداراً ثلاثياً.

١ تعلم أن :  $(س + 2)(س + 4) = س^2 + 6س + 8$  ونلاحظ من المقدار أن :

معامل  $س$  يساوي  $(6 +)$

وهو ناتج جمع  
 $(2 +)$  ،  $(4 +)$

$$س^2 + 6س + 8$$

الحد الأخير يساوي  $(8 +)$

وهو حاصل ضرب  
 $(2 +)$  ،  $(4 +)$

٢ تعلم أن :  $(س - 2)(س - 4) = س^2 - 6س + 8$  ونلاحظ من المقدار أن :

معامل  $س$  يساوي  $(2 -)$

وهو حاصل جمع  
 $(2 -)$  ،  $(4 +)$

$$س^2 - 6س + 8$$

الحد الأخير يساوي  $(8 -)$

وهو حاصل ضرب  
 $(2 -)$  ،  $(4 +)$



## تحليل المقدار الثلاثي على الصورة $س^2 + ب س + ح$

١ تحليل المقدار الثلاثي :  $س^2 + ٦ س + ٨$  اتبع ما يلي :

- اكتب قوسين يعبران عن عملية الضرب كما يلي : ( ) ( )
- حلل  $س^2$  إلى  $س \times س$  واكتبهما داخل القوسين كما يلي : ( س ) ( س )

| مجموعهما | فاصل ضربيهما ٨ |
|----------|----------------|
| ٩ +      | ٨ + ، ١ +      |
| ٩ -      | ٨ - ، ١ -      |
| ٦ -      | ٤ - ، ٢ -      |
| ٦ +      | ٤ + ، ٢ +      |

- ابحث عن عددين حاصل ضربيهما ٨ ومجموعهما ٦ وذلك بإجراء بعض المحاولات كما بالجدول المقابل :
- ستجد أنهما  $٢ +$  ،  $٤ +$  واكتبهما داخل القوسين كما يلي : ( س + ٢ ) ( س + ٤ )

أي أن :  $س^2 + ٦ س + ٨ = (س + ٢)(س + ٤)$

٢ تحليل المقدار الثلاثي :  $س^2 + ٢ س - ٨$  اتبع ما يلي :

| مجموعهما | فاصل ضربيهما -٨ |
|----------|-----------------|
| ٧ +      | ٨ + ، ١ -       |
| ٧ -      | ٨ - ، ١ +       |
| ٢ +      | ٤ + ، ٢ -       |
| ٢ -      | ٤ - ، ٢ +       |

- حلل  $س^2$  إلى  $س \times س$
- ابحث عن عددين حاصل ضربيهما  $(٨ -)$  ومجموعهما  $(٢ +)$  وذلك بإجراء بعض المحاولات كما في الجدول المقابل
- ستجد أنهما :  $٢ -$  ،  $٤ +$

فيكون :  $س^2 + ٢ س - ٨ = (س - ٢)(س + ٤)$

وبصفة عامة :

تحليل المقدار الثلاثي على الصورة :  $س^2 + ب س + ح$  هو كتابته في صورة حاصل ضرب عاملين بحيث :

- الحد الأول في كل منهما يساوي س
- الحدان الآخران فيهما هما عدنان ، حاصل ضربيهما ح وهو الحد الأخير في المقدار الثلاثي ، ومجموعهما ب وهو معامل س في المقدار الثلاثي.

أمثلة لتحليل المقدار الثلاثي على الصورة  $x^2 + bx + c$  :

لاحظ أن :

∴ حاصل الضرب موجب  
والمجموع موجب  
∴ العددين موجبان معاً

١) تحليل المقدار  $x^2 + 5x + 6$  نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما  $= 6+$  ، مجموعهما  $= 0+$

نجد أن العددين هما  $2+$  ،  $3+$

فيكون المقدار  $x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$

لاحظ أن :

∴ حاصل الضرب موجب  
والمجموع سالب  
∴ العددين سالبان معاً

٢) تحليل المقدار  $x^2 - 5x + 6$  نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما  $= 6+$  ، مجموعهما  $= 0-$

نجد أن العددين هما  $2-$  ،  $3-$

فيكون المقدار  $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$

لاحظ أن :

∴ حاصل الضرب سالب  
∴ العددين مختلفا الإشارة  
∴ المجموع موجب  
∴ أكبرهما عددياً إشارته (+)  
وأصغرهما عددياً إشارته (-)

٣) تحليل المقدار  $x^2 + 5x - 6$  نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما  $= 6-$  ، مجموعهما  $= 0+$

نجد أن العددين هما  $6+$  ،  $1-$

فيكون المقدار  $x^2 + 5x - 6 = (x+6)(x-1)$

لاحظ أن :

∴ حاصل الضرب سالب  
∴ العددين مختلفا الإشارة  
∴ المجموع سالب  
∴ أكبرهما عددياً إشارته (-)  
وأصغرهما عددياً إشارته (+)

٤) تحليل المقدار  $x^2 - 5x - 6$  نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما  $= 6-$  ، مجموعهما  $= 0-$

نجد أن العددين هما  $6-$  ،  $1+$

فيكون المقدار  $x^2 - 5x - 6 = (x-6)(x+1)$



من الأمثلة السابقة لاحظ أنه :

عند تحليل المقدار :  $x^2 + 5x + 6$  على الصورة  $(x + 2)(x + 3)$  فإنه :

١ إذا كانت حد موجبة (أى حاصل ضرب العددين موجب) فإن :

ل ، م لهما نفس إشارة ب

٢ إذا كانت حد سالبة (أى حاصل ضرب العددين سالب) فإن :

ل ، م مختلفان فى الإشارة وأكبرهما (عددياً) له نفس إشارة ب

### ملاحظة

قبل البدء فى تحليل المقدار الثلاثى يجب مراعاة ما يأتى :

- ترتيب حدود المقدار تنازلياً أو تصاعدياً حسب أسس أحد الرموز المعطاة ، ويفضل تنازلياً.
- إخراج ع . م . أ بين حدود المقدار.
- فك الأقواس واختصار المقدار الجبرى.

٢٢

### مثال ١

حل كل مما يأتى :

$$٢ \text{ } x^2 + 5x - 12 \text{ } x$$

$$٤ \text{ } x^2 - (7 + 4)x + 18$$

$$١ \text{ } x^2 + 56x - 15$$

$$٣ \text{ } x^2 + 49x - 120$$

$$٥ \text{ } x^2 - 3x - 10$$

### الحل

١ نرتب حدود المقدار تنازلياً حسب أسس  $x$  قبل إجراء التحليل :

$$\therefore x^2 + 56x - 15 = x^2 - 15 + 56x$$

$$= (x - 1)(x + 57)$$

$$٢ \text{ } x^2 + 5x - 12 = (x + 8)(x - 3)$$

يمكنك التحقق من صحة الحل بضرب القوسين بمجرد النظر للحصول على المقدار الأصلي قبل التحليل

٣ نخرج ع.م.أ بين حدود المقدار قبل إجراء التحليل :

$$\therefore \text{ع.م.أ هو } ٢٣$$

$$\therefore ٢٣ + ٢٩ - ١٢٠ = (٢ + ١٢ + ٢٩ - ٤٠) ٢٣ = (٥ - ١) (٨ + ١) ٢٣$$

٤ نذك الأقسام أولاً قبل إجراء التحليل :

$$\therefore م (٧ + م) = ١٨ - م٧ + م^٢ = ١٨ - م (٧ + م) = (٢ - م) (٩ + م)$$

$$٥ س^١ - ٣ س^٢ ص - ١٠ ص^٢ = (س^٢ - ٥ ص) (س + ٢ ص)$$

«لاحظ أن : س^١ تحلل إلى س^٢ × س^٠»

### حاول نفسك ١

حل كل مما يأتي :

$$٢ س^٢ - ٦ س ص + ٨ ص^٢$$

$$١ س^٢ + ٧ س + ١٠$$

$$٤ س^٢ - ٤٨ س + ١٨$$

$$٣ - ٢٠ س + ١٣ س^٢$$

### مثال ٢

أوجد قيم ب الصحيحة التي تجعل كلا من المقدارين الآتيين قابلاً للتحليل :

$$٢ س^٢ + ب س - ١٢$$

$$١ س^٢ + ب س + ١٠$$

### الحل

١ لكي يكون المقدار : س^٢ + ب س + ١٠ قابلاً للتحليل يجب أن تكون ب هي مجموع

عددين حاصل ضربهما يساوي ١٠

(لاحظ أن العددين يجب أن يكون لهما نفس الإشارة لأن حاصل ضربهما موجب)

لذلك نبحث عن أزواج الأعداد الصحيحة التي حاصل ضرب كل منها يساوي ١٠ فنجدها .

$$١٠ ، ١ ، -١٠ ، -١ ، ٥ ، ٢ ، -٥ ، -٢$$

ونوجد مجموع كل زوج منها فنجده : ١١ ، -١١ ، ٧ ، -٧ وهي قيم ب الممكنة.

٢ لكي يكون المقدار :  $x^2 + x - 12$  قابلاً للتحليل يجب أن تكون  $x$  هي مجموع عددين حاصل ضربهما يساوي  $-12$

(لاحظ أن العددين يجب أن يكونا مختلفين في الإشارة لأن حاصل ضربهما سالب)  
لذلك نبحث عن أزواج الأعداد الصحيحة التي حاصل ضرب كل منها يساوي  $-12$  فنجدها :  
 $12, -1, -12, 1, 6, -2, -6, 2, 4, -3, -4, 3$   
ونوجد مجموع كل زوج فنجده :  $11, -11, 4, -4, 1, -1$  وهي قيم  $x$  الممكنة.

### مثال ٣

أوجد قيمة صحيحة موجبة وأخرى صحيحة سالبة للعدد  $x$  بحيث يكون المقدار :  
 $x^2 - 6x + 8$  قابلاً للتحليل.

### الحل

\* لإيجاد قيمة موجبة للعدد  $x$  :

نبحث عن عددين سالبين مجموعهما يساوي  $-6$  فتكون  $x$  هي حاصل ضربهما  
مثل :  $-2, -4$  فتكون  $x = -2 = (-4) \times 2$  ، حاول إيجاد قيم أخرى ،

\* لإيجاد قيمة سالبة للعدد  $x$  :

نبحث عن عددين مختلفي الإشارة مجموعهما يساوي  $-6$  فتكون  $x$  هي حاصل ضربهما  
مثل :  $2, -8$  فتكون  $x = -8 = 2 \times -4$  ، حاول إيجاد قيم أخرى ،

### حاول بنفسك ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

إذا كان المقدار :  $x^2 - 2x + 8$  قابلاً للتحليل فإن :  $x$  يمكن أن تساوي ....

- (١) ٨ (ب) ٤ (ج)  $-2$  (د)  $-3$

٢ (٣)

١ (أ)  $(x+5)(x-1)$

٣ (ب)  $(x+7)(x-1)$

٢ (ج)  $(x+1)(x+5)$

٤ (د)  $(x-1)(x-5)$





أسئلة كتاب الوزارة

# تمارين 1

على تحليل المقعر التالي على صورة

١ أوجد :

- ١ عددين حاصل ضربهما ٣٠ ومجموعهما ١١
- ٢ عددين حاصل ضربهما ١٢ ومجموعهما ٨
- ٣ عددين حاصل ضربهما ١٨ ومجموعهما ٢
- ٤ عددين حاصل ضربهما ١٥ ومجموعهما ١٤

٢ حلل كلاً مما يأتي :

- |                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| ١ $x^2 + 11x + 10$ | ١ $x^2 + 8x + 15$ |
| ٤ $x^2 - 17x + 30$ | ٢ $x^2 - 7x + 12$ |
| ٦ $x^2 + 4x - 12$  | ٥ $x^2 + 5x - 14$ |
| ٨ $x^2 - 3x - 10$  | ٧ $x^2 - 6x - 16$ |

٣ حلل كلاً مما يأتي :

- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| ٢ $x^2 + 3x - 10$ | ١ $x^2 + 5x + 6$   |
| ٤ $x^2 - 5x - 24$ | ٣ $x^2 - 10x + 26$ |

٤ حلل كلاً مما يأتي :

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| ١ $x^2 + 7x - 22$  | ١ $x^2 + 10x - 24$ |
| ٤ $x^2 + 21x - 10$ | ٣ $x^2 + 3x - 10$  |

٥ حلل كلاً مما يأتي :

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| ٢ $x^2 - 8x + 15$ | ١ $x^2 + 9x + 18$ |
| ٤ $x^2 + 9x - 56$ | ٣ $x^2 - 6x - 40$ |

حلل كلاً مما يأتي :

|   |                          |    |                         |
|---|--------------------------|----|-------------------------|
| ١ | $10 - 5س - 10س - 10س$    | ٢  | $96 + 128س + 2س$        |
| ٣ | $ص + ٢ص - ٦ص$            | ٤  | $٢٨س - ٢س - ٢س - ٢س$    |
| ٥ | $١٥س - ٤٢س - ١٥س$        | ٦  | $١٨س - ١٥س - ٢س + ٢س$   |
| ٧ | $٢س - ٢س - ٢س + ٤٠س$     | ٨  | $٦٣س + ٢س + ٢س - ٢س$    |
| ٩ | $١٤٣س + ٢٤س - ٢٤س - ٢٤س$ | ١٠ | $٢٤س - ٢٤س - ٢٤س - ٢٤س$ |

حلل كلاً مما يأتي :

|   |                               |   |                     |
|---|-------------------------------|---|---------------------|
| ١ | $١٠ + (٧ + س)$                | ٤ | $٢س - ٤س - ٤س - ٢س$ |
| ٢ | $(٤ - ٩) (٤ + ٩) - ٢٦$        | ٥ | $٢س - ٢٣س + ٦٠س$    |
| ٥ | $(٤ - س) (٩ - س) - ٢ (٥ + س)$ |   |                     |

١. أوجد قيمة للعدد  $\exists$  من بحيث يكون المقدار قابلاً للتحليل ، وحلله :

|   |                   |   |                |
|---|-------------------|---|----------------|
| ١ | $١٥س + ١٥س - ١٥س$ | ٢ | $٢س - ٧س + ٧س$ |
| ٣ | $٢٩س - ٢٩س + ٢٩س$ | ٤ | $٢س - ٢س + ٢س$ |

أكمل :

- ١  $١١س - ١٨س = (س - ..... ) (س - ..... )$
- ٢  $٥س + ٦س = (س + ..... ) (س + ..... )$
- ٣  $٢٥س + ..... = (س + ..... ) (س + ..... )$
- ٤ إذا كان  $(٢ - س)$  أحد عاملي المقدار :  $١٢س - ٨س + ١٢$  فإن العامل الآخر .....
- ٥  $(س - ..... )$  أحد عاملي المقدار :  $٦س - ٦س - ٦$
- ٦ إذا كان :  $(س + ٢ص) = ٤$  ،  $(س - ص) = ١$  فإن القيمة العددية للمقدار :  $٢س + س - ٢ص$  هي .....

٧ إذا كان : س<sup>١</sup> - ٢ س - ٢ ص<sup>٢</sup> = ٧ ، س + ص = ١  
فإن : س - ٢ ص = .....

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١٠

١ إذا كان المقدار : س<sup>١</sup> + ٧ س + ١ قابلاً للتحليل فإن ؟ يمكن أن تساوى

- (أ) ٤٩ (ب) ١٠ (ج) ١٨ (د) ٨

٢ إذا كان المقدار : س<sup>٢</sup> - ٢ س + ١ قابلاً للتحليل فإن ؟ يمكن أن تساوى

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٦

٣ لكي يكون المقدار : س<sup>١</sup> - س - ١ قابلاً للتحليل فإن ؟ ≠

- (أ) ٨ (ب) ٣٠ (ج) ٦ (د) ٨

٤ إذا كان المقدار : س<sup>١</sup> + ١ س + ٢ قابلاً للتحليل فإن ؟ يمكن أن تساوى

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٥ إذا كان المقدار : س<sup>٢</sup> + س - ١٠ قابلاً للتحليل فإن ؟ يمكن أن تساوى ...

- (أ) ١- (ب) ٢ (ج) ١ (د) ١-

٦ إذا كان المقدار : س<sup>٢</sup> - ح س + ١٢ قابلاً للتحليل فإن ؟ يمكن أن تساوى ...

- (أ) ١- (ب) ٤ (ج) ٧ (د) ١

٧ أي عدد من الأعداد الآتية يمكن إضافته إلى المقدار : س<sup>٢</sup> - ٨ س + ٥ حتى يكون قابلاً للتحليل ؟

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٥

تطبيق هندسي

١١

مستطيل مساحته (س<sup>١</sup> + ٦ س + ٨) سم<sup>٢</sup> وطوله (س + ٤) سم  
أوجد كلاً من عرضه ومحيطه بدلالة س

للمتفوقين

١٢

حلل ما يأتي : (س - ١) - ٢ (س - ١) - ٨





الدرس

2

## تحليل المقدار الثلاثي على صورة :

١ س<sup>٢</sup> + ب س + ج حيث (١ ≠ ٠) اتبع ما يلي :

- خطوة (١) حلل ١ س<sup>٢</sup> إلى عاملين «ل س ، م س» (ل س )  
 وكتبهما داخل القوسين كما بالشكل المقابل. (م س )
- خطوة (٢) حلل الحد الأخير في المقدار الثلاثي (ج) إلى عاملين (ل س + هـ)  
 «هـ ، هـ» وكتبهما أيضًا داخل القوسين كما بالشكل المقابل. (م س + هـ)
- خطوة (٣) أوجد (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين) (ل س + هـ)  
 فإذا كان المجموع مساويًا للحد الأوسط في المقدار الثلاثي  
 كان التحليل صحيحًا ، وإذا لم يكن قم بمحاولات أخرى  
 للوصول إلى التحليل الصحيح.

طريقة التحليل السابق ذكرها يطلق عليها «طريقة المقص».

وفيما يلي تطبيق هذه الطريقة عند تحليل المقدار : ٣ س<sup>٢</sup> + ١٢ س + ١٢

خطوة (١) نحلل ٣ س<sup>٢</sup> إلى عاملين هما : ٣ س ، س

خطوة (٢) نحلل ١٢ «الحد الأخير» إلى عاملين هما : ١ ، ١٢ ، ٢ ، ٦ ، ٣ ، ٤

وقد استبعدنا أن يكون العاملان سالبين لأن معامل س إشارته موجبة.

خطوة (٣) نجرى عدة محاولات حتى نصل إلى أن :

حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين = الحد الأوسط في المقدار الثلاثي (١٢ س)

$$\begin{array}{r} \text{٣ س} \quad (١٢ +) \\ \diagup \quad \diagdown \\ (١ +) \quad \text{س} \\ \hline (٣ س \times ١) + (١٢ \times س) \\ = ١٥ س \neq \text{الحد الأوسط} \\ \text{✗ (محاولة خطأ)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{٣ س} \quad (١ +) \\ \diagup \quad \diagdown \\ (١٢ +) \quad \text{س} \\ \hline (٣ س \times ١٢) + (١ \times س) \\ = ٣٧ س \neq \text{الحد الأوسط} \\ \text{✗ (محاولة خطأ)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{٣ س} \quad (٦ +) \\ \diagup \quad \diagdown \\ (٢ +) \quad \text{س} \\ \hline (٣ س \times ٦) + (٢ \times س) \\ = ١٢ س \neq \text{الحد الأوسط} \\ \text{✗ (محاولة خطأ)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{٣ س} \quad (٢ +) \\ \diagup \quad \diagdown \\ (٦ +) \quad \text{س} \\ \hline (٣ س \times ٢) + (٦ \times س) \\ = ٢٠ س \neq \text{الحد الأوسط} \\ \text{✗ (محاولة خطأ)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{٣ س} \quad (٤ +) \\ \diagup \quad \diagdown \\ (٣ +) \quad \text{س} \\ \hline (٣ س \times ٤) + (٣ \times س) \\ = ١٢ س = \text{الحد الأوسط} \\ \text{✓ (محاولة صحيحة)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{٣ س} \quad (٢ +) \\ \diagup \quad \diagdown \\ (٤ +) \quad \text{س} \\ \hline (٣ س \times ٢) + (٤ \times س) \\ = ١٥ س \neq \text{الحد الأوسط} \\ \text{✗ (محاولة خطأ)} \end{array}$$

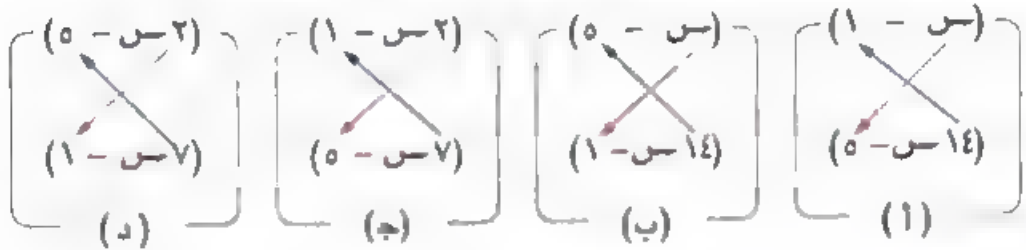
فيكون:  $٣ س^٢ + ١٢ س + ١٢ = (٣ س + ٤) (٣ س + ٣)$

## مثال ١

حلل :  $١٤س^٢ - ١٧س + ٥$

### الحل

- ١ حلل العدد  $١٤س^٢$  إلى عاملين هما :  $س$  ،  $١٤س$  ،  $٢س$  ،  $٧س$
- ٢ حلل  $٥$  « الحد الأخير » إلى عاملين سالبين معاً (لأن معامل  $س$  سالب) هما :  $١-$  ،  $٥-$
- وفيما يلي المحاولات المختلفة لتحليل المقدار  $١٤س^٢ - ١٧س + ٥$



- ٣ أوجد مجموع حاصل ضرب الطرفين مع حاصل ضرب الوسطين كما بالمثل السابق ، ستجد أن المحاولة (ج) هي المحاولة الصحيحة.

$$\therefore ١٤س^٢ - ١٧س + ٥ = (١س - ٥) (٧س - ١)$$

### ملاحظة

- إذا كانت إشارة الحد الأخير في المقدار الثلاثي موجبة فإن : إشارة الوسط في كل من القوسين تأخذ إشارة الحد الأوسط في المقدار.
- إذا كانت إشارة الحد الأخير في المقدار الثلاثي سالبة فإن : إشارتي الوسط في القوسين مختلفتان.

٢٢

## مثال ٢

حلل كلاً من المقادير الآتية :

|                        |                               |
|------------------------|-------------------------------|
| ١ $١٦س^٢ - ٢٧س + ٥$    | ٢ $١٤س^٢ - ١١س - ١٥س^٢$       |
| ٣ $٤٨س^٢ - ١١٢س - ٢٠س$ | ٤ $١٠س(س + ١٠) - (س + ٧)٧س^٢$ |



الحل

$$27 - 16 + 25 = 25 + 27 - 16$$

$$(3 + 1)(9 - 10) =$$

$$14 \text{ من } 2 - 11 \text{ من } 1 - 15 \text{ من } 2$$

$$(7 \text{ من } 5 + 2 \text{ من } 2) =$$

3 لاحظ وجود ع.م.أ بين حدود المقدار وهو : 4 من

$$\therefore 48 \text{ من } 2 - 112 \text{ من } 2 - 20 \text{ من}$$

$$= 4 \text{ من } (12 \text{ من } 2 - 28 \text{ من } 5)$$

$$= 4 \text{ من } (6 \text{ من } 1 + 2 \text{ من } 5)$$

4 قُم أولاً بفك الأقواس :

$$\therefore (10 \text{ من } 5 + 2 \text{ من } 2) - (7 \text{ من } 2)$$

$$= 10 \text{ من } 2 + 11 \text{ من } 1 + 2 \text{ من } 2 - 7 \text{ من } 2$$

$$= 10 \text{ من } 2 + 11 \text{ من } 1 - 6 \text{ من } 2 = (5 \text{ من } 2 - 2 \text{ من } 2) (2 \text{ من } 3 + 2 \text{ من } 2)$$

حاول بنفسك

حل كل مما يأتي تحليلًا كاملاً :

$$5 \text{ من } 2 - 6 \text{ من } 1 + 1$$

$$6 \text{ من } 2 - 12 \text{ من } 1$$

$$2 + 7 + 2$$

$$12 \text{ من } 2 + 28 \text{ من } 1 - 5 \text{ من } 2$$

$$① (2 - 1)(2 + 1)$$

$$② (2 + 1)(2 - 1)$$

$$③ (2 + 1)(2 - 1)$$

$$④ (2 - 1)(2 + 1)$$

## تمارين 2

## على تحليل المقدّم الثلاثي على صورة



اختیار  
تفاعلی



أسئلة كتاب الوزارة

**حلل كلاً من المقادير الآتية :**

۱)  $2s^2 + 2s + 1$

$$v + \varepsilon v - \varepsilon \circ \text{ (book) } (v)$$

۵ س ۲ + ۴ س - ۱۲

۶-۱۱-۲

٢ ص ٢ + ٧ ص ٦

[۱۱] ۴ ص ۲ + ۵ ص - ۲۱







٤ ٢-٢-١٤-٥

$$8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 + 21 + 22 + 23 + 24 + 25 + 26 + 27 + 28 + 29 + 30 + 31 + 32 + 33 + 34 + 35 + 36 + 37 + 38 + 39 + 40 + 41 + 42 + 43 + 44 + 45 + 46 + 47 + 48 + 49 + 50 + 51 + 52 + 53 + 54 + 55 + 56 + 57 + 58 + 59 + 60 + 61 + 62 + 63 + 64 + 65 + 66 + 67 + 68 + 69 + 70 + 71 + 72 + 73 + 74 + 75 + 76 + 77 + 78 + 79 + 80 + 81 + 82 + 83 + 84 + 85 + 86 + 87 + 88 + 89 + 90 + 91 + 92 + 93 + 94 + 95 + 96 + 97 + 98 + 99 + 100$$

17 + 11A - 70

$$y - y_p = y + y_p \wedge \text{true}$$

7-9-91 12 12 12

**حلل كلاً من المقادير الآتية :**

۱ ۲-۲ - ۵-۳ ص ۲ + ص ۱

$$^{\circ} \text{C} + 273.15 = ^{\circ} \text{K} \quad (2)$$

$$218 - 211 + 7 = 14$$

۷ ص ۱ + ۲۳ ص ۲ - ۲۰ ص ۲

۱ [۱] ۲-۲ - ۲۰-۲۱ ص ۷-۸

۴ ۲ ص ۱ + ص ص - ص ۲

٦ (ق) ٦-١ - ٤٧ - ص ص - ٦٢ ص

**٣** **حلل كلاً من المقادير الآتية :**

۱۱) ۶ ص - ۲ - ۲۱ ص + ۱۸

$$p_{10} + p_{11} = p_{20} \quad \square \quad \color{red}{2}$$

۵۱۶ س + ۱۴ س + ۸ س

21-2 ص ٢ + ٦ ص ٢ - ١٥ ص ٢

$$(c + a) \wedge c + c = (c + a) \vee a = (c + a) \vee c$$

۶۰-۸-۲۸-۶۰

٨-٢٧-٢٠٢٠

... 2. - 2. - 22 + 5. 18

٤ جُلُّ كَلَامِهَا يَاقِي :

۲۔ (۳+۳) + ۱۲ + ۲۴

$$(1 - \gamma + \gamma V) \cdot \gamma \xi = \gamma \rho \quad (1)$$

۲۴ + ۱۳ + (۳ + ۲) = ۴۲ | ۴۲ - (۳ + ۲ + ۷) = ۳۰ ص ۲

$$g = \frac{1}{2} \varepsilon - \gamma(\gamma - \frac{1}{2} \varepsilon) \quad (1) \quad (1 - \gamma + \frac{1}{2} \varepsilon \gamma) \cdot \frac{1}{2} \varepsilon - \gamma \cdot \frac{1}{2} \varepsilon \quad (2)$$

## 5 أكمل الحدود الناقصة :

$$1 \quad 5س^2 - 2س - 7 = (س - 5) (س + \dots)$$

$$2 \quad 2س^2 + 10س + 8 = (س + 4) (س + \dots)$$

$$3 \quad 6س^2 - 11س - 10 = (س - 2) (س + \dots)$$

$$4 \quad 2س^2 - 7س + 2 = (س - 2) (س - \dots)$$

$$5 \quad 2س^2 + 7س - 6 = (س - 2) (س + \dots)$$

$$6 \quad 2س^2 + س - 6 = (س + 3) (س - \dots)$$

$$7 \quad 2س^2 - 2س - 24 = (س + 2) (س - 12)$$

$$8 \quad 5س^2 - 2س - 24 = (س - 3) (س + 4)$$

$$9 \quad \text{إذا كان } (س + 1) \text{ أحد عاملي المقدار : } 5س^2 - 2س - 7$$

فأوجد العامل الآخر.

$$10 \quad \text{إذا كان } (2س - 7) \text{ أحد عاملي المقدار : } 4س^2 - 8س - 21$$

فأوجد العامل الآخر.

7 أوجد قيمة  $x$  بحيث يكون المقدار قابلاً للتحليل ، وحله :

$$1 \quad 15س^2 + س - 10$$

$$2 \quad 12س^2 - 13س + 6$$

تطبيق هندسي

$$8 \quad \text{مستطيل مساحته } (2س^2 + 19س + 25) \text{ سم}^2$$

أوجد بعدين ممكنين له بدلالة  $س$  ، ثم أوجد محيطه عندما  $س = 2$

للمتفوقين

9 حل كل ما يأتي :

$$1 \quad 2 + 11(س + 1) - 4(س + 1)^2$$

$$2 \quad 2(2س + 3) - (2س + 3)(س - 2) - 2(س - 3)$$



الدرس

3

## تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل

### المقدار الثلاثي المربع الكامل

إذا كان المقدار الثلاثي مرتباً ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً حسب قوى أحد رموزه فإن هذا المقدار يكون مربعاً كاملاً إذا كان :

| الحد الأول                      | الحد الأوسط   | الحد الثالث                     |
|---------------------------------|---|---------------------------------|
| مربع كامل<br>(وهو موجب دائماً). | $\sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}} =$<br>(وقد يكون موجباً أو سالباً). | مربع كامل<br>(وهو موجب دائماً). |

فمثلاً :

|                              |   |                                    |
|------------------------------|---|------------------------------------|
|                              | $\rightarrow 9 + 12س + 4س^2 \leftarrow$ |                                    |
| الحد الأول<br>9              | الحد الأوسط<br>12س                      | الحد الأول<br>4س <sup>2</sup>      |
| مربع كامل لأن :<br>$3^2 = 9$ | $\sqrt{9} \times \sqrt{4س^2} =$         | مربع كامل لأن :<br>$4س^2 = (2س)^2$ |

أي أن :  $9 + 12س + 4س^2$  مقدار ثلاثي مربع كامل.

$$9 \text{ ص}^2 - 20 \text{ ص} + 20 \text{ ص}^2$$

الحد الثالث

20 ص<sup>2</sup>

مربع كامل لأن

$$20 \text{ ص}^2 = (0 \text{ ص})^2$$

الحد الأوسط

20 ص

الحد الأول

9 ص<sup>2</sup>

مربع كامل لأن

$$9 \text{ ص}^2 = (3 \text{ ص})^2$$

$$= 2 \times \sqrt{9 \text{ ص}^2} \times \sqrt{20 \text{ ص}^2}$$

أي أن:  $9 \text{ ص}^2 - 20 \text{ ص} + 20 \text{ ص}^2$  مقدار ثلاثي مربع كامل.

## مثال ١

بين أي المقدار الآتية مربعاً كاملاً وأيها ليس مربعاً كاملاً:

$$٢ \quad 25 \text{ ص}^2 - 5 \text{ ص} + 1$$

$$١ \quad 4 \text{ ص}^2 + 44 \text{ ص} + 121 \text{ ص}^2$$

$$٤ \quad 12 \text{ ص}^2 - 16 \text{ ص} + 4$$

$$٣ \quad 16 \text{ ص}^2 - 24 \text{ ص} - 9$$

## الحل

$$١ \quad \because 4 \text{ ص}^2 = (2 \text{ ص})^2 \text{ مربع كامل} , 121 \text{ ص}^2 = (11 \text{ ص})^2 \text{ مربع كامل}$$

$$, \because 2 \times 2 \text{ ص} \times 11 \text{ ص} = 44 \text{ ص} = \text{الحد الأوسط}$$

$\therefore$  المقدار  $4 \text{ ص}^2 + 44 \text{ ص} + 121 \text{ ص}^2$  مربع كامل.

$$٢ \quad \because 25 \text{ ص}^2 = (5 \text{ ص})^2 , 1 = (1)^2$$

$$, \because 2 \times 5 \text{ ص} \times 1 = 10 \text{ ص} \neq \text{الحد الأوسط}$$

$\therefore$  المقدار  $25 \text{ ص}^2 - 5 \text{ ص} + 1$  ليس مربعاً كاملاً.

$$٣ \quad \text{المقدار } 16 \text{ ص}^2 - 24 \text{ ص} - 9 \text{ ليس مربعاً كاملاً لأن الحد الثالث إشارته سالبة.}$$

$$٤ \quad \text{المقدار } 12 \text{ ص}^2 - 16 \text{ ص} + 4 \text{ ليس مربعاً كاملاً لأن الحد الأول ليس مربعاً كاملاً.}$$

## كيفية إيجاد حد ناقص من حدود مقدار ثلاثي مربع كامل

١ إيجاد الحد الأوسط :

$$\sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}} = \pm \text{الحد الأوسط}$$

٢ إيجاد الحد الأول :

$$\frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{\text{الحد الثالث} \times 4} = \text{الحد الأول}$$

٣ إيجاد الحد الثالث :

$$\frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{\text{الحد الأول} \times 4} = \text{الحد الثالث}$$

### مثال ٢

أكمل الحد الناقص في كل من المقادير الثلاثية الآتية ليكون المقدار مربعاً كاملاً :

$$\begin{array}{l} ١ \quad ٤٩ \text{ من } ٢ \quad ٢٥ + \dots \quad ٢ \quad ٢٥ \text{ من } ٢ \quad ٦٠ - \dots \quad ٢ \quad ٦٠ \text{ من } ٢ \quad ٢ \\ ٢ \quad \dots \quad ١٢ \text{ من } ٢ \quad ٩ + \dots \quad ٢ \quad ٩ \text{ من } ٢ \quad ١٢ + \dots \quad ٢ \quad ١٢ \text{ من } ٢ \quad ١٠٠ - \dots \quad ٢ \quad ١٠٠ \text{ من } ٢ \quad ١٠٠ \end{array}$$

الحل

١ الحد الأوسط =  $\pm \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$

$$\pm \sqrt{٤٩} \times \sqrt{٢٥} = \pm \sqrt{٢٥} \times \sqrt{٦٠} = \pm \sqrt{١٥٠} = \pm ١٢.٢٤$$

٢ الحد الثالث =  $\frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{\text{الحد الأول} \times 4}$

$$٢٦ = \frac{٢٦٠٠ \text{ من } ٢}{١٠٠ \text{ من } ٢} = \frac{٢٦٠٠ \text{ من } ٢}{١٠٠ \text{ من } ٢} = ٢٦$$

٣ الحد الأول =  $\frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{\text{الحد الثالث} \times 4}$

$$٤ \text{ من } ٢ = \frac{١٤٤ \text{ من } ٢}{٣٦ \text{ من } ٢} = \frac{١٤٤ \text{ من } ٢}{٣٦ \text{ من } ٢} = ٤$$

## مثال ٣

أوجد قيمة حد الموجبة التي تحقق أن كلاً من المقدارين الآتيين مربع كامل :

$$٢ \text{ حد } ٢ \text{ ص } ٩٠ - ٨١ + ٨١$$

$$١ \text{ ص } ٢ + ٢٥ + ٢٥$$

## الحل

$$١ \quad \therefore \text{الحد الأوسط} = \pm ٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$$

$$\therefore \text{حد} = \pm ٢ \times \sqrt{٩٠} \times \sqrt{٨١} = \pm ٢ \times ٩ \times ٣ = \pm ٥٤$$

$$\therefore \text{حد} = ٥٤$$

$$\therefore \text{حد} = -٥٤$$

$$\therefore \text{حد} = \pm ٥٤$$

$$٢ \quad \therefore \text{الحد الأول} = \frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{\text{الحد الثالث} \times ٤}$$

$$\therefore \text{حد} = \frac{٨١٠٠}{٨١ \times ٤} = ٢٥$$

$$\therefore \text{حد} = ٢٥$$

$$\therefore \text{حد} = -٢٥$$

$$\therefore \text{حد} = \pm ٢٥$$

$$\therefore \text{حد} = ٢٥$$

$$\therefore \text{حد} = -٢٥$$

## حاول نفسك

أكمل الحد الناقص في كل من المقدارين الآتية ليكون المقدار مربعاً كاملاً :

$$٢٦ + ٢٦ + \dots \quad (٢)$$

$$٢٥ + \dots \quad (١)$$

$$٢٥ - ٢٥ - \dots \quad (٣)$$

## تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل

• تحليل المقدار الثلاثي يعني كتابته في صورة حاصل ضرب عاملين (أو أكثر).

• تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل يعني كتابته في صورة حاصل ضرب عاملين متساويين.

(أي مربع أحد عامليه المتساويين).



إذا كان المقدار الثلاثي مربعاً كاملاً مرتباً ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً حسب قوى أحد رموزه

فإنه يمكن تحليله على الصورة :  $\left( \sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}} \right)^2$

مع ملاحظة أن :

الإشارة بين الحدين داخل القوس تكون مماثلة لإشارة الحد الأوسط في المقدار الثلاثي.

#### مثال ٤

حل كلٍّ من المقادير الآتية :

|   |   |
|---|---|
| ١ | $٢٥٢ + ٢٢٠ + ٤$                             |
| ٢ | $١٦س - ٢٤س + ٩$                             |
| ٣ | $٢٥٢ - ٢٩٠س + ٨١س$                          |
| ٤ | $\frac{١}{٩س} + \frac{١}{٤س} + \frac{١}{٤}$ |
| ٥ | $١٨س - ٤٨س + ٣٢$                            |
| ٦ | $٢٨س - ٤٩س - ٤$                             |

#### الحل

بعد التأكد من أن كلًّا من المقادير السابقة هو مقدار ثلاثي مربع كامل نجري التحليل مباشرة كالتالي :

$$١ \quad (٢ + ٢٥) = (\sqrt{٤} + \sqrt{٢٥٢})^2 = ٤ + ٢٢٠ + ٢٥٢$$

$$٢ \quad (١٦س - ٢٤س + ٩) = (\sqrt{٩س} - \sqrt{١٦س})^2 = ٩س + ٢٤س - ١٦س$$

$$٣ \quad (٢٥٢ - ٢٩٠س + ٨١س) = (\sqrt{٨١س} - \sqrt{٢٩٠س})^2 = ٨١س + ٢٩٠س - ٢٥٢$$

$$٤ \quad \left( \frac{١}{٩س} + \frac{١}{٤س} + \frac{١}{٤} \right) = \left( \sqrt{\frac{١}{٤س}} + \sqrt{\frac{١}{٩س}} \right)^2 = \frac{١}{٤س} + \frac{١}{٩س} + \frac{١}{٤}$$

$$٥ \quad (١٨س - ٤٨س + ٣٢) = (٩س - ٢٤س + ١٦س)^2 = ١٨س - ٤٨س + ٣٢$$

$$٦ \quad (٤س - ٣س - ٢) = (١٦س - ٩س - ٢س)^2 =$$

## لاحظ أن:

- ٤٩ من  $٢٨ + ١$  من - ٤ ليس مربعاً كاملاً  
بينما ٤٩ من  $٢٨ - ١$  من + ٤ مربع كامل

$$٦ \quad ٢٨ \text{ من } ٤٩ \text{ من } ٤ -$$

$$- ٤٩ \text{ من } ٢٨ + ١ \text{ من } ٤ - =$$

$$= - (٤٩ \text{ من } ٢٨ - ١ \text{ من } ٤ +)$$

$$= - (٧ \text{ من } ٢)$$

## حاول بنفسك

حلل كلا مما يأتي :

$$٢ \quad ٩ + ٩٢٠ - ٩٢٥$$

$$١ \quad ٤٩ + م٥٦ + ١٦$$

$$٤ \quad ٥٠ \text{ من } ٢٠ \text{ من } ٢ + \text{ من } ٢$$

$$٣ \quad ٢ \text{ من } ٤ \text{ من } ٢ + \text{ من } ٢$$

## مثال

استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتي :

$$١ \quad (٥٥) + ٤٥ \times ٥٥ \times ٢ + (٤٥) \quad ٢ \quad (٣١٢) - ٣١١ \times ٣١٢ \times ٢ + (٣١١)$$

## الحل

$$١ \quad (٥٥) + ٤٥ \times ٥٥ \times ٢ + (٤٥) = (\sqrt{٥٥})^٢ + ٢ \times \sqrt{٥٥} \times \sqrt{٤٥} + (\sqrt{٤٥})^٢$$

$$= (\sqrt{٤٥} + \sqrt{٥٥})^٢ = \sqrt{١٠٠} = ١٠$$

$$٢ \quad (٣١٢) - ٣١١ \times ٣١٢ \times ٢ + (٣١١) = (\sqrt{٣١١})^٢ - ٢ \times \sqrt{٣١١} \times \sqrt{٣١٢} + (\sqrt{٣١٢})^٢$$

$$= (\sqrt{٣١٢} - \sqrt{٣١١})^٢ = \sqrt{١} = ١$$

## حاول بنفسك

استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتي :

$$١ \quad (٢٨) + ٢٨ \times ٢٨ \times ٢ - (٢٨)$$

$$٢ \quad (١٦) + ١٦ \times ١٤ \times ٢ + (١٤)$$

## مثال ٦

أوجد قيمة  $k$  التي تجعل كل مقدار ثلاثي مما يلي مربعاً كاملاً :

١  $25س^2 - 60س + k$       ٢  $kس^2 + 12س + 9$

### الحل

لاحظ أنه :

تم حل المسألة المجاورة بطريقة أخرى  
في مثال ٢ في نفس هذا الدرس.

١  $\therefore 25س^2 - 60س + k$  مربع كامل

$\therefore 25س^2 - 60س + k = (5س - 6)^2$

$= 25س^2 - 60س + 36$

وبمقارنة الحدود نجد أن :  $-60س = -60س$

$\therefore 36 = k$        $\therefore k = 36$        $\therefore k = \frac{60 \times 6}{25} = 14.4$

٢  $\therefore kس^2 + 12س + 9$  مربع كامل

$\therefore kس^2 + 12س + 9 = (س + 3)^2$

$= kس^2 + 6س + 9$

وبمقارنة الحدود نجد أن :  $12س = 6س$

$\therefore k = \frac{12 \times 6}{6} = 12$        $\therefore k = 12$        $\therefore k = 4$

## حاول بنفسك

أوجد قيمة  $k$  إذا كان :  $64س^2 - 22س + k$  مربعاً كاملاً.

١  $100$

٢  $100$

٣  $100$

٤  $(1 + 8)س$

٥  $(8 - 1)س$

٦  $(-8 + 8)س$       ٧  $(8 - 8)س$

٨  $7 \times 8$

٩  $8$

١٠  $8$



(١) أسئلة كتاب الوزارة

# تمارين 3

على تحليل المقادير الآتية مربعاً كاملاً:

١ بين أي المقادير الآتية مربعاً كاملاً :

- ٢  $٢٢ - ٢١ + ٢٠$   
 ٣  $٢٥ - ٢٠ + ١٥ - ٩$   
 ٤  $٩ - ٢ + ١٥ + ٢٥ + ٢٠$   
 ٥  $٢٨١ + ٢٢٦ + ٤$   
 ٦  $٢٨ + ٢٦ - ٤$   
 ٧  $١٠٠١ - ١٠٠٢ + ١$

- ١  $٩ + ٢١$   
 ٢  $١٢ - ٢ + ٣٦$   
 ٣  $٨ - ١٦ + ٢٨$   
 ٤  $١٢ - ٢ + ٩$   
 ٥  $١ - ٢٢ + ٩$   
 ٦  $\frac{١}{٤} - ٢ + ٤$

٢ حل كل مما يأتي :

- ١  $٢ + ٢ - ٢ + ٢$   
 ٢  $٢٥ - ١٠ + ١$   
 ٣  $٤ - ٢ + ٤$   
 ٤  $١٤ + ١ - ٤٩$   
 ٥  $١٠ - ١٠ + ٢٥$

- ١  $١ + ٢ - ٢ + ٢$   
 ٢  $٩ - ٢ + ١٢ + ٤$   
 ٣  $٩ - ٢ + ٢٦ + ٢$   
 ٤  $١٦ - ٢ + ٤٠ - ٢٥$   
 ٥  $٣٦ - ٢٥ + ٦٠$

٣ حل كل مما يأتي :

- ١  $١٢ - ٣٦ + ٢٧ + ٢$   
 ٢  $١٢ - ٢٦ + ٢٦ + ٢$   
 ٣  $٢٤ - ٢٤ + ٢٦ + ٢$   
 ٤  $٤ - ٢ + ٢ + ٢$

- ١  $١٨ - ١٢ + ٢$   
 ٢  $٢٤ - ٢٤ + ٢٦ + ٢$   
 ٣  $٢٠ - ٢٦ + ٢٤ + ٢$   
 ٤  $٢٢ + ٤٢ + ١٤٧ + ٢$   
 ٥  $٢٦ - ٢٢ - ٢٥$

١٠  $٢ + (٢ - ٢) + (٢ - ٢) + (٢ - ٢)$



٤ حلل كلاً مما يأتي :

|   |  |
|---|--|
| ١ $\frac{1}{4}$ ص - ٢ ص + ٤                     | ٢ $\frac{1}{16} + ٢ \frac{1}{10} + ٢ \frac{1}{25}$ |
| ٣ $\frac{4}{25}$ ص - ٢ ص - ١ ص + $\frac{1}{16}$ | ٤ $١ - ٢ ص - ٢ ص - ١ ص + ١$                        |

٥ حلل كلاً مما يأتي :

|                                     |                               |
|-------------------------------------|-------------------------------|
| ١ ٧ ص - ٧ ص + ٢ ص - ٤ ص - ٤ ص - ٧ ص | ٢ ٤ ص - ٧ ص - ٤ ص - ٧ ص - ٧ ص |
| ٢ م - ١١ م - ٢ م - ١١ م             | ٤ (ص - ص) + ٤ ص - ٤ ص         |

٦ أكمل الحد الناقص في كل من المقادير الثلاثية الآتية ليكون المقدار مربعاً كاملاً :

|  |                         |
|--|-------------------------|
| ١ $١ + ٤ ص + \dots$                        | ٢ $٤ ص + \dots + ٢٦$    |
| ٣ $\frac{1}{4} ص + \dots + \frac{1}{25} ص$ | ٤ $٤ ص + \dots + ٤٩ ص$  |
| ٥ $٢٦ - ٢٦ ص + \dots$                      | ٦ $٤ ص + ٢٨ ص + \dots$  |
| ٧ $٢٦ - ٢٦ ص + \dots$                      | ٨ $٢٥ م + ٢٥ م + \dots$ |
| ٩ $١٨ ص + ٨١ - \dots$                      | ١٠ $٢٤ ص + ١٦ - \dots$  |

٧ أوجد قيمة لـ الموجبة التي تجعل كل مقدار ثلاثي مما يلي مربعاً كاملاً :

|                    |                      |
|--------------------|----------------------|
| ١ $٢٦ ص + ل ص + ١$ | ٢ $١٦ ص + ل ص + ١٠٠$ |
| ٣ $٤ ص + ص + ل$    | ٤ $٩ ل + ١٢ ل + ل$   |
| ٥ $ل ص - ٦ ص + ١$  | ٦ $ل ص - ١٢ ص + ٩$   |
| ٧ $ل ص - ٤ ص + ١٦$ | ٨ $١ + ١٤ ص + ل ص$   |

٨ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

|   |       |        |              |             |
|---|-------|--------|--------------|-------------|
| ١ إذا كان : $٢٥ ص + ل ص + ٢٥$ مربعاً كاملاً فإن : ل = .....         | (أ) ٥ | (ب) ١٠ | (ج) $١٠ \pm$ | (د) $٥ \pm$ |
| ٢ إذا كان المقدار : $١٤ ص + ١٤ ص + ب$ مربعاً كاملاً فإن : ب = ..... | (١) ٢ | (ب) ٧  | (ج) ١٤       | (د) ٤٩      |

٣ المقدار  $٩س - ٤٠س + ٢٥$  يكون مربعاً كاملاً عندما  $٩ = \dots$

- (١) ٢ (ب) ٤ (ج) ٩ (د) ١٦

٤ إذا كان المقدار  $١٤س + ٢س + \frac{١}{٤}$  مربعاً كاملاً فإن  $١٤ = \dots$

- (١) ٩ (ب)  $\frac{٩}{٤}س$  (ج)  $٩س$  (د)  $٤س$

٥ إذا كان  $٦س = ٤$  ،  $٦س = ٤$  فإن  $٢س - ٢س + ٢س = \dots$

- (١) ٢ (ب) ٤ (ج) ١٠ (د) ١٠٠

٦  $١٠٠$  إذا كان  $٢٥ = ٢٥ + ٢٥ + ٢٥$  فإن  $٢٥ = \dots$

- (١) ٥ (ب)  $٥-$  (ج)  $٥ \pm$  (د)  $١٢,٥$

٩ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتي :

$$١ \quad (١٣) + ٨٧ \times ١٣ \times ٢ + (٨٧)$$

$$٢ \quad (٩٨) - ٩٨ \times ٩٩ \times ٢ + (٩٩)$$

$$٣ \quad (٢,٧) + ٢,٧ \times ٧,٣ \times ٢ + (٧,٣)$$

$$٤ \quad (٠,٧) + ٢٠,٧ \times ١,٤ - (٢٠,٧)$$

$$٥ \quad ٩ + ٩٩٧ \times ٦ + (٩٩٧)$$

$$٦ \quad ١ + ٩٩ \times ٢ + (٩٩)$$

$$٧ \quad ٨١ + ٤٥ \times ٢ - ٢٥$$

تطبيق هندسي

١٠ مربع مساحته  $(٩س + ٢٠س + م)$  سم<sup>٢</sup> وطول ضلعه عدد نسبي أوجد قيمة م

ثم أوجد محيط المربع عندما  $٢ =$

للمتفوقين

١١ حل كلاً مما يأتي :

$$١ \quad ١ص + ٢ص (١س + ١) + (١س + ١)$$

$$٢ \quad (١س + ١) - ٤ح + (١س + ١) + ٤ح$$

## تحليل الفرق بين المربعين

تعلم أن :  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

ولذلك فإن تحليل المقدار  $a^2 - b^2$  هو :

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

أى أن :  $\underbrace{(a - b)}_{\text{الفرق بين هاتين الكميتين}} \times \underbrace{(a + b)}_{\text{مجموع هاتين الكميتين}} = \underbrace{a^2 - b^2}_{\text{الفرق بين مربعي كميتين}}$

### مثال ١

حلل كلاً مما يأتي :

$$٢٠٥ - ٢٢$$

$$١ - ٢٥$$

$$\frac{١}{٤} - \frac{١}{٩}$$

$$٣ - ٤٩$$

الحل

$$١ - ٢٥ = (٢٥ - ٢٢)(٢٥ + ٢٢) = (٣ - ٢٠٥)(٣ + ٢٠٥)$$

$$٢ - ٢٥ = (٢٥ - ٢٢)(٢٥ + ٢٢) = (٣ - ٢٠٥)(٣ + ٢٠٥)$$

$$= (٣ - ٢٠٥)(٣ + ٢٠٥)$$

$$\begin{aligned}
 3 \quad 49 \text{ س}^2 - 1 &= (\sqrt{49} \text{ س} - \sqrt{1}) (\sqrt{49} \text{ س} + \sqrt{1}) = (7 \text{ س} - 1) (7 \text{ س} + 1) \\
 4 \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{9} &= \left( \frac{1}{2} \sqrt{1} - \frac{1}{3} \sqrt{1} \right) \left( \frac{1}{2} \sqrt{1} + \frac{1}{3} \sqrt{1} \right) = \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)
 \end{aligned}$$

## مثال ٢

حلل كلاً مما يأتي :

$$\begin{array}{l|l}
 1 \quad 2 \text{ س}^2 - 18 & 2 \quad 64 \text{ س}^2 - 2 \text{ س} \\
 3 \quad \frac{1}{4} \text{ س}^2 - 2 & 4 \quad 16 \text{ س}^2 - 81
 \end{array}$$

## الحل

$$1 \quad 2 \text{ س}^2 - 18 = 2 (\text{س}^2 - 9) \quad (\text{إخراج ع. م. ا.})$$

$$2 (\text{س} - 3) (\text{س} + 3)$$

$$2 \quad 64 \text{ س}^2 - 2 \text{ س} = 2 \text{ س} (\text{س}^2 - \frac{1}{32} \text{ س}) \quad (\text{إخراج ع. م. ا.})$$

$$2 \text{ س} (\text{س} - \frac{1}{32}) (\text{س} + \frac{1}{32})$$

$$3 \quad \frac{1}{4} \text{ س}^2 - 2 = \frac{1}{4} (\text{س}^2 - 8) = \frac{1}{4} (\text{س} - 2\sqrt{2}) (\text{س} + 2\sqrt{2})$$

$$4 \quad 16 \text{ س}^2 - 81 = (4 \text{ س} - 9) (4 \text{ س} + 9) \quad (\text{إخراج ع. م. ا.})$$

## مثال ٣

حلل كلاً مما يأتي :

$$1 \quad 25 \text{ س}^2 - 16 \text{ س} + 4 \quad 2 \quad 9 - (\text{س} + \text{ص})^2$$

## الحل

$$1 \quad 25 \text{ س}^2 - 16 \text{ س} + 4 = (5 \text{ س} - 2)^2 \quad (\text{إخراج ع. م. ا.})$$

$$(5 \text{ س} - 2)^2 = (5 \text{ س} - 2) (5 \text{ س} - 2)$$

$$2 \quad 9 - (\text{س} + \text{ص})^2 = [3 - (\text{س} + \text{ص})] [3 + (\text{س} + \text{ص})]$$

$$= (3 - \text{س} - \text{ص}) (3 + \text{س} + \text{ص})$$



## حاول بنفسك ١

حلل كلاً مما يأتي :

$$\boxed{2} \quad 4^2 - 25^2$$

$$\boxed{1} \quad 16^2 - 3^2$$

$$4^2 - 16^2 = (4 + 16)(4 - 16)$$

$$16^2 - 3^2 = (16 + 3)(16 - 3)$$

## مثال ٤

استخدم التحليل لتسهيل إيجاد قيمة كل من :

$$2 \quad 1.4^2 - 1.6^2$$

$$1 \quad 15^2 - 25^2$$

$$4 \quad 48 \times 52$$

$$3 \quad 1 - 99^2$$

الحل

$$1 \quad 15^2 - 25^2 = (15 + 25)(15 - 25) = 40 \times 10 = 400$$

$$2 \quad 1.4^2 - 1.6^2 = (1.4 + 1.6)(1.4 - 1.6) = 3 \times 0.2 = 0.6$$

$$3 \quad 1 - 99^2 = (1 + 99)(1 - 99) = 100 \times 98 = 9800$$

$$4 \quad 48 \times 52 = 2496 = 2^2 - 50^2 = (2 + 50)(2 - 50) = 52 \times 48$$

## حاول بنفسك ٢

استخدم التحليل لتسهيل إيجاد قيمة كل من :

$$\boxed{2} \quad 31 \times 29$$

$$\boxed{1} \quad 75^2 - 25^2$$

١. ....

٢.  $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$

٣.  $(a - b)(a + b)$

٤. ١١٧

٥.  $(a + b)(a - b)(a + b)$

٦.  $(a - b)(a + b)$

# تمارين 4

على تحليل الفرق بين المربعين



[...] أسئلة كتاب الوزارة

١ حلل كلاً مما يأتي :

٣ ١٦ س<sup>٢</sup> - ٩

٢٥ - ٢٠ س<sup>٢</sup>

١ ١٠ س<sup>٢</sup> - ٤

٦ ٢٢٥ س<sup>٢</sup> - ٩ س<sup>٢</sup>

٥ س<sup>٢</sup> - ٤ س<sup>٢</sup>

٤ ٤٩ س<sup>٢</sup> - ١

٩ ٩ - ٢٥ س<sup>٢</sup> + ٢٥

٨ ٩ - س<sup>٢</sup>

٧ ٦٢٥ س<sup>٢</sup> - ٨١ س<sup>٢</sup>

١٢ س<sup>٢</sup> - ١٠٠

١١ ٢ س<sup>٢</sup> - ٢ س<sup>٢</sup> ح<sup>٢</sup>

١٠ ٢ س<sup>٢</sup> - ١

١٥ ٤٠٠ س<sup>٢</sup> - ٢٥٠٠ س<sup>٢</sup>

١٤ ١ س<sup>٢</sup> - ١٦

١٣ ١٦ س<sup>٢</sup> - ٢

٢ حلل كلاً مما يأتي تحليلًا كاملاً :

٣ ٤ س<sup>٢</sup> - ١٠٠

٢ ١٦ س<sup>٢</sup> - ٤

١ س<sup>٢</sup> - ١

٣ حلل كلاً مما يأتي :

٣ س<sup>٢</sup> - س<sup>٢</sup>

٤ ٢٥ س<sup>٢</sup> - س<sup>٢</sup>

١ ٢٢ س<sup>٢</sup> - ٢

٦ ٢٧ س<sup>٢</sup> - ٤٨ س<sup>٢</sup>

٥ س<sup>٢</sup> - س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup>

٤ ٨ س<sup>٢</sup> - ٥٠

٩ ١ س<sup>٢</sup> - ١٨ س<sup>٢</sup>

٨ ٢ س<sup>٢</sup> - ١٦

٧ ٢ س<sup>٢</sup> - ١

١٠ ٤ س<sup>٢</sup> - (٢٢ - س<sup>٢</sup>) - (٢٢ - س<sup>٢</sup>)

٤ حلل كلاً مما يأتي :

٤ ١ - (١ - ٢)

١ ٤ - (٢ + س<sup>٢</sup>)

٤ ٢٤ س<sup>٢</sup> - (١ - س<sup>٢</sup>)

٣ ٩ س<sup>٢</sup> - (٢٢ + س<sup>٢</sup>)

٦ ٢٥ - (١ - م) - (١ + م)

٥ ١ - (١ - س) - (١ + س)

٨ (٢ - ٢) (٢ + ٢) - ٥

٧ ٥ - (٥ + س) - (٥ - س) - (٥ - س)

استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل من :

$$\begin{array}{l} ١ \quad (٧٧) - (٢٣) \quad ٢ \quad (٧٨) - (٧٧) \quad ٣ \quad (١١.٦) - (١.٦) \\ ٤ \quad (٨.٢٧) - (١.٧٣) \quad ٥ \quad (٩٥) - ٢٥ \quad ٦ \quad (٩٩٩) - ١ \\ ٧ \quad (٢٦.١٨) \times ٢ - (٢٣.٨٢) \times ٢ \end{array}$$

باستخدام فكرة تحليل الفرق بين مربعين أوجد قيمة كل من :

$$١ \quad ٢٩ \times ٣١ \quad ٢ \quad ٩٧ \times ١٠٣$$

إذا كان :  $س = ٨$  فأوجد القيمة العددية للمقدار :  $(س + ص) - (س - ص)$

اختصر إلى أبسط صورة :  $(٢ - ١٢) - (٢ + ١٢) + ٢٤$

أكمل ما يأتي :

$$١ \quad (٢س + \quad) (\quad - ٢ص) = ٤س -$$

$$٢ \quad (\quad + ٢م) (\quad - ٢م) = ٢٥س -$$

$$٣ \quad \dots \dots \dots - ٦٤س = (\quad - ٤) (\quad + ٤)$$

$$٤ \quad \text{إذا كان } ٢ = ب - ١, \quad ٣ = ب + ١ \text{ فإن } ٢ - ١ =$$

$$٥ \quad \text{إذا كان : } ٢س - ٢ص = ٢٠, \quad س + ص = ١٠ \text{ فإن } س - ص =$$

$$٦ \quad \text{إذا كان : } ٢ - ١ = ٤٥, \quad ٤ = ب - ١, \quad ٥ = ب + ١ \text{ فإن } \dots \dots =$$

$$٧ \quad \text{إذا كان : } ٢س - ٢ص = ٢٤, \quad س + ص = ٨$$

$$\text{فإن : } ٣س - ٣ص = \dots \dots$$

$$٨ \quad \text{إذا كان : } ٢س - ٢ص = س + ص \text{ فإن : } س - ص =$$

$$٩ \quad \text{إذا كان : } ٢(ب - ١)(ب + ١) = ١٨ \text{ فإن : } ٢ - ١ = \dots \dots$$

$$١٠ \quad \text{إذا كان : } ١ + ب = ٧(ب - ١) = ١٤ \text{ فإن : } ٢ - ١ =$$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$١ \quad \text{إذا كان : } ٢س - ١ = (س - ٣)(س + ٣) \text{ فإن } ١٠ = \dots \dots$$

$$(١) ٢ \quad (ب) ٣ \quad (ج) ٩ \quad (د) ٩-$$

٢ إذا كان :  $س + ٢ = ل - ٤ = (س - ٢) (س + ٢)$  فإن :  $ل = ٢١$   
 (١) صفر (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٨  
 ٣ إذا كان :  $س + ٢ = ٢$  ،  $س - ٢ = ٤$  فإن :  $س = ٢$   
 فإن :  $س - ٢ = ٢$  .....  
 (١) ١٤ (ب) ٩ (ج) ٧ (د) ٦

٤ إذا كان :  $٧ = ب - ٩$  ،  $٥ = ب + ٩$  فإن :  $٢٠ - ٢ - ٢ = ٢٠$   
 (١) ٢ (ب) ١٢ (ج) ٣٥ (د) ٧٠  
 ٥ إذا كان :  $س - ٢ = ١٦$  ،  $س - ٢ = ٢$  فإن :  $س + ٢ = ٢$   
 (١) ٤ (ب) ٨ (ج) ٨٠ (د) ٢

٦ إذا كان :  $٥ = ب + ٩$  ،  $٤ = ب - ٩$  فإن :  $٢ - ٢ = ٢٠$   
 (١) ٢٠ (ب) ١ (ج) ٩ (د) ٢٠

٧ إذا كان :  $٢(٢٥) - ٢(١٥) = ١٠$  فإن :  $س = ١٠$   
 (١) ٤٠ (ب) ٣٠ (ج) ٢٠ (د) ١٠

٨  $(س - ص) (س + ص) = (س - ٢ - ٢) (س + ٢ + ٢) = ٢٠$   
 (١)  $س - ٢$  (ب)  $(س - ص) (س + ص)$  (ج)  $(س - ٢) (س + ٢)$  (د)  $(س - ٢) (س + ٢)$

### تطبيق حذرس

١١ مثلث قائم الزاوية طول وتره ٤١ سم وطول أحد ضلعي القائمة ٤٠ سم  
 استخدم التحليل لحساب طول ضلع القائمة الآخر.

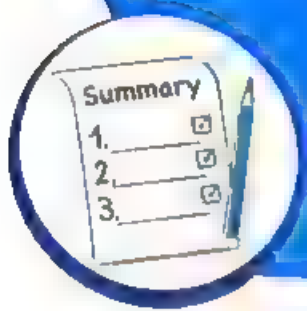
### للمتفوقين

١٢ حل ما يأتي :

١  $(٢ - ٢ + ٢ - ٢) - ٢ = ٢$  ٢  $(٢ + ٢ - ٢) - ٢ = ٢$

١٣ إذا كان :  $س < ص$  ،  $س - ٢ = ٢$  ،  $س + ٢ = ٤$  ،  $س + ٢ = ٨$   
 فأوجد القيمة العددية للمقدار :  $س - ٢$





# ملخص الجزء الأول

من الوحدة الأولى (من درس 1 حتى درس 4)

★ قبل البدء في تحليل المقدار الجبري يجب مراعاة ما يأتي :

- ترتيب حدود المقدار تنازليًا أو تصاعديًا حسب أسس أحد الرموز المعطاة ، ويفضل تنازليًا.
- إخراج ع.م.أ بين حدود المقدار.
- فك الأقواس واختصار المقدار الجبري.

★ تحليل المقدار الثلاثي على الصورة :  $س^2 + ب س + ح$  هو كتابته في صورة حاصل ضرب عاملين بحيث :

- الحد الأول في كل منهما يساوي  $س$
- الحدان الآخران فيهما هما عددان ، حاصل ضربهما  $ح$  وهو الحد الأخير في المقدار الثلاثي ، ومجموعهما  $ب$  وهو معامل  $س$  في المقدار الثلاثي.

★ عند تحليل المقدار :  $س^2 + ب س + ح$  على الصورة  $(س + ل)(س + م)$  فإنه :

١ إذا كانت  $ح$  موجبة (أي حاصل ضرب العددين موجب) فإن :

ل ، م لهما نفس إشارة  $ب$

٢ إذا كانت  $ح$  سالبة (أي حاصل ضرب العددين سالب) فإن :

ل ، م مختلفان في الإشارة وأكبرهما (عدديًا) له نفس إشارة  $ب$

★ لتحليل المقدار الثلاثي :  $س^2 + ب س + ح$  حيث  $(١ \neq \pm ١)$  اتبع ما يلي :

١ حلل  $س^2$  إلى عاملين «ل س ، م س»

واكتبهما داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

$$\begin{array}{cc} (ل س + & ) \\ & \times \\ (م س + & ) \end{array}$$

٢ حلل الحد الأخير في المقدار الثلاثي ( $ح$ ) إلى عاملين «هـ ، هـ»

واكتبهما أيضًا داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

٣ أوجد (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين) فإذا كان المجموع مساويًا للحد

الوسط في المقدار الثلاثي كان التحليل صحيحًا ، وإذا لم يكن قُم بمحاولات أخرى للوصول

إلى التحليل الصحيح.

### ☆ تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل :

إذا كان المقدار الثلاثي مربعًا كاملاً مرتبًا ترتيبًا تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى أحد رموزه

فإنه يمكن تحليله على الصورة :  $(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}})^2$

مع ملاحظة أن :

الإشارة بين الحدين داخل القوس تكون مماثلة لإشارة الحد الأوسط في المقدار الثلاثي.

### ☆ كيفية إيجاد حد ناقص من حدود مقدار ثلاثي مربع كامل :

١ إيجاد الحد الأوسط : الحد الأوسط  $= \pm 2 \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$

٢ إيجاد الحد الأول : الحد الأول  $= \frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{4 \times \text{الحد الثالث}}$

٣ إيجاد الحد الثالث : الحد الثالث  $= \frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{4 \times \text{الحد الأول}}$

### ☆ تحليل الفرق بين مربعين :

الفرق بين مربعي كميتين = مجموع هاتين الكميتين  $\times$  الفرق بين هاتين الكميتين.

$$\text{أي أن : } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$



# امتحانات على الجزء الأول

## من الوحدة الأولى (من درس ٦ على درس ١)

### اللمودج الأول

اجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $s^2 + 4s + 49$  مربعاً كاملاً فإن :  $k = \dots\dots\dots$

(١) ٧ (ب) ٧- (ج)  $7 \pm$  (د)  $14 \pm$

٢ إذا كان :  $s + 2$  ص  $4 = s^2 - 4$  ص  $20 =$  فإن :  $s - 2$  ص  $\dots\dots\dots$

(١) ٤ (ب) صفر (ج) ٥ (د) ٨٠

٣ إذا كان المقدار :  $s^2 + 5s + 4$  قابلاً للتحليل فإن ؟ يمكن أن تساوى  $\dots\dots\dots$

(١) ٦ (ب) ٨ (ج) ١٠ (د) ١٢

٤ إذا كان المقدار :  $s^2 + 16s + 16$  مربعاً كاملاً فإن :  $b = \dots\dots\dots$

(١) ٨ (ب) ٢٥ (ج) ١٦ (د) ٦٤

٥ إذا كان :  $2s^2 + 3s - 2 = (2s + 3)(s - 1)$  فإن :  $h = \dots\dots\dots$

(١) ٣ (ب) ١ (ج) ٢- (د) ٤

٦ إذا كان :  $s^2 - 3s + 4 = (s - 5)(2 + s)$  فإن :  $a = \dots\dots\dots$

(١) ٣- (ب) ٥ (ج) ١٠- (د) ٤

٢ أكمل ما يأتي :

١  $s^2 - \dots\dots\dots = (s + 9)(s - 9)$

٢  $\dots\dots\dots - 23) = 2(\dots\dots\dots + 12$

٣  $(\dots\dots\dots + s) = (2 - s)(\dots\dots\dots + 15$

٤. إذا كان :  $س^2 - ١٠ + ٤ = (س - ٣)(س + ٣)$  فإن :  $٤ = ..$   
 ٥. إذا كان :  $(س - ٣)$  أحد عاملي المقدار :  $س^2 + ٢س - ١٥$   
 فإن العامل الآخر هو .....

٣ حلل كلاً مما يأتي تحليلًا تامًا :

٢  $س^2 - ١٠س - ٨$

١  $س^2 - ٧س - ٨$

٤  $س^2 + ١٢س + ٩$

٣  $س^2 - ٢س - ٨$

٤ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتي :

١  $٩٩^2 - ٩٩ \times ٩٧ + ٩٧^2$

٢  $٧٨^2 - ٢٢^2$

٥ مستطيل مساحته  $(س^2 + ١٠س + ٢٤)$  سم<sup>٢</sup> وطوله  $(س + ٦)$  سم  
 أوجد كلاً من عرضه ومحيطه بدلالة س

### ٥ النموذج الثاني

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $س^2 - م = (س - ٧)(س + ٧)$  فإن :  $م = .....$

(١) ٧ (ب) -٧ (ج) ٤٩ (د) -٤٩

٢ المقدار :  $س^2 - ٣٦س + ٣٦$  يكون مربعاً كاملاً عندما ؟ = .....

(١) ٣ (ب) ٦ (ج) ٩ (د) ٤

٣ إذا كان :  $س^2 - ٤س + ١٢ = (س - ٢)(س - ٤)$  فإن :  $٤ = .....$

(١) ١ (ب) ٥ (ج) ١٢ (د) ٧

٤ إذا كان  $٢س^٢ - ٣س - ٢٥ = (٢س + ١)(س - ٥)$  فإن :  $٢ = \dots\dots\dots$

(١) ٥ (ب) ٧ (ج) ١٠ (د) ٢

٥ إذا كان :  $٢س + ١ = ٥$  ،  $٢ = ٢٥ - ٢س$  فإن :  $٢ = ٥ - \dots\dots\dots$

(١) ٩ (ب) ١٦ (ج) ٢ (د) ٤

٦ إذا كان :  $٢س^٢ + ١س + ٦٤$  مربعاً كاملاً فإن :  $١س = \dots\dots\dots$

(١) ٨ (ب) ١٦ (ج) ٣٢ (د) ٦٤

٢ أكمل ما يأتي :

١ إذا كان :  $٢س + ١ = ٥$  ،  $٤ = ١ - ٢س$  فإن :  $٢س - ١ = \dots\dots\dots$

٢ إذا كان :  $٢س^٢ + ١س = ١٧$  ،  $٩ = ١س - ١$  فإن :  $(١س - ١) = \dots\dots\dots$

٣ إذا كان :  $(٢س - ١)$  أحد عاملي المقدار :  $٢س^٢ + ٩س - ٥$

فإن العامل الآخر هو  $\dots\dots\dots$

٤  $(٢س + \dots\dots\dots) (١س - \dots\dots\dots) = ٩س^٢ - \dots\dots\dots$

(٥)  $٢س^٢ + ١س - ٦ = (٢س + \dots\dots\dots) (\dots\dots\dots)$

٣ حلل كلاً مما يأتي تحليلًا تاماً :

$$[٢] \quad ٢٥س^٢ - ١٠س + ١$$

$$[١] \quad ١٠س - ٢١ + ٢س^٢$$

$$[٤] \quad ٥س^٢ - ٧س + ٢$$

$$[٣] \quad ٨س^٢ - ٥٠$$

٤ مستطيل مساحته  $(٥س^٢ - ١٨س + ١٦)$  سم<sup>٢</sup> أوجد بعدين ممكنين له بدلالة  $س$

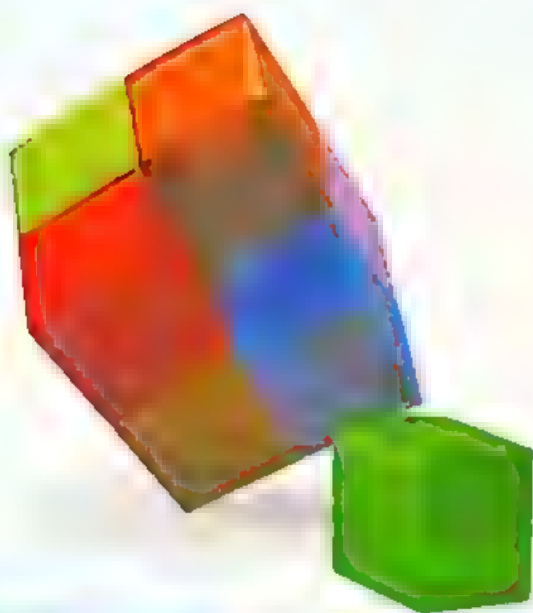
، ثم أوجد محيطه عندما  $١ = ٥$

٥ حلل كلاً مما يأتي :

$$[٢] \quad (٢س + ١ - ٢س) - (٢س - ١ - ٢س)$$

$$[١] \quad ١س^٢ - ٤س - ٤س^٢ + ٢س^٢$$





## الدرس

## 5

## تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما

أولاً: تحليل مجموع المتغيرات

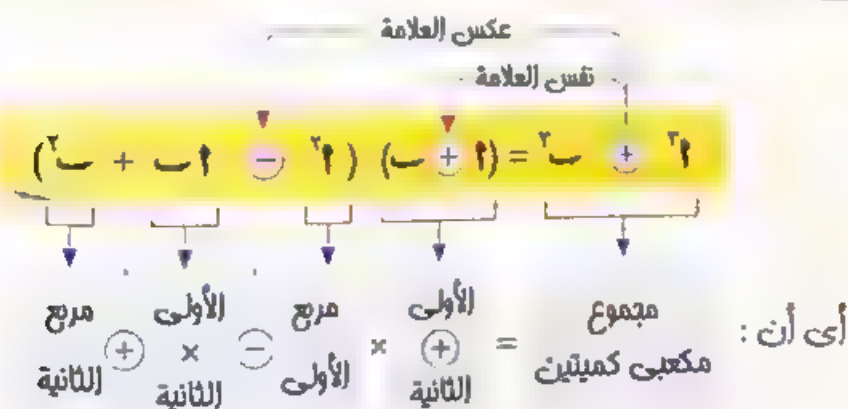
• تعلم أن :  $(x^2 + x - 2)(x - 1) = (x^2 + x - 2)(x + 1)$

$$1 + 1 - 1 + 1 + 1 - 1 =$$

$$\tau_u + \tau_p =$$

والمقدار  ${}^2_1 + {}^2_2$  هو مجموع المعنيين  ${}^2_1$ ،  ${}^2_2$

**وبصفا عامه**



فمثلاً:  $(2 + 2 \times 3 - 3)(2 + 3) = 2 + 3 = 5$

$$(4 + 5 - 2 - 3)(2 + 5) =$$

## ثانياً: تحليل الفرق بين المكعبين

تعلم أن:  $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 =$$

والمقدار  $a^2 + ab + b^2$  هو الفرق بين المكعبين  $a^3$ ،  $b^3$

### وبصفة عامة

$$(a^3 - b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

أي أن: الفرق بين مكعبين مكعبين = الأول  $\times$  مربع الأول  $+$  الأول  $\times$  الثاني  $+$  مربع الثاني

العلامة عكس العلامة

فمثلاً:  $a^3 - b^3 = 27 - 8 = (3 - 2)(3^2 + 3 \times 2 + 2^2) = (3 - 2)(9 + 6 + 4) = (3 - 2)(19) = 57$

$$(3 - 2)(9 + 6 + 4) =$$

### مثال ١

حلل كلاً مما يأتي تحليلًا كاملاً:

|                      |             |              |
|----------------------|-------------|--------------|
| $8x^3 + \frac{1}{8}$ | $27x^3 - 8$ | $125 + 8x^3$ |
| $6(x^3 + 8)$         | $5 - 4x^3$  | $4x^3 - 64$  |

### الحل

$$1 \quad 8x^3 + 125 = (2x + 5)(4x^2 - 10x + 25)$$

$$= (2x + 5)(4x^2 - 10x + 25)$$

$$= (2x + 5)(4x^2 - 10x + 25)$$

$$2 - 2(12) = 2 - 24 \quad 2$$

$$(2 + 2 \times 12 + 2(12))(2 - 12) =$$

$$(2 + 24 + 24)(2 - 12) =$$

$$2\left(\frac{1}{4}\right) + 2(2) = \frac{1}{4} + 2 \quad 3$$

$$\left(2\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4} \times 2 - 2(2)\right)\left(\frac{1}{4} + 2\right) =$$

$$\left(\frac{1}{2} + 2 - 4\right)\left(\frac{1}{4} + 2\right) =$$

$$2(2) - 2(4) = 2 - 6 \quad 4$$

$$(2(2) + 2 \times 4 + 2(4))(2 - 4) =$$

$$(2 + 8 + 8)(2 - 4) =$$

$$5. \quad 4 - 5 = 5 - 8 \quad (إخراج ع. م. ا)$$

$$5 = (5 - 2)(1 + 2 + 4)$$

$$6. \quad (2 + 2) + 2 = (2 + 2)(2 + 2) - 2(2 + 2) + 2$$

$$= (2 + 2)(2 + 2) - 2(2 + 2) + 2 = 4 - 4 + 2 = 2$$

$$= (2 + 2)(2 + 2) - 2(2 + 2) + 2 = 4 - 4 + 2 = 2$$

### حاول

حلل كلا مما يأتي تحليلًا كاملاً:

$$27 - 8 \quad 2$$

$$1 - 64 \quad 1$$

$$4 - 5 \quad 4$$

$$3 - 16 \quad 3$$

## مثال ٢

حل ما يأتي تحليلًا كاملاً :  $ص^6 - ٦٤$

### الحل

$$ص^6 - ٦٤ = (ص^٣ + ٨)(ص^٣ - ٨) \quad \text{«فرق بين مربعين»}$$

$$= (ص + ٢)(ص^٢ - ٢ص + ٤)(ص - ٢)(ص^٢ + ٢ص + ٤)$$

$$\times (ص - ٢)(ص^٢ + ٢ص + ٤) \quad \text{«مجموع وفرق مكعبين»}$$

### ملاحظة

إذا قمت بتحليل المقدار :  $ص^٦ - ٦٤$  أولاً كفرق بين مكعبين فإن التحليل يصعب استكمالهُ ليكون تحليلًا تاماً ، وفي مثل هذه الحالة نقوم بتحليل المقدار أولاً كفرق بين مربعين.

٢٢

## مثال ٣

إذا كان :  $ص + س = ٦$  ،  $ص^٢ - س^٢ = ١٢$  ،  $ص^٣ + س^٣ + ص + س = ٢٨$  ،  
فأوجد قيمة :  $ص^٢ - س^٢$

### الحل

$$\because ص^٢ - س^٢ = ١٢ \quad \therefore (ص + س)(ص - س) = ١٢$$

$$\because ص + س = ٦ \quad \therefore ٦(ص - س) = ١٢$$

$$\therefore ص - س = ٢$$

$$\therefore ص^٢ - س^٢ = (ص - س)(ص + س) = ٢ \times ١٢ = ٢٤$$

$$١) (١ - ٢ + ١)(١ - ٢ + ١)$$

$$٢) (١ - ٣ + ١)(١ - ٣ + ١)$$

$$٣) (١ - ٢ + ١)(١ - ٢ + ١)$$

$$٤) (١ - ٣ + ١)(١ - ٣ + ١)$$

الاجابة

٢٤

# تمارين 5

على تحليل مجموع المكعبات والفرق بينهما



أسئلة كتاب الوزارة

حلل كلاً مما يأتي :

١-٢ [٢]

١٢٥ - ٢ [٤] ٨ - ٢

٢٧ - ٢ [٦] م

١٢ - ٢ [٨] ص - ٢

٢٧ - ٢ [١٠] ص - ٢ ٦٤ - ٢

١ - ٢ [١٢] ل - ١٢٥

٢٧ - ٢ [١٤] م - ٢

٢٤٣ - ٢ [١٦] ص - ٨

٦٤ - ٢ [١٨]

٨ + ٢ [١]

٢٧ + ٢ [٣]

١٢٥ + ٢ [٥]

٦٤ + ٢ [٧] م - ٢

٢٧ + ٢ [٩] ص - ٢

٨ - ٢ [١١] ١ - ٢

٨ + ٢ [١٣]

١٢٥ + ٢ [١٥]

٢٧ + ٢ [١٧] ص - ٢

حلل كلاً مما يأتي :

٨١ - ٢ [٢] ٣ - ٢

٢٧ - ٢ [٤] ل - ٢ م

٥٤ - ٢ [٦] ص - ٢

١٦ + ٢ [٨] ٦٨٦ - ٢

٥٠٠ - ٢ [١٠] ص - ٢ ٢٥٦ - ٢ ص - ٢

٩ - ٢ [١٢] ١ - ٢

١٦ + ٢ [١] ٢ - ٢

٦٤ + ٢ [٣] ل - ٢

٣ + ٢ [٥] ص - ٢

١٦ + ٢ [٧] ص - ٢ ٢٥٠ - ٢

٥٤ - ٢ [٩] ص - ٢ ١٦ - ٢ ص - ٢

٩ + ٢ [١١] ١ - ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ [١] إذا كان : ص + ص = ٢ ، ص - ص + ص = ٥

فإن : ص + ص = ٢

(١) ١٥

(ب) ٢٥

(ج) ٨

(د) ٧



١ إذا كان :  $س^2 - ص^2 = ١٤$  ،  $س + ص + س^2 = ٧$

فإن :  $س - ص = \dots$

(١) ٢ (ب) ٧ (ج) ١٤ (د) ٢٠

٢ إذا كان :  $س^2 + ص^2 = ٢٨$  ،  $س + ص = ٢$

فإن :  $س - ص + ص^2 = \dots$

(١) ٢٨ (ب) ١٤ (ج) ٢ (د) ٧

٤ إذا كان :  $س^2 - ١ = (ص - ٢)(ص^2 + ٢ + ٤)$  فإن :  $١ = \dots$

(١) ٢ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ٨٠

٥ إذا كان :  $س^2 - ٨ = (س + ١)(س^2 + ٢ + ٤)$  فإن :  $١ = \dots$

(١) ٤ (ب) ٤- (ج) ٢ (د) ٢-

٦ إذا كان :  $س^2 + ٢٧ = (س + ٣)(س^2 + ٩ + ١)$  فإن :  $ل = \dots$

(١) ٦- س (ب) ٢- س (ج) ٣ س (د) ٦ س

٧ إذا كان :  $س^2 - ل = (س - ل)(س^2 + ٤ س + ١)$  فإن :  $ل = \dots$

(١) ٢ (ب) ٤ (ج) ١٦ (د) ٦٤

٨  $(س - ص)(س + ص)(س^2 + س + ١) = \dots$

(١)  $س^2 - ص^2$  (ب)  $س^2 + ص^2$

(ج)  $س^3 - ص^3$  (د)  $س^3 + ص^3$

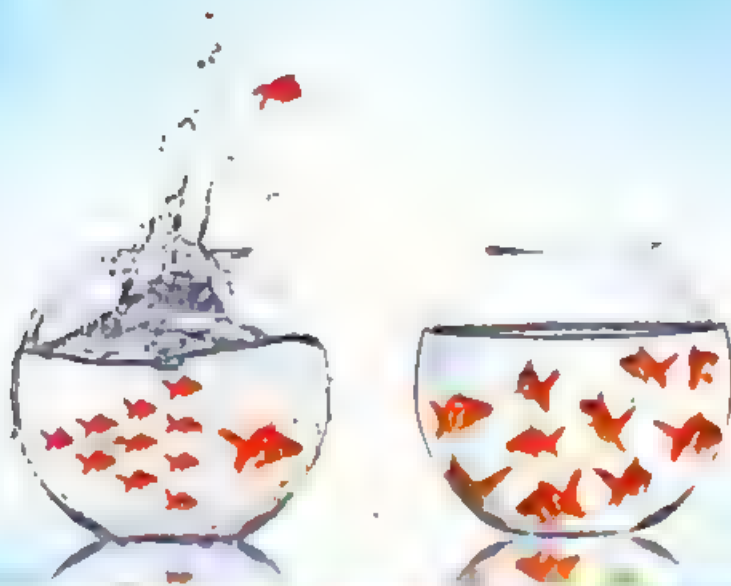
٤ أكمل كلاً مما يأتي لتحصل على عبارة صحيحة :

١  $(\dots) (١ - س) = ١ - س^2$

٢  $(\dots + \dots) = ١٢٥ + ٢٨$

٣  $(\dots + \dots) = ١٢ ص + ١٠ س$





الدرس

6

## التحليل بالتقسيم

يمكن تحليل المقدار الجبري المكون من أربعة حدود باستخدام إحدى الطريقتين الآتيتين :

### الطريقة الأولى

يُقسم المقدار الجبري المكون من أربعة حدود إلى مقدارين كل منهما يتكون من حدين بحيث نستطيع إيجاد عامل مشترك بينهما كما في الأمثلة التالية.

#### مثال ١

حلل :  $١س + ١ص + بس + بص$

الحل

$$١س + ١ص + بس + بص = (١س + ١ص) + (بس + بص) \text{ (الدمج)}$$

$$= ١(س + ص) + ب(س + ص)$$

$$= (س + ص)(١ + ب)$$

ملأ آخر :

$$١س + ١ص + بس + بص = (١س + ١ص) + (بس + بص) \text{ (الإبدال والدمج)}$$

$$= س(١ + ب) + ص(١ + ب)$$

$$= (س + ص)(١ + ب)$$

### مثال 2

حلل :  $٢٢ - ٢ + ٢ - ٢٤$

**الحل**

إذا قسّمت المقدار كما يلي :  $٢٢ - ٢ + ٢ - ٢٤ = (٢٢ - ٢) + (٢ - ٢٤)$   
 $٢ = (٢ - ٢٤) + (٢ - ٢)$

فإنك تلاحظ عدم وجود عامل مشترك بين :  $(٢ - ٢٤)$  ،  $(٢ - ٢)$

لذلك حاول التقسيم مرة أخرى وليكن كما يلي :

$٢٢ - ٢ + ٢ - ٢٤ = (٢٢ - ٢) + (٢ - ٢٤) = (٢٢ - ٢) + (٢ - ٢٤)$  (الإبدال والدمج)

$$٢ = (٢٢ - ٢) - (٢ - ٢٤)$$

$$٢ = (٢٢ - ٢) - (٢ - ٢٤)$$

لاحظ أن

$$٢٢ - ٢ = ٢٠$$

لاحظ أننا حصلنا من هذا التقسيم على عامل مشترك هو :  $(٢٢ - ٢)$  لذلك نكمل

بإخراج العامل المشترك فيكون :  $٢٢ - ٢ + ٢ - ٢٤ = (٢٢ - ٢)(٢ - ٢)$

بالتدريب سوف لا تجد صعوبة في اختيار التقسيم المناسب من البداية.

### مثال 3

حلل :  $١ - ٢ - ٢٧ + ٢ - ٢٤ - ٢٠$

**الحل**

$$١ - ٢ - ٢٧ + ٢ - ٢٤ - ٢٠ = (١ - ٢) + (٢ - ٢٤) + (٢ - ٢٠)$$

$$= (١ - ٢) + (٢ - ٢٤) + (٢ - ٢٠) = (١ - ٢) + (٢ - ٢٤) + (٢ - ٢٠)$$

$$= (١ - ٢) + (٢ - ٢٤) + (٢ - ٢٠)$$

$$= (١ - ٢) + (٢ - ٢٤) + (٢ - ٢٠) = (١ - ٢) + (٢ - ٢٤) + (٢ - ٢٠)$$

$$= (١ - ٢) + (٢ - ٢٤) + (٢ - ٢٠) = (١ - ٢) + (٢ - ٢٤) + (٢ - ٢٠)$$

تابع أثر :

$$س^3 - 2س^2 + 9س - 27 + (س^2 + 27) = س^3 - 2س^2 + 9س - 27 + س^2 + 27$$

$$= (س + 3)(س^2 - 2س + 9) - (س + 3)(س^2 - 2س + 9)$$

$$= (س + 3)(س^2 - 2س + 9 - س^2 + 2س - 9)$$

$$= (س + 3)(س^2 - 2س + 9 - س^2 + 2س - 9) = (س + 3)(0) = 0$$

$$= (س + 3)(س - 3) = 0$$

$$س^3 - 4س^2 + 5س - 10 = (س^2 - 4س + 5) + (-س + 10)$$

$$= (س - 2)(س + 2) - (س - 2)(س + 2) = (س - 2)(س + 2 - س - 2) = 0$$

مثال ٤

حلل :  $س^3 - 12س^2 + 18س - 12$

الحل

لاحظ أن ٢ من عامل مشترك بين حدود المقدار لذلك ابدأ أولاً بإخراج العامل المشترك

ثم قسّم المقدار كما يلي :

$$س^3 - 12س^2 + 18س - 12 = س^2(س - 12) + 18س - 12$$

$$= 2س(س - 6) + 6(3س - 2) = 2س(س - 6) + 6(3س - 2)$$

$$= 2س(س - 6) + 6(3س - 2) = 2س(س - 6) + 6(3س - 2)$$

$$= 2س(س - 6) + 6(3س - 2) = 2س(س - 6) + 6(3س - 2)$$

حاول بنفسك

$$س^3 - 2س^2 + 9س - 27$$

$$س^3 - 4س^2 + 5س - 10$$

$$س^3 - 2س^2 + 9س - 27$$

## الطريقة الثانية

يُقسم فيها المقدار الجبري المكون من أربعة حدود إلى مقدار ثلاثي (ويجب أن يكون مربعاً كاملاً) والحد الرابع يجب أيضاً أن يكون مربعاً كاملاً ، بحيث يمكن تحليل المقدار الأصلي كفرق بين مربعين ، والمثال التالي يوضح ذلك.

## مثال ٥

حلل كلاً مما يأتي :

$$١ \text{ س}^٢ - ١٠ \text{ س} + ٢٥ \text{ ص} + ٢٥ \text{ ص}^٢ - ٢٦ \text{ س} \quad ٢ \text{ س}^٢ + ٩ \text{ ص} + ٢٥ \text{ ص}^٢ - ٦ \text{ س} + ٢٥ \text{ ص}^٢$$

الحل

$$١ \text{ س}^٢ - ١٠ \text{ س} + ٢٥ \text{ ص} + ٢٥ \text{ ص}^٢ - ٢٦ \text{ س} = (١ \text{ س}^٢ - ١٠ \text{ س} + ٢٥ \text{ ص}^٢) - ٢٦ \text{ س}$$

$$= (١ \text{ س}^٢ - ١٠ \text{ س} + ٢٥ \text{ ص}^٢) - ٢٦ \text{ س}$$

$$= (١ \text{ س}^٢ - ١٠ \text{ س} + ٢٥ \text{ ص}^٢) - ٢٦ \text{ س}$$

$$٢ \text{ س}^٢ + ٩ \text{ ص} + ٢٥ \text{ ص}^٢ - ٦ \text{ س} + ٢٥ \text{ ص}^٢ = (٢ \text{ س}^٢ + ٩ \text{ ص} + ٢٥ \text{ ص}^٢) - ٦ \text{ س}$$

$$= (٢ \text{ س}^٢ + ٩ \text{ ص} + ٢٥ \text{ ص}^٢) - ٦ \text{ س}$$

$$= (٢ \text{ س}^٢ + ٩ \text{ ص} + ٢٥ \text{ ص}^٢) - ٦ \text{ س}$$

## حاول بنفسك ٢

حلل : ١ س<sup>٢</sup> - ٢ س + ٢ ص + ٢ ص<sup>٢</sup> - ح<sup>٢</sup> ٢ ١٦ س<sup>٢</sup> - ٢ - ٢٦ + ٢٦ - ١ - ٢

$$١ \text{ س}^٢ - ٢ \text{ س} + ٢ \text{ ص} + ٢ \text{ ص}^٢ - \text{ح}^٢$$

$$٢ ١٦ \text{ س}^٢ - ٢ - ٢٦ + ٢٦ - ١ - ٢$$

$$١ \text{ س}^٢ - ٢ \text{ س} + ٢ \text{ ص} + ٢ \text{ ص}^٢ - \text{ح}^٢$$

$$٢ ١٦ \text{ س}^٢ - ٢ - ٢٦ + ٢٦ - ١ - ٢$$

$$١ \text{ س}^٢ - ٢ \text{ س} + ٢ \text{ ص} + ٢ \text{ ص}^٢ - \text{ح}^٢$$

$$٢ ١٦ \text{ س}^٢ - ٢ - ٢٦ + ٢٦ - ١ - ٢$$



# تمارين 6

على التحليل والتقسيم

اختبار  
تفاعلي



أسئلة كتاب الوزارة

١ حل كل مما يأتي تحليلًا كاملاً :

- |                             |                               |
|-----------------------------|-------------------------------|
| ١ [١] أ س + ب س + ج ص + د ص | ٢ أ ب - ب د + د هـ - هـ و     |
| ٢ [٢] أ س + ج س + د ص + هـ  | ٣ [٣] أ م - م هـ + هـ م - م و |
| ٣ [٣] أ س - ج ص - د ص + هـ  | ٤ [٤] أ م - م هـ + هـ م - م و |
| ٤ [٤] أ س - ج ص - د ص + هـ  | ٥ [٥] أ م - م هـ + هـ م - م و |
| ٥ [٥] أ س - ج ص - د ص + هـ  | ٦ [٦] أ م - م هـ + هـ م - م و |
| ٦ [٦] أ س - ج ص - د ص + هـ  | ٧ [٧] أ س - ج ص - د ص + هـ    |
| ٧ [٧] أ س - ج ص - د ص + هـ  | ٨ [٨] أ س - ج ص - د ص + هـ    |
| ٨ [٨] أ س - ج ص - د ص + هـ  | ٩ [٩] أ س - ج ص - د ص + هـ    |
| ٩ [٩] أ س - ج ص - د ص + هـ  | ١٠ [١٠] أ س - ج ص - د ص + هـ  |

٢ حل كل مما يأتي تحليلًا كاملاً :

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| ١ [١] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   | ٢ [٢] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   |
| ٢ [٢] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   | ٣ [٣] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   |
| ٣ [٣] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   | ٤ [٤] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   |
| ٤ [٤] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   | ٥ [٥] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   |
| ٥ [٥] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   | ٦ [٦] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   |
| ٦ [٦] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   | ٧ [٧] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   |
| ٧ [٧] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   | ٨ [٨] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   |
| ٨ [٨] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   | ٩ [٩] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   |
| ٩ [٩] أ ح + ح د + د هـ + هـ و   | ١٠ [١٠] أ ح + ح د + د هـ + هـ و |
| ١٠ [١٠] أ ح + ح د + د هـ + هـ و | ١١ [١١] أ ح + ح د + د هـ + هـ و |
| ١١ [١١] أ ح + ح د + د هـ + هـ و | ١٢ [١٢] أ ح + ح د + د هـ + هـ و |

٣ حل كل مما يأتي تحليلًا كاملاً :

- |                     |                       |
|---------------------|-----------------------|
| ١ [١] أ + ب + ج + د | ٢ [٢] أ + ب + ج + د   |
| ٢ [٢] أ + ب + ج + د | ٣ [٣] أ + ب + ج + د   |
| ٣ [٣] أ + ب + ج + د | ٤ [٤] أ + ب + ج + د   |
| ٤ [٤] أ + ب + ج + د | ٥ [٥] أ + ب + ج + د   |
| ٥ [٥] أ + ب + ج + د | ٦ [٦] أ + ب + ج + د   |
| ٦ [٦] أ + ب + ج + د | ٧ [٧] أ + ب + ج + د   |
| ٧ [٧] أ + ب + ج + د | ٨ [٨] أ + ب + ج + د   |
| ٨ [٨] أ + ب + ج + د | ٩ [٩] أ + ب + ج + د   |
| ٩ [٩] أ + ب + ج + د | ١٠ [١٠] أ + ب + ج + د |

٤ حلل كلاً مما يأتي تحليلًا كاملاً :

١ [١]  $4m^2 - 9m + 6m - 1$

[١]  $s^3 - s^2 - s + 1$

[٢]  $121s^4 - 100s^2 - 20s - 1$

### للمتفوقين

٥ حلل كلاً مما يأتي تحليلًا كاملاً :

[٢]  $2s^2 - (s+3) - 18s - 54s$

[٣]  $2s^2 - (s-5) - 17s - (5-s) - 18s + 90$

٦ حلل كلاً مما يأتي تحليلًا كاملاً :

[١]  $s^4 - 4s^3 + s^2 - 2s + 4s$

[٢]  $2s^3 - 10s^2 - 72s - 8s$

[٣]  $2 - 2 + 2$

[٤]  $4 + 2 + 2$

**الآن**

يمكنك  
حل الاختبارات التفاعلية  
عن طريق قراءة كود QR Code

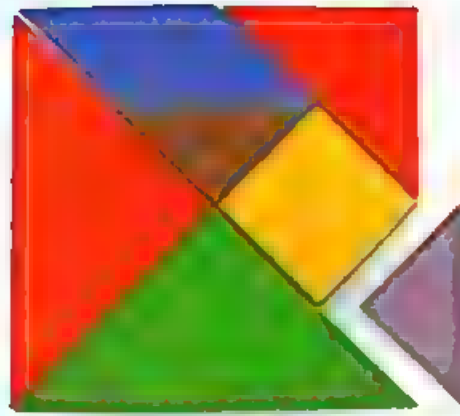
من خلال

١

٢

فتح البرنامج ثم تصوير QR code الموجود بكل تمرين

تحميل برنامج QR reader للموبايل



الدرس

7

## التحليل بإكمال المربع

\* نعلم أن المقدار الثلاثي المربع الكامل يتميز بما يلي :

١) الحد الأول : مربع كامل.

٢) الحد الثالث : مربع كامل.

٣) الحد الأوسط =  $\pm 2 \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$

ويتم تحليله على الصورة :  $\left( \sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}} \right)^2$

\* وتوجد بعض المقادير التي هي ليست مربعات كاملة ولكن يمكن إكمالها لتكتب على الصورة :

مقدار ثلاثي مربع كامل - مربع كامل

ثم نقوم بتحليلها عن طريق تحليل الفرق بين مربعين.

وهذه الطريقة تُسمى التحليل بإكمال المربع.

\* والمقادير التي نحتاج في تحليلها إلى استخدام هذه الطريقة تشتمل على حدين على الأقل كل

منهما مربع كامل وأُس الرمز في كل من هذين الحدين (إن وجد) ٤ أو مضاعفاتها.

## طريقة التحليل بإكمال المربع

١ نُضيف إلى المقدار المعطى ضعف حاصل ضرب جذري الحدين المربعين ثم نطرحه مرة لا يتغير المقدار.

٢ باستخدام الإبدال والدمج نعيد ترتيب حدود المقدار حتى نصل إلى الصورة :

مقدار ثلاثي مربع كامل - مربع كامل

٣ نحلل المقدار الناتج كفرق بين مربعين.

٤ إن أمكن نحلل المقادير الناتجة حتى يكون التحليل كاملاً.

والأمثلة التالية توضح الخطوات السابقة.

## مثال ١

حلل كلاً من المقدارين الآتين : ١  $4x^2 + 4x + 1$  ٢  $2x^2 - 16x + 16$

## الحل

١ أضف إلى المقدار المعطى :  $2 \times \sqrt{4x^2} \times \sqrt{1} = 4x$  أي :  $4x^2 + 4x + 1$

ثم اطرحه حتى لا يتغير المقدار المعطى

$$\therefore 4x^2 + 4x + 1 = 4x^2 + 4x + 1 + (-4x - 4x + 16) = 4x^2 + 4x + 1 - 4x - 4x + 16$$

$$= (4x^2 + 4x + 1) - (4x + 4x - 16) = (4x^2 + 4x + 1) - (8x - 16)$$

$$= \boxed{\text{مقدار ثلاثي مربع كامل}} - \boxed{\text{مربع كامل}}$$

$$= (2x + 1)^2 - (2)^2$$

$$= (2x + 1)^2 - 2^2 = (2x + 1 + 2)(2x + 1 - 2) = (2x + 3)(2x - 1)$$

$$\therefore 2x^2 - 16x + 16 = (x - 4)(x + 4) \quad \text{٢}$$

،  $(x - 4)(x + 4)$  يمكن تحليله كفرق بين مربعين كالتالي :

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

∴ (س + ٤) يمكن تحليله بإكمال المربع كالتالي :

أضف :  $2 \times \sqrt{س} \times \sqrt{٤} = ٤\sqrt{س}$  أي  $٤س$  ثم اطرحه

$$\therefore س + ٤ = س + ٤ + ٤س - ٤س$$

$$= (س + ٤س + ٤) - ٤س \quad (\text{الإبدال والدمج})$$

$$= \boxed{\text{مقدار ثلاثي مربع كامل}} - \boxed{\text{مربع كامل}}$$

$$= (س + ٢)^2 - (٢س)^2$$

$$= (س + ٢ + ٢س) (س + ٢ - ٢س) \quad (\text{تحليل فرق بين مربعين}) (٣)$$

من (١) ، (٢) ، (٣) :

$$\therefore س - ١٦ = (س + ٢س + ٢) (س - ٢س + ٢) (س + ٢ - ٢س)$$

## مثال ٢

حلل كلاً مما يأتي :

$$\begin{array}{l|l} ١ \text{ س} + ٢س + ٢س + ١ & ٢ \text{ س} - ١٩س + ٩س \\ ٣ \text{ س} - ٢٧س - ٢٠س + ٢س & \end{array}$$

## الحل

١ نضيف  $2 \times \sqrt{س} \times \sqrt{١} = ٢\sqrt{س}$  أي  $٢س$  ثم نطرحه

$$\therefore س + ٢س + ٢س + ١$$

$$= (س + ٢س + ٢س + ١) - ٢س - ٢س$$

$$= (س + ٢س + ٢س + ١) - (٢س + ٢س) \quad (\text{الإبدال والدمج})$$

$$= (س + ٢س + ٢س + ١) - (٢س + ٢س)$$

$$= \boxed{\text{مقدار ثلاثي مربع كامل}} - \boxed{\text{مربع كامل}}$$

$$= (س^2 + س) - (س) =$$

$$= (س^2 + س - س) (س^2 + س + س) =$$

٢ أضف  $2 \times \sqrt{س} \times \sqrt{9س}$  أي  $6س$  ثم اطرحه

$$\therefore س^2 - 19س + 9س^2$$

$$= س^2 - 19س + 9س^2 + 6س - 6س - 6س + 6س$$

$$= (س^2 - 19س + 9س^2) + (6س - 6س - 6س + 6س)$$

$$= (س^2 - 19س + 9س^2) - (6س - 6س - 6س + 6س)$$

$$= \boxed{\text{مقدار ثلاثي مربع كامل}} - \boxed{\text{مربع كامل}}$$

$$= (س^2 + 2س) - (5س) =$$

$$= (س^2 + 2س - 5س) = (س^2 - 3س)$$

$$٣ \therefore 27س^2 - 30س + 2س^2 = (9س - 10س + 2س^2)$$

، المقدار :  $9س - 10س + 2س^2$  يمكن تحليله بإكمال المربع كالتالي

أضف  $2 \times \sqrt{9س} \times \sqrt{2س}$  أي  $6س$  ثم اطرحه

$$\therefore 9س^2 - 10س + 2س^2$$

$$= 9س^2 - 10س + 2س^2 + 6س - 6س - 6س + 6س$$

$$= (9س^2 - 10س + 2س^2) + (6س - 6س - 6س + 6س)$$

$$= (9س^2 - 10س + 2س^2) - (6س - 6س - 6س + 6س)$$

$$= \boxed{\text{مقدار ثلاثي مربع كامل}} - \boxed{\text{مربع كامل}}$$



$$= (2س^2 + ص^2) - (4س - ص^2)$$

$$= (2س^2 + ص^2 - 4س + ص^2) (2س^2 + ص^2 - 4س + ص^2)$$

$$= (2س^2 + ص^2 - 4س + ص^2) (2س^2 + ص^2 - 4س + ص^2)$$

$$= (2س - ص) (س - ص) (2س + ص) (س + ص)$$

$$\therefore 27س^4 - 20س^2ص^2 + 3ص^4$$

$$= 2(2س - ص) (س - ص) (2س + ص) (س + ص)$$

**حل آخر :**

$$27س^4 - 20س^2ص^2 + 3ص^4$$

$$(9س^2 - ص^2)$$

$$(3س - ص) (3س + ص)$$

$$= 2(9س^2 - 10س^2ص^2 + 3ص^4)$$

$$= 2(9س^2 - ص^2) (3س - ص)$$

$$= 2(2س - ص) (س - ص) (2س + ص) (س + ص)$$

**حاول بنفسك**

حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

$$\boxed{2} س^4 + 64س^2$$

$$\boxed{1} 4س^2 + 1$$

$$\boxed{3} 26س^4 + 51س^2 + 25$$

$$\textcircled{A} (2س^2 + 5س - 3) (2س^2 + 5س + 3)$$

$$\textcircled{B} (2س^2 + 7س - 3) (2س^2 + 7س + 3)$$

$$\textcircled{C} (2س^2 + 1س - 3) (2س^2 + 1س + 3)$$

**مراجعة**

# تمارين 7

على التحليل بأكمل القرن



أسئلة كتاب الوزارة

حلل كلًا مما يأتي تحليلًا كاملاً:

١)  $٤ + ٤$

٢)  $٤ + ٤$  ص ٤

٣)  $٢٥٠٠ + ٢٥٠٠$

٤)  $٦٢٥ + ٦٢٥$  ع ٤

٥)  $١٢ + ٣$  ص ٣

٦)  $٦٤ + ٦٤$

٧)  $٦٤ + ٦٤$  ص ٤

٨)  $٨١ + ٨١$  ع ٤

٩)  $٦٤ + ٨١$  ص ٨

١٠)  $٨١ + ٦٤$  ص ٨

حلل كلًا مما يأتي تحليلًا كاملاً:

١)  $٩ + ٢$  ص ٢

٢)  $٩ + ٢$  ص ٨١

٣)  $٩ + ٢$  ص ٤

٤)  $٩ + ٢$  ص ٢٥

٥)  $٩ + ٢$  ص ٧

٦)  $٩ + ٢$  ص ٢٨

٧)  $٩ + ٢$  ص ٢٩

٨)  $٩ + ٢$  ص ٥٤

٩)  $٩ + ٢$  ص ١٨

١٠)  $٩ + ٢$  ص ١٢٨

٣ حل كل ما يأتي تحليلًا كاملاً :

$$١ \text{ س}^٢ (٩ \text{ س}^٢ - ١٠ \text{ س}^٢) + ٢٥ \text{ س}^٢$$

$$١ \text{ س}^٢ (١٩ \text{ س}^٢ - ١٩ \text{ س}^٢) + ٢٥ \text{ س}^٢$$

$$٢ \text{ س}^٢ (٤ \text{ س}^٢ - ٧ \text{ س}^٢) + ٢٥ \text{ س}^٢$$

$$٤ \text{ س}^٢ (٤ \text{ س}^٢ - ٦ \text{ س}^٢) + ٢٥ \text{ س}^٢$$

للمتفوقين



٤ حل كل ما يأتي تحليلًا كاملاً :

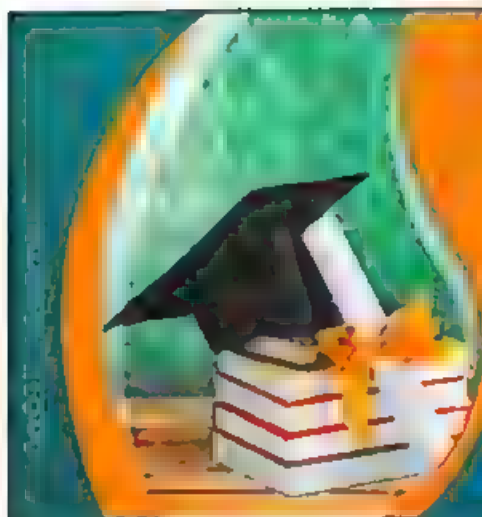
$$٦ \text{ س}^٢ - ١٦ \text{ س}^٢$$

$$٢١ \text{ س}^٢ - ١٠٠$$

$$٣١ \text{ س}^٢ - ٥ \text{ س}^٢ - ٣٦ \text{ س}^٢$$

$$٨١ \text{ س}^٢ - ١٧ \text{ س}^٢ - ٦٤ \text{ س}^٢$$

قريباً بالمكتبة



المحاصر

في الرياضيات  
و اللغة الإنجليزية

المراجعة النهائية  
ونماذج الامتحانات

# ملخص حالات تحليل المقدار الجبرى

لتحليل أى مقدار جبرى نتبع الآتى :

١ نخرج العامل المشترك الأعلى بين حدود المقدار (إن وجد).

٢ إذا كان المقدار الجبرى مكوناً من حدين فقط فإن التحليل يكون فرقاً بين مربعين أو فرقاً بين مكعبين أو مجموع مكعبين أو بإكمال المربع.

• فرق بين مربعين :  $s^2 - ص^2 = (s - ص)(s + ص)$

• فرق بين مكعبين :  $s^3 - ص^3 = (s - ص)(s^2 + sص + ص^2)$

• مجموع مكعبين :  $s^3 + ص^3 = (s + ص)(s^2 - sص + ص^2)$

٣ إذا كان المقدار الجبرى مكوناً من ثلاثة حدود فإنه يتم ترتيب حدود المقدار تنازلياً أو تصاعدياً حسب قوى أى رمز فيه ويفضل تنازلياً ، وتوجد حالتان :

أولاً : المقدار الثلاثى مربع كامل إذا كان :

$$\sqrt{\text{الحد الأول}} \times \pm 2 \times \sqrt{\text{الحد الثالث}} = \text{الحد الأوسط}$$

وفى هذه الحالة يُحلل المقدار كالتالى :

$$\left( \sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{إشارة الحد الأوسط}} \sqrt{\text{الحد الثالث}} \right)^2$$

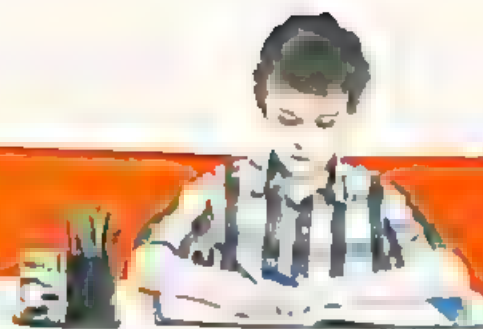
ثانياً : المقدار الثلاثى ليس مربعاً كاملاً :

وفى هذه الحالة يتم تحليله كمقدار ثلاثى بطريقة المقص أو بإكمال المربع.

٤ إذا كان المقدار الجبرى مكوناً من أربعة حدود فإننا نستخدم طريقة التحليل بالتقسيم ويتم التقسيم تبعاً لكل مسألة.

## ملاحظة

لا بد من الاستمرار فى التحليل حتى يكون التحليل تاماً.



## تمارين عام على تطبيق المقادير الجبرية

حلل كلاً مما يأتي تحليلًا كاملاً :

- ١ | ٢٥ س<sup>٢</sup> - ٩ ص<sup>٢</sup>
- ٢ | ٢ ص<sup>٢</sup> + ٥ ص + ٢
- ٣ | ٥ س<sup>٢</sup> - ٢٠ س + ٤٨
- ٤ | ٨ س<sup>٢</sup> + ٢٧
- ٥ | ٢٥ س<sup>٢</sup> - ٢٠ س + ٩
- ٦ | ٨ ص<sup>٢</sup> - ٥٠ ص - ٥١
- ٧ | ١٠ س<sup>٢</sup> - ٨١
- ٨ | ٢ س<sup>٢</sup> + ٧ س - ٦
- ٩ | ٢ س<sup>٢</sup> + ٢ س + ١٢ س + ٨
- ١٠ | ٤ س<sup>٢</sup> - ١٢ س + ٩
- ١١ | ٢٥ س<sup>٢</sup> - ١٢٥
- ١٢ | ٢٢ س<sup>٢</sup> - ٢٩ س - ٢٧
- ١٣ | ٢ س<sup>٢</sup> - ١٥ س - ٧
- ١٤ | ٤ س<sup>٢</sup> + ص<sup>٢</sup>
- ١٥ | ٢ س<sup>٢</sup> - ٩ س + ٢٠
- ١٦ | ٢٥ س<sup>٢</sup> - ٦٢٥
- ١٧ | ٤٩ س<sup>٢</sup> + ٧٠ س ص<sup>٢</sup> + ٢٥ ص<sup>٢</sup>
- ١٨ | ١١ س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> + ص<sup>٢</sup>
- ١٩ | ٢ س<sup>٢</sup> - ١٩ س + ٦
- ٢٠ | ٦٤ س<sup>٢</sup>
- ٢١ | ١٥ س<sup>٢</sup> - ٢١ س<sup>٢</sup> - ٦ س<sup>٢</sup>
- ٢٢ | ٦٤ س<sup>٢</sup> + ص<sup>٢</sup>
- ٢٣ | ٢٠ س<sup>٢</sup> + ٤٠ س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> + ٤٥ ص<sup>٢</sup>
- ٢٤ | ٢ س<sup>٢</sup> + ٥٤ س<sup>٢</sup>
- ٢٥ | ٢ س<sup>٢</sup> - ١٨
- ٢٦ | ٦ س<sup>٢</sup> + ٨ س<sup>٢</sup> + ١٦
- ٢٧ | ٨ س<sup>٢</sup> - (٢ + ٢) س - ٨
- ٢٨ | ١٠ س<sup>٢</sup> - ٧ س + ١٠
- ٢٩ | ٩ س<sup>٢</sup> - ١٦ ص<sup>٢</sup>
- ٣٠ | ٤ س<sup>٢</sup> - ١
- ٣١ | (٢ س + ٢) س<sup>٢</sup>
- ٣٢ | ٥ س<sup>٢</sup> - ٣ س - ٢
- ٣٣ | ٢ س<sup>٢</sup> - ١٥ س<sup>٢</sup> + ١٢ س<sup>٢</sup>
- ٣٤ | ٤ س<sup>٢</sup> + ٢٨ س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> + ٤٩ ص<sup>٢</sup>
- ٣٥ | ٢ ص<sup>٢</sup> - ٤ ص<sup>٢</sup> + ٧ ص<sup>٢</sup> - ١٤
- ٣٦ | ٦ س<sup>٢</sup> + ص<sup>٢</sup> (٢ ص - ٧ س)
- ٣٧ | ٥ س<sup>٢</sup> - ٢٤
- ٣٨ | ٩ س<sup>٢</sup> - ١٣ س<sup>٢</sup> + ٤ ص<sup>٢</sup>



الدرس

8

## حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبرياً

تذكّر أن



- المعادلة هي جملة رياضية تحتوي على متغير واحد (أو أكثر) وتتضمن علاقة التساوي.
- درجة المعادلة هي أعلى درجة حد جبري تحتوي عليه المعادلة.

فمثلاً : \*  $0 = 2 + س$  ← معادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد س

\*  $س - 2 = 0 - س - 6 = 0$  ← معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد س

\*  $س^2 + 2س = 7$  ← معادلة من الدرجة الأولى في متغيرين س، ص

- حل المعادلة هو إيجاد قيم المتغير (المجهول) التي تحقق المعادلة ، وكل منها يُسمى «جذوراً للمعادلة».

تعريف

- أي معادلة يمكن وضعها على الصورة :  $س^2 + س + ح = 0$  ،  $0 \neq 1$  هي معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد وتُسمى «معادلة تربيعية».



فمثلاً :  $٠ = ٤س + ٢س - ١٢$  معادلة تربيعية في س

$٠ = ٥س + ٢س$  معادلة تربيعية في س

$٠ = ٤س - ٩$  معادلة تربيعية في س

لاحظ أن : كلاً من المعادلات السابقة هي معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد.

### حقيقة

إذا كان :  $١$  ،  $٢$  عددين حقيقيين وكان :  $١ \times ٢ = ٢$  ، فإن :  $١ = ٢$  ،  $٢ = ٢$  ، فمثلاً :

• إذا كان :  $١س (٢س - ٢) = ٠$  ،

فإن :  $٢س + ٢ = ٠$  ومنها  $٢س = -٢$

،  $٢س - ٥ = ٠$  ومنها  $٢س = ٥$  أي  $س = \frac{٥}{٢}$

• إذا كان :  $١س (٢س - ٢) = ٠$  ،

فإن :  $س = ٢$  ،

أي  $س = ٢$  ومنها :  $س = ٢$

### حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

لحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد ، اتبع ما يلي :

١ وضع المعادلة على الصورة القياسية :  $١س + ٢س + ٣ = ٠$

٢ حل المقدار في الطرف الأيمن إلى عاملين.

٣ استخدم الحقيقة السابقة للحصول على جذرى المعادلة.

٤ تأكد من الحل بالتعويض عن كل قيمة من قيمتي س في المعادلة الأصلية.

فمثلاً : لحل المعادلة :  $١س + ٢س = ١٢$  في ح نتبع الآتي :

١ نضع المعادلة على الصورة القياسية :  $١س + ٢س + ٣ = ٠$

$٠ = ١٢ - ٤س + ٢س$

$١٢ = ٤س + ٢س$

٢ نحل المقدار في الطرف الأيمن إلى عاملين :

$$(س - ٢)(س + ٦) = ٠ \quad (\text{تحليل المقدار الثلاثي})$$

٣ استخدم الحقيقة السابقة للحصول على جذرى المعادلة :

$$\boxed{س = ٢} \text{ ومنها } ٠ = س - ٢$$

$$\boxed{س = -٦} \text{ ومنها } ٠ = س + ٦$$

٤ نتأكد من صحة الحل بالتعويض عن كل قيمة من قيمتى س فى المعادلة :  $س = ٢$  و  $س = -٦$

$$١٢ = ٨ + ٤ = ٢ \times ٤ + ٢^٢ = س + ٤ + س^٢ \quad \therefore س = ٢$$

$\therefore \boxed{س = ٢}$  حل صحيح للمعادلة ✓

$$١٢ = ٢٤ - ٣٦ = (-٦) \times ٤ + (-٦)^٢ = س + ٤ + س^٢ \quad \therefore س = -٦$$

$\therefore \boxed{س = -٦}$  حل صحيح للمعادلة ✓

### مثال ١

أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

$$٢ س^٢ + ٧ س = ٠$$

$$٤ (س + ٢) = ٢٥$$

$$١ س^٢ - ٥ س - ٦ = ٠$$

$$٣ س^٢ - ٦ س - ٩ = ٠$$

$$٥ س^٢ + ٤ = ٠$$

### الحل

$$١ \quad \therefore س^٢ - ٥ س - ٦ = ٠ \quad \therefore (س - ٦)(س + ١) = ٠ \quad (\text{تحليل مقدار ثلاثى})$$

$$\therefore \boxed{س = ٦} \text{ ومنها } ٠ = س - ٦$$

$$\boxed{س = -١} \text{ ومنها } ٠ = س + ١$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{٦, -١\}$$

$$١ \quad \therefore ٢س - ٧ + ٧س = ٠$$

$$\therefore س (٢س - ٧) = ٠ \quad (\text{تحليل بإخراج العامل المشترك})$$

$$\therefore \text{إما } س = ٠$$

$$\text{أ، } ٢س - ٧ + ٧س = ٠ \text{ ومنها } ٢س = ٧ - ٧س \quad \left| \begin{array}{l} س = -\frac{٧}{٧} \end{array} \right|$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{٠, -١\}$$

$$٢ \quad \therefore س^٢ - ٦س - ٩ = ٠ \quad \therefore س^٢ - ٩س + ٣س - ٩ = ٠$$

$$\therefore (س - ٣)(س + ٣) = ٠ \quad (\text{تحليل مقدار ثلاثي مربع كامل})$$

$$\therefore س - ٣ = ٠ \text{ ومنها } س = ٣ \quad \therefore \text{مجموعة الحل} = \{٣\}$$

$$٤ \quad \therefore ٢٥ = (س + ٢)^٢ \quad \therefore س^٢ + ٤س + ٤ = ٢٥$$

$$\therefore س^٢ + ٤س - ٢١ = ٠$$

$$\therefore (س + ٧)(س - ٣) = ٠ \quad (\text{تحليل مقدار ثلاثي})$$

$$\therefore \text{إما } س + ٧ = ٠ \text{ ومنها } س = -٧$$

$$\text{أ، } س - ٣ = ٠ \text{ ومنها } س = ٣ \quad \therefore \text{مجموعة الحل} = \{-٧, ٣\}$$

حل آخر:

$$\therefore ٢٥ = (س + ٢)^٢ \quad \therefore س = ٢٥ - (س + ٢)^٢$$

$$\text{وبتحليل فرق بين مربعين: } (س + ٢ + ٥)(س + ٢ - ٥) = ٠$$

$$\therefore س + ٢ - ٥ = ٠ \text{ أ، } س + ٢ + ٥ = ٠ \quad \therefore س = -٧ \text{ أ، } س = -٩$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{-٧, ٣\}$$

حل آخر:

$$\therefore ٢٥ = (س + ٢)^٢ \quad \therefore س + ٢ = \pm \sqrt{٢٥}$$

$$\therefore س + ٢ = ٥ \text{ أ، } س + ٢ = -٥ \text{ ومنها } س = ٣ \text{ أ، } س = -٧$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{-٧, ٣\}$$

٥ المعادلة :  $x^2 + 4 = 0$  (أو  $x^2 = -4$ )

ليس لها حل في  $\mathbb{R}$  لأنه لا يوجد عدد حقيقي مربعه عدد سالب

$\emptyset$  = مجموعة الحل

### ملاحظة

لاحظ من المثال السابق أن المعادلة التربيعية يكون لها حلان (جذران) على الأكثر.

### مثال ٢

أوجد في  $\mathbb{R}$  مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين :

$$1 \quad x^2 - 2x + 15 = 0$$

$$2 \quad x^2 - 2x = \frac{7}{4}$$

### الحل

$$1 \quad \therefore x^2 - 2x + 15 = 0$$

$$2 \quad \therefore x^2 - 2x = \frac{7}{4}$$

$$\therefore x^2 - 2x + 15 = 0$$

$$\therefore x^2 - 2x - \frac{7}{4} = 0$$

$$\therefore \text{إما } x = 0 \text{ ومنها } x = 0$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{0, 7\}$$

$$\text{أ، } x = 7 \text{ ومنها } x = -7$$

٢ بضرب طرفي المعادلة في ٢  $x$  وهو المضاعف المشترك الأصغر للمقامات

$$\therefore x^2 - 2x = \frac{7}{4} \Rightarrow x^2 - 2x - \frac{7}{4} = 0$$

$$\therefore x^2 - 2x - \frac{7}{4} = 0$$

$$\therefore x^2 - 2x - \frac{7}{4} = 0$$

$$\therefore (x^2 - 2x - \frac{7}{4}) = 0$$

$$\therefore \text{إما } x^2 - 2x - \frac{7}{4} = 0 \text{ ومنها } x^2 - 2x - \frac{7}{4} = 0$$

$$\text{أ، } x = 4 \text{ ومنها } x = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{4, -\frac{1}{4}\}$$

## حاول بنفسك

أوجد مجموعة الحل في ح لكل مما يأتي :

$$[1] \text{ ح}^2 - 5\text{ ح} = 0 \quad [2] \text{ ح}^2 - 4\text{ ح} = 20 \quad [3] \text{ ح}(\text{ح} - 1) = 6$$

## ملاحظة

من الممكن في بعض الحالات الحصول على معادلة تربيعية من تحليل معادلة من الدرجة الثالثة أو الرابعة في متغير واحد ، وفي هذه الحالة يمكن حل المعادلة كما في المثال التالي.

٢٢

## مثال ٣

أوجد في ح مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين :

$$1 \quad \text{ح}^3 - 12\text{ ح} = 0 \quad 2 \quad \text{ح}^3 - 10\text{ ح} + 9 = 0$$

## الحل

$$1 \quad \therefore \text{ح}^3 - 12\text{ ح} = 0 \quad \therefore \text{ح}^3 - 12\text{ ح} = 0$$

$$\therefore \text{ح}^3 - 12\text{ ح} = 0 \quad (\text{تحليل بإخراج ح.م.أ})$$

$$\therefore \text{إما } \text{ح} = 0 \text{ ومنها } \text{ح} = 0$$

$$\text{أ، } \text{ح}^2 - 12 = 0 \quad \text{أي } (\text{ح} - 2)(\text{ح} + 2) = 0 \quad (\text{تحليل فرق بين مربعين})$$

$$\therefore \text{إما } \text{ح} = 2 \text{ ومنها } \text{ح} = -2$$

$$\text{أ، } \text{ح}^2 - 12 = 0 \text{ ومنها } \text{ح} = 2$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{0, 2, -2\}$$

لاحظ أن : المعادلة من الدرجة الثالثة يكون لها ثلاثة حلول على الأكثر في ح

$$4 \quad \therefore x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

$$\therefore (x^2 - 9)(x^2 - 1) = 0 \quad (\text{تحليل مقدار ثلاثي})$$

$$\therefore \text{إما } x^2 - 9 = 0 \quad \text{أ،} \quad x^2 - 1 = 0$$

$$\therefore (x - 3)(x + 3) = 0$$

$$\therefore (x - 1)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x - 3 = 0 \quad \text{ومنها } x = 3$$

$$\therefore x - 1 = 0 \quad \text{ومنها } x = 1$$

$$\text{أ،} \quad x + 3 = 0 \quad \text{ومنها } x = -3$$

$$\text{أ،} \quad x + 1 = 0 \quad \text{ومنها } x = -1$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{1, -1, 3, -3\}$$

لاحظ أن: المعادلة من الدرجة الرابعة يكون لها أربعة حلول على الأكثر في ح

## حاول نفسك ٢

أوجد مجموعة الحل في ح لكل مما يأتي:

$$1 \quad x^2 - 4x = 0 \quad 2 \quad x^4 - 12x^2 + 36 = 0$$

$$1 \quad A \cup B = \{0, -2, 2\}$$

$$A \cup B = \{-2, 2, -2, 2\}$$

$$1 \quad A \cup B = \{0, 0\}$$

$$A \cup B = \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$$

$$A \cup B = \{1, 1\}$$





{1} أسئلة كتاب الوزارة

# تمارين 8

على حل المعادلة من الدرجة الثانية  
في متغير واحد جبرياً

1 أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

- |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| 1 [1] $x^2 - 6x = 0$      | 2 [1] $x^2 - 16 = 0$      |
| 3 [2] $x^2 - 25 = 0$      | 4 [2] $x^2 + 5x + 6 = 0$  |
| 5 [3] $x^2 - 8x + 15 = 0$ | 6 [3] $x^2 - 20x = 0$     |
| 7 [4] $x^2 - 7x - 3 = 0$  | 8 [4] $x^2 + 7x - 4 = 0$  |
| 9 [5] $x^2 + 4x + 4 = 0$  | 10 [5] $x^2 - 6x + 1 = 0$ |

2 أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

- |                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| 1 [1] $x^2 = 6$         | 2 [1] $4x^2 = 49$        |
| 3 [2] $x^2 + 6 = 0$     | 4 [2] $x^2 - 15 = 2$     |
| 5 [3] $x^2 - 10 = 12$   | 6 [3] $6x^2 - 22 = 0$    |
| 7 [4] $5x^2 + 12 = 44$  | 8 [4] $12x^2 = 47x - 45$ |
| 9 [5] $5(x^2 + 3) = 60$ | 10 [5] $5 = (x - 3)x$    |

3 أوجد في ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| 1 [1] $x^2 = 6 + (5 - x)$              | 2 [1] $x^2 = (x + 2) + 10$            |
| 3 [2] $5 = (x + 1)(x - 2)$             | 4 [2] $2x^2 - (x - 5) - 4(x - 5) = 0$ |
| 5 [3] $0 = 49 - (x + 3)^2$             | 6 [3] $3 = x^2 + (x - 1)$             |
| 7 [4] $0 = (x + 3)^2 + 7(x + 3) + 2$   | 8 [4] $2(1 - x) = 2(1 + x)$           |
| 9 [5] $10 = 2(1 - x) + 2(1 - x)$       |                                       |
| 10 [5] $0 = 10 - (x + 3)^2 + 2(x + 3)$ |                                       |

4 أوجد في ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

$$\begin{array}{l|l} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad 20 \quad 21 \quad 22 \quad 23 \quad 24 \quad 25 \quad 26 \quad 27 \quad 28 \quad 29 \quad 30 \quad 31 \quad 32 \quad 33 \quad 34 \quad 35 \quad 36 \quad 37 \quad 38 \quad 39 \quad 40 \quad 41 \quad 42 \quad 43 \quad 44 \quad 45 \quad 46 \quad 47 \quad 48 \quad 49 \quad 50 \quad 51 \quad 52 \quad 53 \quad 54 \quad 55 \quad 56 \quad 57 \quad 58 \quad 59 \quad 60 \quad 61 \quad 62 \quad 63 \quad 64 \quad 65 \quad 66 \quad 67 \quad 68 \quad 69 \quad 70 \quad 71 \quad 72 \quad 73 \quad 74 \quad 75 \quad 76 \quad 77 \quad 78 \quad 79 \quad 80 \quad 81 \quad 82 \quad 83 \quad 84 \quad 85 \quad 86 \quad 87 \quad 88 \quad 89 \quad 90 \quad 91 \quad 92 \quad 93 \quad 94 \quad 95 \quad 96 \quad 97 \quad 98 \quad 99 \quad 100 \end{array}$$

5 أوجد في ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

$$\begin{array}{l|l} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad 20 \quad 21 \quad 22 \quad 23 \quad 24 \quad 25 \quad 26 \quad 27 \quad 28 \quad 29 \quad 30 \quad 31 \quad 32 \quad 33 \quad 34 \quad 35 \quad 36 \quad 37 \quad 38 \quad 39 \quad 40 \quad 41 \quad 42 \quad 43 \quad 44 \quad 45 \quad 46 \quad 47 \quad 48 \quad 49 \quad 50 \quad 51 \quad 52 \quad 53 \quad 54 \quad 55 \quad 56 \quad 57 \quad 58 \quad 59 \quad 60 \quad 61 \quad 62 \quad 63 \quad 64 \quad 65 \quad 66 \quad 67 \quad 68 \quad 69 \quad 70 \quad 71 \quad 72 \quad 73 \quad 74 \quad 75 \quad 76 \quad 77 \quad 78 \quad 79 \quad 80 \quad 81 \quad 82 \quad 83 \quad 84 \quad 85 \quad 86 \quad 87 \quad 88 \quad 89 \quad 90 \quad 91 \quad 92 \quad 93 \quad 94 \quad 95 \quad 96 \quad 97 \quad 98 \quad 99 \quad 100 \end{array}$$

6 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 مجموعة حل المعادلة :  $0 = (2 - x)$  في ح هي .....

$$(1) \{0\} \quad (2) \{2, 0\} \quad (3) \{2, -\} \quad (4) \{2\}$$

2 مجموعة حل المعادلة :  $3 = (2 - x)(5 + x)$  في ح هي .....

$$(1) \{0, 2, 5, -\} \quad (2) \{0, 2, 5, -\}$$

$$(3) \{0, 2, -\} \quad (4) \{0, 2, -\}$$

3 مجموعة حل المعادلة :  $0 = 4 - x^2$  في ح هي .....

$$(1) \{4\} \quad (2) \{4, -\} \quad (3) \{2\} \quad (4) \{2, -\}$$

4 مجموعة حل المعادلة :  $0 = 25 + x^2$  في ح هي .....

$$(1) \{0\} \quad (2) \{0, 5\} \quad (3) \{0, -\} \quad (4) \emptyset$$

5 مجموعة حل المعادلة :  $0 = (4 - x)^2$  في ح هي .....

$$(1) \{4\} \quad (2) \{4, 0\} \quad (3) \{4, -\} \quad (4) \{4, -\}$$

6 مجموعة حل المعادلة :  $0 = (3 - x)$  في ح هي .....

$$(1) \{3\} \quad (2) \{0, 3, 5\} \quad (3) \{0, 3\} \quad (4) \{8, 0\}$$

٧ مجموعة حل المعادلة :  $\frac{x}{9} = \frac{4}{x}$  هي  $x$  هي .....

(أ)  $\{4, 9\}$  (ب)  $\{6, -6\}$  (ج)  $\{6\}$  (د)  $\{36\}$

٨ المعادلة التي جذراها ٢ ، ٥ هي .....

(أ)  $x^2 + 8x + 10 = 0$  (ب)  $x^2 - 2x + 8 - 10 = 0$

(ج)  $x^2 - 8x + 10 = 0$  (د)  $x^2 - 2x + 8 + 10 = 0$

٧ أكمل ما يأتي :

١ إذا كان :  $x = 5$  أحد جذري المعادلة :  $x^2 + 2x - 15 = 0$

فإن الجذر الآخر هو .....

٢ إذا كان :  $x = 2$  جذراً للمعادلة :  $x^2 - 6x + 8 = 0$

فإن :  $x = 8$  ..... والجذر الآخر للمعادلة = .....

٣ إذا كان أحد جذري المعادلة :  $x^2 + 8x - 15 = 0$

هو جذر للمعادلة :  $x^2 + 5x + 9 = 0$  فإن :  $x = 9$  ..... ، ..... = ٩

٤ مجموعة حل المعادلة :  $x - \frac{7}{x} = \frac{2}{x}$  هي  $x$  هي .....

٨ إذا كان :  $x + \frac{1}{x} = 2$  فأوجد القيمة العددية للمقدار :  $x^2 + \frac{1}{x^2}$



٩ إذا كان :  $x^2 + \frac{1}{x} = 24$  فأوجد القيمة العددية للمقدار :  $x + \frac{1}{x}$

١٠ أوجد في  $x$  مجموعة حل المعادلة :

$$x = 2 - \frac{(x-2) \cdot 7}{3} + \frac{(x+1) \cdot 3}{4} - \frac{(x-2) \cdot 3}{6}$$



الدرس

9

## تطبيقات على حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريا

لحل المسائل اللفظية في الجبر نقوم بترجمة الجمل اللفظية إلى رموز ومقادير جبرية والجدول التالي يوضح بعض الأمثلة لذلك :

**التعبير الجبري**

$$\frac{x}{4} \text{ أو } \frac{1}{4}x$$

$$2x$$

$$x^2$$

$$x^2$$

$$2x^2$$

$$(2x)^2 = 4x^2$$

$$-x$$

$$\frac{1}{x}$$

**الجملة اللفظية**

نصف عدد ما

ضعف عدد ما

ثلاثة أمثال عدد ما

مربع عدد ما

ضعف مربع عدد ما

مربع ضعف عدد ما

المعكوس الجمعي لعدد ما

المعكوس الضربي لعدد ما (لا يساوي الصفر)

عددان أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار هـ

أ، أحدهما يقل عن الآخر بمقدار هـ

أ، الفرق بينهما هـ

عددان مجموعهما هـ

العدد الأول = س ، والعدد الثاني = هـ

العدد الأول = س ، والعدد الثاني = هـ

الجملة اللفظية

التعبير الحبري

العدد الأول = س ، والعدد الثاني = ٢ س + ٥

العدد الأول = س ، والعدد الثاني = س + ١

، والعدد الثالث = س + ٢

العدد الأول = س ، والعدد الثاني = س + ٢

، والعدد الثالث = س + ٤

العدد الأول = ٢ س ، والعدد الثاني = ٣ س

• عمره بعد ٤ سنوات = س + ٤

• عمره منذ ٢ سنوات = س - ٢

• مربع عمره منذ ٦ سنوات = (س - ٦)²

• عرضه = س سم وطوله = (س + ٥) سم

• محيطه = (س + س + ٥) × ٢ سم

= (١٠ + س) سم

• مساحته = س(س + ٥) = (س² + ٥س) سم²

• محيطه = ٤ س سم ومساحته = س² سم²

عدداً أحدهما أكبر من ضعف الآخر بمقدار ٥

ثلاثة أعداد صحيحة متتالية

ثلاثة أعداد زوجية (أو فردية) متتالية

عدداً النسبة بينهما ٢ : ٣

عمر رجل الآن س سنة

مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم

مربع طول ضلعه س سم

مثال ١

عدد صحيح موجب يزيد مربعه عن ضعفه بمقدار ٨ أوجد العدد.

الحل

نفرض أن العدد هو س ، ∴ مربعه = س² ، ضعفه = ٢ س

، ∴ مربعه يزيد عن ضعفه بمقدار ٨

$$\begin{array}{ccccccc} & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ & ٨ & & ٢س & & - & س^2 \\ \hline & ٨ & = & ٢س & - & س^2 & \end{array}$$

$$\therefore (س + ٢)(س - ٤) = ٠$$

$$\therefore س^2 - ٢س - ٨ = ٠$$

ومنها س = ٢ «مرفوض لأن العدد موجب»

$$\therefore إما س + ٢ = ٠$$

ومنها س = ٤ ∴ العدد هو ٤

$$أ، س - ٤ = ٠$$

التحقق من صحة الحل :

$$\therefore \text{مربعه} = 16 ، \text{ضعفه} = 8$$

$\therefore$  العدد هو ٤

$$\therefore \text{مربعه} - \text{ضعفه} = 16 - 8 = 8$$

### مثال ٢

مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كانت مساحته ١٤ سم<sup>٢</sup> ، أوجد طوله وعرضه

**الحل**

نفرض أن العرض = س سم

$$\therefore \text{الطول} = (س + ٥) \text{ سم}$$

،  $\therefore$  الطول يزيد عن العرض بمقدار ٥ سم

$$\therefore س (س + ٥) = 14$$

،  $\therefore$  المساحة = ١٤ سم<sup>٢</sup>

$$\therefore س^2 + ٥س - 14 = ٠$$

$$\therefore س^2 + ٥س = 14$$

$$\therefore (س + ٧) (س - ٢) = ٠$$

$\therefore$  إما س = ٧ = ٠ ومنها س = ٧ «مرفوض لأن الأطوال موجبة دائماً»

أ، س = ٢ = ٠ ومنها س = ٢

$\therefore$  العرض = ٢ سم والطول = ٧ = ٥ + ٢ سم «حاول التحقق من صحة الحل»

### مثال ٣

ثلاثة أعداد زوجية متتالية موجبة ، يزيد مربع أوسطها عن مجموع العددين الآخرين بمقدار ٨ فما هي هذه الأعداد ؟

**الحل**

نفرض أن الأعداد هي : س ، س + ٢ ، س + ٤

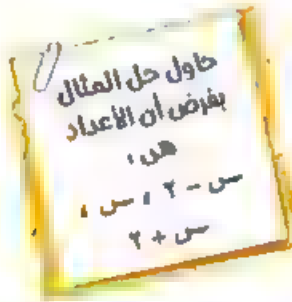
،  $\therefore$  مربع الأوسط يزيد عن مجموع العددين الآخرين بمقدار ٨

$$\therefore (س + ٢)^2 - (س + س + ٤) = 8 \therefore س^2 + ٤س + ٤ - س - س - ٤ = 8$$

$$\therefore س^2 + ٢س - 8 = ٠$$

$$\therefore (س + ٤) (س - ٢) = ٠$$





∴ إما  $س + ٤ = ٠$  ومنها  $س = -٤$  ، مرفوض لأن الأعداد موجبة.

أ،  $س - ٢ = ٠$  ومنها  $س = ٢$

∴ العدد الأول = ٢ ، العدد الأوسط = ٤ ، العدد الثالث = ٦

#### مثال ٤

إذا كان عمر نبيل الآن ضعف عمر نادر ، ومنذ سنتين كان الفرق بين مربعي عمريهما ١٥ فأوجد عمر كل منهما الآن.

الحل

| العمر الآن | العمر منذ سنتين |
|------------|-----------------|
| نادر       | س               |
| نبيل       | ٢ س             |

∴  $(٢ س - ٢) - (س - ٢) = ١٥$  وباستخدام تحليل الفرق بين مربعين نجد أن :

$$١٥ = (٢ س - ٢) (٢ س + ٢ - س - ٢)$$

$$∴ (٢ س - ٢) (س - ٢) = ١٥ ∴ ٢ س - ٢ = ٤ - س$$

$$∴ (٢ س - ٢) (س - ٢) = ١٥ ∴ ٢ س - ٢ = ٤ - س$$

$$∴ إما ٢ س - ٢ = ٥ + س ومنها س = ٧ مرفوض.$$

$$أ، س - ٢ = ٠ ومنها س = ٢$$

∴ عمر نادر الآن ٢ سنوات ، عمر نبيل الآن ٦ سنوات

#### حاول بنفسك

عدد صحيح إذا أُضيف إلى مربعه كان الناتج مساوياً ٥٦ فما هو ذلك العدد ؟

# تمارين 9

تطبيقات على حل المعادلات من  
الدرجة الثانية في متغير واحد جبراً

[1] أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان عمر باسم الآن  $x$  سنة فإن عمره منذ ٣ سنوات هو ..... سنة.

(أ)  $x - 3$  (ب)  $x + 3$  (ج)  $3 - x$  (د)  $3 + x$

٢ إذا كان عمر أمجد الآن  $x$  سنة فإن عمره بعد ٧ سنوات هو ..... سنة.

(أ)  $x - 7$  (ب)  $x + 7$  (ج)  $7 - x$  (د)  $7 + x$

٣ إذا كان عمر أيمن منذ ٥ سنوات  $= x$  سنة فإن عمره الآن هو ..... سنة.

(أ)  $x - 5$  (ب)  $x + 5$  (ج)  $5 - x$  (د)  $\frac{x}{5}$

٤ إذا كان عمر سالي منذ سنتين  $x$  سنة فإن عمرها بعد ٣ سنوات من الآن هو ..... سنة.

(أ)  $x + 2$  (ب)  $x + 3$  (ج)  $x + 5$  (د)  $x + 6$

٥ إذا كان عمر مجدى الآن  $x$  سنة فإن مربع عمره بعد سنتين هو ..

(أ)  $x^2 + 2$  (ب)  $x^2 + 4$  (ج)  $(x - 2)^2$  (د)  $(x + 2)^2$

٦ إذا كان عمر سامى الآن  $x$  سنة فإن ضعف عمره منذ خمس سنوات هو ..... سنة.

(أ)  $x - 5$  (ب)  $2 - x$  (ج)  $x - 10$  (د)  $2 - x$

٧ ثلاثة أمثال مربع العدد  $x$  هو ..

(أ)  $x - 3$  (ب)  $2 - x$  (ج)  $x - 10$  (د)  $2 - x$

(أ)  $(3 - x)^2$  (ب)  $x^2 + 3$  (ج)  $2 - x^2$  (د)  $\frac{x^2}{3}$

٢ عدد صحيح موجب يزيد مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٣٦ فما هو هذا العدد ؟

٣ عدد صحيح إذا أضيف إلى ضعف مربعه ٧ كان الناتج ١٣٥ أوجد العدد .

٤ أوجد العدد النسبى الذى أربعة أمثاله مربعه يساوى ٨١

- ٥ عدد صحيح موجب مربعه يساوى ٦ أمثاله فما هو العدد ؟  
٦٠
- ٦ (١) عدد حقيقى إذا أُضيف إليه مربعه كان الناتج ١٢ فما العدد ؟  
١٤ ، ١٠ ، ٣
- ٧ أوجد العدد النسبى الموجب الذى يزيد مربعه عن ضعفه بمقدار ٤٨  
٨٠
- ٨ قسم العدد ٢٠ إلى عددين حاصل ضربهما ٧٥  
١٥ ، ١٠
- ٩ عدنان حقيقان الفرق بينهما ٥ ومجموع مربعيهما ٧٣ فما هما العدنان ؟  
٨ ، ٣ ، ١٨ ، ٢٠
- ١٠ (١) عدنان حقيقان يزيد أحدهما عن الآخر بمقدار ٤ ، فإذا كان حاصل ضرب العددين يساوى ٤٥ ، فما العدنان ؟  
٥٠ ، ١٩ ، ٥٠ ، ٩
- ١١ (٢) عدنان فرديان متتاليان مجموع مربعيهما ١٢٠ ، فما العدنان ؟  
٧٠ ، ٩ ، ٧٠ ، ٩
- ١٢ (٣) مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتالية يساوى مربع العدد الأوسط. أوجد هذه الأعداد.  
١٠ ، ١١ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٤
- ١٣ عدنان صحيحان النسبة بينهما ٧ : ٨ وحاصل ضربهما يزيد عن ٩ أمثال أكبرهما بمقدار ٨٠ ، فما هما العدنان ؟  
١٤ ، ١٦
- ١٤ عدد صحيح موجب إذا أُضيف ضعف مربعه إلى معكوسه الجمعى كان الناتج ٩١ فما هو العدد ؟  
٧٠
- ١٥ (٤) عدد حقيقى يزيد عن معكوسه الضربى بمقدار  $\frac{5}{4}$  ، فما هو العدد ؟  
٢ ، ٢ ، ٢ ، ٢
- ١٦ عدد مكون من رقمين رقم أحاده ضعف رقم عشراته وحاصل ضرب الرقمين يزيد عن مجموعهما بمقدار ٩ أوجد العدد.  
٣٦

تطبيقات كتابية

١٧ مربع عمر سعيد الآن يزيد عن ثلاثة أمثال عمره منذ ٤ سنوات بمقدار ١٩٢  
فما عمره الآن ؟

١٨ (١) إذا كان عمر حاتم الآن يزيد عن عمر حنان بمقدار ٤ سنوات ، ومجموع مربعي  
عمريهما الآن يساوي ٢٦ ، فما عمر كل منهما الآن ؟  
٥ سنوات ، سنوات

١٩ إذا كان عمر كمال الآن يزيد عن عمر أخيه أنيس بمقدار ٣ سنوات ومنذ ٤ سنوات كان  
حاصل ضرب عمريهما حينئذ ١٨ فما عمر كل منهما الآن ؟  
٧ سنوات ، سنوات

تطبيقات هندسية

٢٠ (١) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كانت مساحته ٢١ سم<sup>٢</sup>  
فأوجد بعديه.

٢١ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٧,٥ سم فإذا كانت مساحته ٤٦ سم<sup>٢</sup>  
فأوجد محيطه.

٢٢ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كانت مساحته تنقص عن مساحة  
طول ضلعه ٣ أمثال عرض المستطيل بمقدار ٥٧ سم<sup>٢</sup> ،  
فأوجد بعدي المستطيل وطول ضلع المربع.  
٣ سم ، ٨ سم ، ١ سم

٢٣ (١) في الشكل المقابل :

$$\widehat{A} \cap \widehat{B} = \{C\}$$

فإذا كان :  $\widehat{C} = (\widehat{A} - \widehat{B}) = ٢٠^\circ$

$$\widehat{C} = (\widehat{A} - \widehat{B}) = ٨^\circ$$

احسب قيمة  $\widehat{C}$



٢٤ (١)  $\widehat{A} - \widehat{B}$  مثلث فيه :  $\widehat{C} = (\widehat{A} - \widehat{B}) = ٦١^\circ$  ،  $\widehat{C} = (\widehat{A} - \widehat{B}) = ١١^\circ - ١١^\circ$  ،  
 $\widehat{C} = (\widehat{A} - \widehat{B}) = ٧^\circ - ٩٠^\circ$  أوجد قيمة  $\widehat{C}$  ، وقياسات زوايا المثلث.  
٩٠ ، ١٤٢ ، ١١ ، ٧

٢٥ مثلث قائم الزاوية طول أحد ضلعي القائمة يزيد عن طول ضلع القائمة الآخر بمقدار ٢ سم ومساحته ٢٤ سم<sup>٢</sup> أوجد طول ضلعي القائمة.

٨٠ سم ، ٦ سم

٢٦ احسب محيط مثلث قائم الزاوية طول ضلعي القائمة (٥ سم + ٣ سم) ، (٥ سم + ٥ سم) من السنتيمترات ومساحته ٢٤ سم<sup>٢</sup>

٢٤ سم

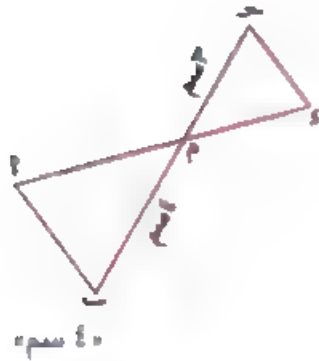
٢٧ : مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه ٢ سم ، ٢ سم + ١ سم ، ١ سم - ١ سم من السنتيمترات احسب قيمة س وأوجد محيط المثلث ومساحته.

٢٠٠ ، ٩٠ سم ، ١٨٠ سم

٢٨ مستطيل طوله ضعف عرضه وإذا زاد طوله بمقدار ١ سم ونقص عرضه بمقدار ١ سم لنقصت مساحته بمقدار ٧ سم<sup>٢</sup> أوجد بعدي المستطيل.

٦ سم ، ١٢ سم

### للمتقوين



٤ سم

٢٩ في الشكل المقابل :

$\Delta م ح د - \Delta م ا ب$  ،

إذا كان  $م ب = ٤$  سم ،  $م ح = ٢$  سم

،  $ا ب = ٧$  سم ،  $م ا < م ح$  ،

فأوجد طول  $ا ح$

٣٠ إذا كانت مساحة الشكل المقابل

تساوي ٦٠ سم<sup>٢</sup>

فأوجد قيمة س



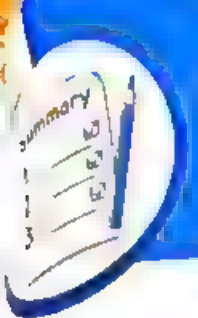
٢ سم

٣١ حجرة عرضها ٩ م ، طولها ١٢ م يخطط مهندس ديكور لشراء سجادة لها بحيث يترك

حول السجادة شريط متساوي العرض غير مغطى.

كم يكون عرض الشريط إذا كانت السجادة تغطي نصف مساحة الحجرة ؟

١٠٥ م



## ملخص الجزء الثاني

من الوحدة الأولى (من درس 5 حتى درس 9)

### ★ تحليل مجموع المكعبين :

مجموع مكعبى كميتين = (الأولى + الثانية) (مربع الأولى - الأولى × الثانية + مربع الثانية)

$$\text{أى أن : } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

### ★ تحليل الفرق بين المكعبين :

الفرق بين مكعبى كميتين = (الأولى - الثانية) (مربع الأولى + الأولى × الثانية + مربع الثانية)

$$\text{أى أن : } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

### ★ التحليل بالتقسيم :

يمكن تحليل المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود باستخدام إحدى الطريقتين الآتيتين :

#### • الطريقة الأولى :

يُقسم المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدارين كل منهما يتكون من حدين بحيث نستطيع إيجاد عامل مشترك بينهما.

#### • الطريقة الثانية :

يُقسم فيها المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدار ثلاثى (ويجب أن يكون مربعاً كاملاً) والحد الرابع يجب أيضاً أن يكون مربعاً كاملاً ، بحيث يمكن تحليل المقدار الأصلى

كفرق بين مربعين.

### ★ التحليل بإكمال المربع :

١ نُضيف إلى المقدار المعطى ضعف حاصل ضرب جذرى الحدين المربعين ثم نطرحه حتى يتغير المقدار.

٢ باستخدام الإبدال والدمج نعيد ترتيب حدود المقدار حتى نصل إلى الصورة :

مقدار ثلاثى مربع كامل - مربع كامل



٢ نحلل المقدار الناتج كفرق بين مربعين.

٤ إن أمكن نحلل المقادير الناتجة حتى يكون التحليل كاملاً.

❶ حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد :

لحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد ، اتبع ما يلي :

١ ضع المعادلة على الصورة القياسية :  $ax^2 + bx + c = 0$

٢ نحلل المقدار في الطرف الأيمن إلى عاملين.

٣ استخدم الحقيقة المقابلة للحصول على جذري المعادلة.

٤ تأكد من الحل بالتعويض عن كل قيمة من قيمتي  $x$  في المعادلة الأصلية.

❷ لحل مسائل لفظية في الجبر نقوم بترجمة الجمل اللفظية إلى رموز ومقادير جبرية وتكوين معادلة يمكن حلها باتباع طرق حل المعادلات.

#### حقيقة

إذا كان  $a$  ،  $b$  عددين حقيقيين وكان  
 $a \times b = 0$  صفر  
فإن :  $a = 0$  صفر أو  $b = 0$  صفر



# امتحانات على الجزء الثاني

من الوحدة الأولى (من درس 5 حتى درس 9)

## النموذج الأول

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان  $س + ص = ٤$  ،  $س - ص = ٢$  فإن  $س + ص = ٥$

فإن :  $س + ص = ٢$  .....  
(١)  $\frac{٥}{٤}$  (ب) ٢٠ (ج) ٩ (د) ١٠

٢ مجموعة حل المعادلة :  $(س - ١) = ٢$  صفر في  $س$  هي .....  
(١)  $\{٠\}$  (ب)  $\{١-\}$  (ج)  $\{١، ١-\}$  (د)  $\{١\}$

٣ إذا كان عُمر زياد الآن  $س$  سنة فإن عمره منذ ثلاث سنوات هو ..... سنة.  
(١)  $٣س$  (ب)  $٣ - س$  (ج)  $س - ٣$  (د)  $س + ٣$

٤ مجموعة حل المعادلة :  $٥س = (س - ٢) = ٠$  في  $س$  هي .....  
(١)  $\{٥\}$  (ب)  $\{٥، ٠، ٢\}$  (ج)  $\{٥، ٢\}$  (د)  $\{٢، ٠\}$

٥ إذا كان :  $ص^٢ - ٩ = (ص - ٣)(ص^٢ + ٢ص + ٩)$  فإن :  $٩ = \dots$   
(١) ٢٧ (ب) ٩ (ج) ٢ (د) ٦

٦ مجموعة حل المعادلة :  $س + ٤ = ٠$  في  $س$  هي .....

(١)  $\{٤-\}$  (ب)  $\emptyset$  (ج)  $\{٢، ٢-\}$  (د)  $\{٤، ٤-\}$

٢ أكمل ما يأتي :

١ إذا كان :  $س + ص = ٢$  ،  $٩ + س = ٥$  فإن :  $٩ + س + ٤ + ص = س + ٢ + ص =$

٢ إذا كان :  $س = ٢$  جذرًا للمعادلة :  $س^٢ - ٦س + ٩ = ٠$  فإن :  $٩ =$  .....  
والجذر الآخر للمعادلة = .....

٣ إذا كان :  $س^٢ + ٢٧ = (س + ٣)(س^٢ + ٩ + س + ٩)$  فإن :  $٩ = \dots$

- ٤ إذا كان  $(س + ٥)$  أحد عاملي المقدار :  $س^٢ + ١٢س + ٢٥$  فإن العامل الآخر هو .  
 ٥ مجموعة حل المعادلة :  $\frac{س}{٤} = \frac{٢٥}{س}$  في  $س$  هي .

٣ حلل كلا مما يأتي :

$$\begin{array}{l|l} ١ \text{ ص}^٢ - \text{ص} - ٩ + ٩ & [٢] \text{ س}^٢ + ٦٤ + \text{ص}^٢ \\ ٢ [٣] ٤ - \text{س}^٢ - ٤ - \text{س} - ١٦ + \text{ص}^٢ & [٤] ٢٧ + ٢م + ٢٧ \end{array}$$

٤ أوجد مجموعة الحل في  $س$  لكل من المعادلات الآتية :

$$\begin{array}{l|l} ١ [١] \text{ س}^٢ - ٨س + ١٥ = ٠ & [٢] ٤س^٢ = ٩س \\ ٢ [٣] (س - ٢)(س + ١) = ٥ & [٤] ٥س^٢ + ١٢س = ٤٤ \end{array}$$

٥ (١) عدد حقيقي إذا أُضيف إليه مربعه كان الناتج ١٢ فما العدد ؟

(ب) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كانت مساحته ٢١ سم<sup>٢</sup> فأوجد بعديه.

### النموذج الثاني

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $س^٢ - ٢س + ص + ص^٢ = ٢٥$  فإن :  $س - ص = \dots\dots\dots$

(١) ٢٥ (ب) -٥ (ج) ٥ (د)  $٥ \pm$

٢ إذا كان :  $س^٢ - ص^٢ = ١٢$  ،  $س^٢ + ص + ص^٢ = ٤$

فإن :  $س - ص = \dots\dots\dots$

(١) ٤٨ (ب) ٢ (ج) ١٦ (د) ٨

٢ مجموعة حل المعادلة :  $٥(س - ٧)(س + ٣) = ٠$  في  $س$  هي .

(١)  $\{٧, ٣\}$  (ب)  $\{٧, -٣\}$

(ج)  $\{٧, -٣, ٥\}$  (د)  $\{٧, -٣, -٥\}$

٤ إذا كان : عمر سارة الآن سن سنة فإن مربع عمرها بعد سنتين هو .

$$(أ) \text{ سن}^2 + 2 \quad (ب) \text{ سن}^2 + 4 \quad (ج) (\text{سن} - 2)^2 \quad (د) (\text{سن} + 2)^2$$

٥ إذا كان : سن<sup>2</sup> - 8 = (سن + 1) (سن<sup>2</sup> + 2 سن + 4) فإن : ٩ = .

$$(أ) 2 \quad (ب) -4 \quad (ج) 2 \quad (د) -2$$

٦ الحد الذي يضاف للمقدار : سن<sup>4</sup> + ٤ ص<sup>4</sup> ليصبح قابلاً للتحليل كمربع كامل هو

$$(أ) 2 \text{ سن}^2 \text{ ص}^2 \quad (ب) 8 \text{ سن}^2 \text{ ص}^2 \quad (ج) 4 \text{ سن}^2 \text{ ص}^2 \quad (د) 16 \text{ سن}^2 \text{ ص}^2$$

٢ أكمل ما يأتي :

١ إذا كان : (٥ + ٢) أحد عاملي المقدار : ٢ - ١٢ سن + ٥ - سن - ١٥

فإن العامل الآخر هو .....

٢ مجموعة حل المعادلة : ٢ سن<sup>2</sup> - ٥ سن = صفر في ح هي ...

$$٣ | (٥ + \text{سن}) (٥ - \text{سن} - ٥ + ٢٥) = \dots$$

٤ إذا كان : ٢ - ١ سن + ٩ ص - ٣ - ٣ سن - ٣ ص = ١٥ ، ١٥ = سن + ص =

فإن : ٢ - ٣ = .....

٥ إذا كان ٤ أحد جذري المعادلة : سن<sup>2</sup> - ١٢ سن = فإن الجذر الآخر هو

٣ حل كلاً مما يأتي :

$$١ | ٥ - \text{سن} - ١٠ \text{ ص} - ٢ - \text{سن} + ١٢ \text{ ص}$$

$$٢ | ٤ + \text{سن}^2 \text{ ص}^2 + ١٦ \text{ ص}^4$$

$$١ | ٨١ \text{ ص}^4 + ٤ - ٤ \text{ ص}$$

$$٢ | ٢ - \text{سن}^2 - ٥٤$$

٤ أوجد مجموعة الحل في ح لكل من المعادلات الآتية :

$$١ | \text{سن}^4 - ١٠ \text{ سن}^2 + ٩ = ٠$$

$$٢ | ١٥ = (\text{سن} + ٢)$$

$$١ | ٢٣ + ١٧ = ٢ -$$

$$٢ | ٩ = ٢$$

٥ (أ) أوجد العدد الذي إذا أضيف معكوسه الجمعى إلى مربعه كان الناتج ٤٢

(ب) عدد صحيح موجب مربعه يزيد عن أربعة أمثاله بمقدار ٥ فما هو العدد ؟



# مشروع بحثي

## على الوحدة الأولى

### أهداف المشروع

- تحليل المقدار الثلاثي.
- استخدام التحليل لحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد.
- استخدام الجبر في حل المشكلات الحياتية.
- الربط بين الرياضيات والرياضة.

### المطلوب

« ممارسة الرياضة لها العديد من الفوائد المتنوعة ».

في ضوء ذلك قُم بإعداد مشروع بحثي يتضمن ما يلي :

- ١ اكتب مقالًا قصيرًا عن أهمية ممارسة الرياضة.
- ٢ اذكر خمسة من أهم أبطالنا في الوطن العربي في الألعاب الرياضية المختلفة وتكلم عنهم مشيرًا لأهم إنجازاتهم.
- ٣ ملعب كرة قدم مساحته ٧٠٠٠ متر مربع ، وطوله يزيد عن عرضه بمقدار ٣٠ مترًا. ما هي المسافة التي يقطعها عداء إذا قام بالجري حول هذا الملعب دورتين كاملتين ؟

# القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح

الوحدة

2



## دروس الوحدة :

الدرس 1 القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة) في ح

الدرس 2 حل المعادلات الأسية في ح

الدرس 3 العمليات الحسابية على القوى الصحيحة.



يمكنك حل  
التمارين  
التفاعلية على  
الهاتف من خلال  
مسح QR code  
الخاص بكل امتحان

مشروع بحثي على الوحدة التالية

## ◀ أهداف الوحدة :

بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادراً على أن :

- يستدعي ما سبق دراسته عن موضوع الأسس في صـ
  - يتعرف قوانين الأسس غير السالبة في  $\mathbb{C}$
  - يتعرف الأس السالب لعدد حقيقي لا يساوي الصفر.
  - يعمم قوانين الأسس غير السالبة على الأسس السالبة في  $\mathbb{C}$
  - يحل المعادلات الأسية في  $\mathbb{C}$
  - يجري العمليات الحسابية على القوى الصحيحة.
  - يستخدم الآلة الحاسبة للتأكد من صحة النتائج.
  - يطبق قوانين الأسس لحل بعض المشكلات الحياتية والهندسية.
-





## الدرس

# 1

## القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة)

### القوى الصحيحة غير السالبة قوى

إذا كان:  $2 \leq n$  ،  $n \in \mathbb{N}$  ،  
 فإن:  $2^n = 2 \times 2 \times \dots \times 2$  حيث  $n$  مكرر كعامل  $n$  من المرات  
 $2^n$  يُقرأ:  $2$  أس  $n$  ، القوة النونية للعدد  $2$  والعدد  $2$  يُسمى الأساس.

$$\text{فمثلاً: } 27 = 3 \times 9 = 3 \times (3 \times 3) = 3^3$$

$$16 = 4 \times 4 = (2 \times 2) \times (2 \times 2) = 2^4$$

### ملاحظات

① إذا كان:  $2 \leq n$  (مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر) فإن:  $2^n = 2^n$  ،  
 فمثلاً:  $2^5 = 32$  ،  $2^3 = 8$  ،  $2^2 = 4$  ،  $2^1 = 2$  ،  $2^0 = 1$  .

② من الضرب المتكرر نعلم أن:

$$16 = 2^4$$

$$16 = 2^4$$

$$64 = 2^6$$

$$64 = 2^6$$

«لاحظ أن: 2 عدد زوجي»

«لاحظ أن: 3 عدد فردي»

أى أن:  $2^n = 2^n$  إذا كان  $n$  عددًا زوجيًا.  
 بينما:  $2^n = 2^n$  إذا كان  $n$  عددًا فرديًا.

## القوى الصحيحة السالبة في $\mathbb{Z}$

إذا كان  $a$  عددًا حقيقيًا لا يساوي الصفر ،  $a^{-1}$  عددًا صحيحًا موجبًا فإن :

$$\frac{1}{a^{-1}} = a \quad , \quad \frac{1}{a} = a^{-1}$$

$$8 = 2^3 = \frac{1}{2^{-3}}$$

$$\text{فمثلًا : } \frac{1}{2^0} = \frac{1}{2^0} = 2^{-0}$$

### ملاحظات

① لكل  $a \in \mathbb{Z}^*$  ،  $a \exists a^{-1}$  ، فإن :  $1 = \frac{1}{a^{-1}} \times a^{-1} = a^{-1} \times a$  (المحايد الضربي)

أي أن : كلاً من  $a^{-1}$  ،  $a$  هو المعكوس الضربي للآخر.

② لكل  $a \in \mathbb{Z}^*$  ،  $-a \in \mathbb{Z}^*$  ، فإن :  $a^{-1} = \frac{1}{a}$  ،  $(-a)^{-1} = \frac{1}{-a}$

$$\text{فمثلًا : } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

٢٢

### مثال ١

أوجد في أبسط صورة كلاً مما يأتي :

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \end{array}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} & \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} & \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \end{array}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

## قوانين القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة) في

إذا كان  $a$ ،  $b$  عددين حقيقيين،  $m$ ،  $n$  عددين صحيحين ومع مراعاة استثناء الحالات الترتيبية فيها المقام = صفر، والحالات التي يكون فيها الأساس = صفر، الأس = صفر معاً فإن:

| الشرح  | مثال   | القانون                           |
|--|--|-----------------------------------|
| عند ضرب الأعداد ذات الأساس المتساوية نجمع الأسس.         | $2^4 \times 2^4 = 2^{4+4} = 2^8$             | $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ١      |
| عند قسمة الأعداد ذات الأساس المتساوية نطرح الأسس.        | $2^4 \div 2^3 = 2^{4-3} = 2^1$               | $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ٢        |
| عند رفع حاصل ضرب عددين لأس نوزع الأس على العددين.        | $2^4 \times 2^3 = 2^{(4 \times 3)} = 2^{12}$ | $a^m \div a^n = a^{(m \div n)}$ ٣ |
| عند رفع خارج قسمة عددين لأس نوزع الأس على البسط والمقام. | $2^4 \div 2^3 = 2^{(4/3)}$                   | $a^m \div a^n = a^{(m/n)}$ ٤      |
| عند رفع عدد مرفوع لأس آخر نضرب الأسين.                   | $2^4 = 2^{2 \times 2} = (2^2)^2$             | $a^m \div a^n = a^{(m/n)}$ ٥      |

### مثال ٢

أوجد في أبسط صورة كلاً مما يأتي :

$$\begin{array}{|l}
 ١ \quad (2^3)^2 \times (2^4)^3 \\
 ٢ \quad \frac{2^6}{2^3} \\
 ٣ \quad (2^3 \times 2^4)^2 \\
 ٤ \quad \left( \frac{2^6}{2^3} \right)^2
 \end{array}$$

$$2 = {}^2(\sqrt{2}) = {}^{1+1}(\sqrt{2}) = {}^1(\sqrt{2}) \times {}^1(\sqrt{2}) \times {}^1(\sqrt{2}) \quad 1$$

$$\sqrt{2} \times 2 = {}^2(\sqrt{2}) = {}^{1+1}(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{{}^1(\sqrt{2})} \quad 2$$

$$\sqrt{2} \times 2 = {}^2(\sqrt{2}) = {}^2(\sqrt{2}) \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{{}^1(\sqrt{2})} \quad \text{نل أن باستخدام تعريف الأس السالب}$$

$${}^2(\sqrt{2}) \times {}^2(\sqrt{2}) \times {}^{2-2} = {}^2(\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \quad 3$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{{}^1(\sqrt{2})} \times \frac{1}{{}^1(\sqrt{2})} \times \frac{1}{2} =$$

$$26 = \frac{8 \times 81}{9} = \frac{{}^1(\sqrt{2}) \times {}^1 2}{{}^1(\sqrt{2})} = \frac{{}^1(\sqrt{2} \times 2)}{{}^1(\sqrt{2})} = \left( \frac{\sqrt{2} \times 2}{\sqrt{2}} \right) \quad 4$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \quad \therefore \text{نل أن}$$

$$26 = 8 \times 9 = {}^1(\sqrt{2}) \times {}^1(\sqrt{2}) = \left( \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right) = \left( \frac{\sqrt{2} \times 2}{\sqrt{2}} \right) \quad \therefore$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{{}^1(\sqrt{2})} = {}^{1-1}(\sqrt{2}) = {}^{1+1-1}(\sqrt{2}) = {}^1({}^{1-1}(\sqrt{2})) \quad 5$$

### مثال 3

اختصر كلاً مما يأتي لأبسط صورة :

$$\frac{{}^0(\sqrt{2}) \times {}^1(\sqrt{2} \times 2) \times \sqrt{2}}{{}^1(\sqrt{2} \times 2)} \quad 1$$

$$\frac{{}^{1+1}(\sqrt{2}) \times {}^{1-1}(\sqrt{2})}{{}^1(\sqrt{2}) \times {}^1(\sqrt{2})} \quad 2$$

$$\frac{{}^0(\sqrt{2}) \times {}^1(\sqrt{2})}{{}^1(\sqrt{2})} \quad 1$$

$$\frac{{}^1(\sqrt{2}) \times {}^0(\sqrt{2})}{{}^1(\sqrt{2})} \quad 2$$

الحل

$${}^1(\overline{02}) = {}^{(1-1)}{}^1(\overline{02}) = \frac{{}^1(\overline{02})}{{}^1(\overline{02})} = \frac{{}^{(1-1)}{}^1(\overline{02})}{{}^1(\overline{02})} = \frac{{}^1(\overline{02}) - {}^1(\overline{02})}{{}^1(\overline{02})} \quad 1$$

$$\frac{{}^0(\overline{22}) - {}^1(\overline{22}) \times {}^12 \times \overline{22}}{{}^1(\overline{22}) \times {}^12} = \frac{{}^1(\overline{22}) - {}^1(\overline{22}2) \times \overline{22}}{{}^1(\overline{22}2)} \quad 2$$

$$1 - {}^12 \times 2 - 0 + 2 + 1(\overline{22}) - =$$

$$\frac{1-2}{2} = \frac{1}{2} \times 9 - = {}^12 \times {}^1(\overline{22}) - =$$

تذكروا

$$\overline{2 \times 9} = \overline{18}.$$

$$\overline{22} = \overline{22} \times \overline{9} =$$

$$\overline{2 \times 4} = \overline{12}.$$

$$\overline{22} = \overline{22} \times \overline{4} =$$

$$\frac{{}^1(\overline{22}) \times {}^0(\overline{22}2)}{{}^1(\overline{22}2)} = \frac{{}^1(\overline{22}) \times {}^1(\overline{18}2)}{{}^1(\overline{18}2)} \quad 3$$

$$\frac{{}^1(\overline{22}) \times {}^0(\overline{22}) \times {}^12}{{}^1(\overline{22}) \times {}^12} =$$

تذكروا

$${}^12 \times {}^1-2 = \frac{{}^12 \times {}^02}{{}^12 \times {}^12} = \frac{{}^1(\overline{22}) \times {}^02}{{}^12 \times {}^12} = \frac{{}^{1-1}{}^1(\overline{22}) \times {}^02}{{}^12 \times {}^12} = \quad {}^12 = \overline{12} - {}^1(\overline{22}).$$

$${}^12 = \overline{12} = {}^1(\overline{22}).$$

تذكروا

$$27 = 1 \times 27 = 2 \times 27 =$$

$$\frac{0-1.}{1-1.} = \frac{2-2-1.}{2+4-1.} = \frac{{}^1-1. \times {}^1-1.}{{}^1-1. \times {}^1-1.} = \frac{\dots 1 \times {}^1-1.}{{}^1-1. \times {}^1-1.} \quad 4$$

$$1. = {}^11. = {}^1+0-1. =$$

# حاول بنفسك

اختصر كلاً مما يأتي إلى أبسط صورة :

$$\frac{3 \times 6 \times 4}{3 \times 2} \quad (1)$$

$$\frac{\left(\frac{5 \times 2}{2 \times 5}\right)}{\left(\frac{2 \times 2}{2 \times 5}\right)} \quad (2)$$

$$\frac{3 \times 6 \times 4}{3 \times 2} \quad (1)$$

$$\frac{3 \times 6 \times 4}{3 \times 2} \quad (1)$$

## مثال ٤

اختصر لأبسط صورة :

$$\frac{3 - 2 \times 4}{2 - 8} \quad 1$$

$$\frac{10 \times 2 \times 4}{10 \times 2 \times 4} \quad 2$$

الحل

$$\frac{3 - 2 \times 4}{2 - 8} = \frac{3 - 2 \times 4}{(2 - 8)} = \frac{3 - 2 \times 4}{2 - 8} \quad 1$$

$$(3 - 2 \times 4) - 2 - 8 =$$

$$8 = 2 \times 4 = 2 \times 2 - 2 - 8 =$$

$$\frac{10 \times 2 \times 4}{10 \times 2 \times 4} = \frac{10 \times 2 \times 4}{10 \times 2 \times 4} \quad 2$$

$$1 - 2 - 1 + 2 \times 1 - 2 - 2 + 2 =$$

$$1 - 2 = 2 \times 1 - 2 =$$

$$16 = 2 = 1 - 2 = \text{المقدار} \quad 1 \text{ عندما } 1$$

## مثال ٥

$$27 = \frac{2^{10} \cdot 5 \times 2^{10} \cdot 3 \cdot 2^2 \cdot 3^2}{2^{10} \cdot 5 \times 2^2 \times 2^2 \cdot 3^2} \quad \text{أثبت أن:}$$

الحل

$$\frac{2^{10} \cdot 5 \times 2^{10} \cdot 3 \times 2^{10} \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2}{2^{10} \cdot 5 \times 2^2 \times 2^2 \cdot 3^2} = \frac{2^{10} (5 \times 3) \times 2^{10} \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2}{2^{10} \cdot 5 \times 2^2 \times 2^2 \cdot 3^2} = \text{الطرف الأيمن}$$

$$2^{10-10-2-2+10} \times 5 \times 3 \times 2^{10-2+10} \times 3^{2+2-2} \cdot 3^2 =$$

$$1 \times 2^2 \times 3 = 5 \times 2^2 \times 3^2 \cdot 3^2 =$$

$$27 = 2^2 = \text{الطرف الأيسر}$$

## حاول بنفسك ٢

$$1 \quad \text{اختصر لأبسط صورة: } \frac{2^5 (81) \times 2^{10-2}}{2^{10-1} \times 2^2 \times 10 \times 2^2}$$

ثم أوجد القيمة العددية للنتائج عندما  $s = 1$ 

$$2 \quad \text{أثبت أن: } 9 = \frac{2^4 \times 10 \times 2^9}{2^{16}}$$

## مثال ٦

$$\text{إذا كان: } s = 3, \quad 2^2 = s, \quad \frac{1}{2^2} = c$$

فاوجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

$$3 \quad \frac{2^{-s}}{2^{-s}}$$

$$\begin{array}{|l} 1 \quad (s \cdot s)^2 \\ 4 \quad (s^{-1} \cdot s^2)^{-1} \\ 5 \quad s^{-1} + (s \cdot s)^2 \cdot c^2 \end{array}$$



الحل

$$٢٧ = ٣ \times ٩ = {}^٢(\sqrt{٣}) \times {}^٢٣ = {}^٢\text{ص} {}^٢\text{س} = {}^٢(\text{ص} \times \text{س}) \quad ١$$

$${}^٢(\text{ص} + \text{س}) = {}^٢\text{س} + {}^٢\text{ص} \quad ٢$$

لاحظ أن:

$$\bullet {}^٢\text{ص} + {}^٢١ \neq {}^٢(\text{ص} + ١)$$

$$\bullet {}^٢\text{ص} - {}^٢١ \neq {}^٢(\text{ص} - ١)$$

$${}^٢(\sqrt{٣}) + \sqrt{٣} \times ٣ \times ٣ + {}^٢٣ =$$

$$\sqrt{٣} \times ٦ + ١٢ = ٣ + \sqrt{٣} \times ٦ + ٩ =$$

$$\frac{\sqrt{٣}}{٩} = \frac{\sqrt{٣} \times ٣}{٢٧} = \frac{{}^٢(\sqrt{٣})}{{}^٢٣} = {}^٢\left(\frac{\sqrt{٣}}{٣}\right) = {}^٢\left(\frac{٣}{\sqrt{٣}}\right) = {}^٢\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right) = \frac{{}^٢\text{س}}{{}^٢\text{ص}} \quad ٣$$

$${}^٨\text{ص} \times {}^٤\text{س} = {}^٢\text{ص} \times {}^٢\text{س} = {}^٢(\text{ص} \times \text{س}) = {}^٢(\text{ص} \times \text{س}) = {}^٢\text{ص} \times {}^٢\text{س} = {}^٢(\text{ص} \times \text{س}) \quad ٤$$

$$١ = \frac{{}^٤\text{س}}{{}^٤\text{ص}} = \frac{{}^٤\text{س}}{\sqrt[٨]{٣}} = \frac{{}^٤\text{س}}{\sqrt[٨]{\sqrt[٢]{٣}}} = \frac{{}^٤\text{س}}{\sqrt[٨]{\sqrt[٢]{٣}}} =$$

$${}^٢\text{س} + {}^٢(\text{ص} \times \text{ع}) = {}^٢\text{ع} \quad ٥$$

$${}^٢\left(\frac{١}{\sqrt[٢]{٣}} \times \sqrt[٢]{٣} \times ٣\right) + {}^٢٣ =$$

$$١٨ = ٩ + ٩ = {}^٢٣ + {}^٢٣ =$$

مثال ٧

$$١ \text{ إذا كان : } ٢ = {}^٢\text{س} \quad \text{فأوجد قيمة : } {}^٢\text{س}$$

$$٢ \text{ إذا كان : } ٢ = {}^٢\text{س} \quad \text{فأوجد قيمة : } {}^٢(٢٧)$$

$$٣ \text{ إذا كان : } ٥ = {}^٢\text{س} \quad \text{فأوجد قيمة : } {}^٢\text{س} + ٢$$

الحل

$$١ \because {}^٢\text{س} = ١ \therefore ٢ = {}^٢\text{س} \therefore {}^٢\text{س} = ١ \therefore \frac{١}{\sqrt[٢]{٣}} = {}^٢\text{س}$$

$$2 \quad \therefore {}^2(3) = 3({}^22) = 3(27) \quad 2$$

$$8 = {}^22 = 3(27) \quad \therefore$$

$$2 = 33 \quad \therefore$$

$$3 \quad \therefore {}^22 \times 33 = 2 + 33 \quad 3$$

$$20 = 4 \times 5 = 2 + 33 \quad \therefore$$

$$5 = 33 \quad \therefore$$

### حاول بنفسك

١ إذا كانت  $3 = 3$  ،  $3 = 3$  فأوجد في أبسط صورة :  $3$  ص

فأوجد قيمة :  $3 - 7$

فأوجد قيمة :  $(125)$  ص

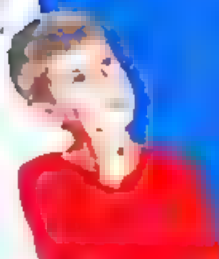
فأوجد قيمة :  $3^2$

٢ إذا كان :  $5 = 3$

٣ إذا كان :  $9 = 3$

٤ إذا كان :  $6 = 1 + 3$

اختبار  
تفاعلي



# تمارين 10

على القوى الصحيحة  
(غير السالبة والسالبة) في 2

أسئلة كتاب الوزارة

أوجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة :

|                                |                       |                       |                     |
|--------------------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|
| ${}^1(5\sqrt{2})$ ٤            | ${}^2(\frac{2}{3})$ ٢ | ${}^1(\frac{1}{4})$ ٢ | ${}^23$ ١           |
| ${}^1(\frac{1}{5\sqrt{2}})$ ٨  | ${}^2(-5\sqrt{2})$ ٧  | ${}^1(3\sqrt{2}-)$ ٦  | ${}^2(3\sqrt{2})$ ٥ |
| ${}^2(\frac{3\sqrt{2}}{2})$ ١٢ | ${}^2(3\sqrt{2})$ ١١  | ${}^2(0.2)$ ١٠        | ${}^2(0.01)$ ٩      |

اختصر كلاً مما يأتي إلى أبسط صورة حيث  $s \neq 0$  :

|               |   |   |
|---------------|---|---|
| ${}^2(-s-)$ ٣ | ${}^2s- - {}^1s-$ ٢   | ${}^1s- \times {}^2s- \times {}^3s-$ ١                |
| ${}^2(-s-)$ ٣ | $\frac{{}^1(-s-) \times {}^2(-s-)}{{}^1s- \times {}^2s-}$ ٥ | $\frac{{}^2s- \times {}^1s-}{{}^1s- \times {}^2s-}$ ٤ |

اختصر كلاً مما يأتي إلى أبسط صورة :

|               |  |
|---------------|--|
| ٨٠            | ${}^1(3\sqrt{2}) \times {}^1(3\sqrt{2})$ ١                         |
| ٧٠            | ${}^1(7\sqrt{2}) \times {}^2(7\sqrt{2}) \times {}^3(7\sqrt{2})$ ٢  |
| ٤٠            | ${}^2(3\sqrt{2}) \times {}^1(3\sqrt{2}-) \times {}^1(3\sqrt{2})$ ٢ |
| ٨١-٠          | ${}^1(3\sqrt{2}-) \times {}^2(3\sqrt{2}-) \times 3\sqrt{2}$ ٤      |
| ٢٥٠           | ${}^1(5\sqrt{2}-) \div {}^1(5\sqrt{2}-)$ ٦                         |
| ٢٢٠           | ${}^1((3\sqrt{2}-) \times {}^2(3\sqrt{2}))$ ٨                      |
| ٦٢٥٠          | ${}^2(5\sqrt{2}-) \times {}^1(2(5-))$ ١٠                           |
| ٥٠٠           | ${}^2(5\sqrt{2}) \div {}^1(5\sqrt{2})$ ٥                           |
| $\frac{1}{8}$ | ${}^1(\frac{1-}{2\sqrt{2}})$ ٧                                     |
| $\frac{4}{9}$ | ${}^1(3\sqrt{2}-) \times {}^2(3\sqrt{2})$ ٩                        |

٤ اختصر كلاً مما يأتي إلى أبسط صورة :

|  |   |
|--|---|
| ١. $\frac{{}^1(\overline{٢٧}) \times {}^٧(\overline{٢٧})}{{}^٧(\overline{٢٧})}$  | ١.٧. $\frac{{}^٧(\overline{٧٧}) \times {}^٧(\overline{٧٧})}{{}^٧(\overline{٧٧})}$             |
| ٢. $\frac{{}^٧(\overline{٢٧}) \times {}^٧(\overline{٧٧٢})}{{}^٧(\overline{٧٧})}$   | ٢.٢. $\frac{{}^٧(\overline{٢٧-}) \times {}^٧(\overline{٢٧})}{{}^٧(\overline{٢٧})}$            |
| ٣. $\frac{{}^٧(\overline{٢٧٢}) \times {}^٧(\overline{٢٧}) \times {}^٧(\overline{٢٧})}{{}^٧ \times {}^٧(\overline{٢٧٢})}$ | ٣.٣. $\frac{{}^٧(\overline{٢٧}) \times {}^٧(\overline{٢٧٢})}{{}^٧(\overline{٢٧٢})}$           |
| ٤. $\frac{{}^٧(١٠) \times {}^٧(\overline{٢٧})}{{}^٧ \times {}^٧ \times {}^٧(\overline{٢٧})}$                             | ٤.٤. $\frac{{}^٧(\overline{٢٧}) \times {}^٧(\overline{٢٧٢})}{{}^٧(\overline{٢٧٢})}$           |
| ٥. $\frac{{}^٧(١٠) \times {}^٧(١٠)}{{}^٧ \times {}^٧(٠.١)}$  | ٥.٥. $\frac{{}^٧(\overline{٢٧}) \times {}^٧(\overline{٢٧})}{{}^٧ \times {}^٧(\overline{٢٧})}$ |
| ٦. $\frac{{}^٧(\overline{٢٧}) \times {}^٧(\overline{٢٧})}{{}^٧(\overline{٢٧})}$  | ٦.٦. $\frac{{}^٧ \times {}^٧(\overline{٥٧}) \times {}^٧(١٥)}{{}^٧(\overline{٥٧}) \times ٩}$   |
| ٧. $\frac{{}^٧(\overline{٢٧}) \times {}^٧(\overline{٢٧})}{{}^٧(\overline{٢٧})}$  | ٧.٧. $\frac{{}^٧(\overline{٢٧٢})}{{}^٧(\overline{٢٧٢})}$                                      |

٥ اختصر كلاً مما يأتي إلى أبسط صورة :

|                                     |                                       |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| ١. $\frac{١-٣ \times ٢}{٣(١٢)}$     | ١.٩. $\frac{٢+٣ \times ٩}{٣(٢٧)}$     |
| ٢. $\frac{٣٥ \times ٣٦}{٣٢(٣٠)}$    | ٢.٩. $\frac{١+٣ \times ٢}{٣٨}$        |
| ٣. $\frac{٣+٣٩ \times ٢+٣٤}{٣+٣٢٩}$ | ٣.٩. $\frac{١-٣(٤٩) \times ٣}{٣(٩٨)}$ |

## الدرس الأول

|   |   |
|---|---|
| $\frac{u_{17} \times u_{(1)}}{u_8 \times u_{(27)}} \quad \text{A} \quad \text{0.10}$      | $\frac{u_{17} \times u_8}{u_{17} \times u_{17}} \quad \text{V}$         |
| $\frac{u_2 \times u_{(18)} \times 2}{u_{(27)} \times 2} \quad \text{B} \quad \text{0.20}$ | $\frac{2 \times u_{(27)} \times u_2}{u_{(18)} \times 2} \quad \text{I}$ |
| $\frac{u_{22} \times u_{(1)}}{u_8 \times 22} \quad \text{C} \quad \text{0.20}$            | $\frac{u_{(1)} \times u_8 \times u_2}{u_{(22)}} \quad \text{II}$        |

١٢)  $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 2}$  ثم أوجد قيمة الناتج عندما  $x = 1$

١٤  $\frac{x^{1-5}(\sqrt{x})^{1-5}}{x^2(\sqrt{x})^{1-5}}$  ثم أوجد قيمة الناتج عندما  $x = 2$

١٥  $1 - x^2 \times \left(\frac{1}{y}\right)^2$  ما قيمة الناتج إذا كانت  $x = 2$  و  $y = 5$  ؟

$$\frac{1}{17} = \frac{8 \times 10^{-2} (27)}{(272) \times (272)} \quad \text{اثبت ان:}$$

٧ إذا كان :  $\sqrt[3]{2} = 4$  ،  $\sqrt[2]{2} = 5$  فاوجد قيمة :

$$u = \frac{1}{2} \quad \text{and} \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

٨ إذا كان:  $2 = \sqrt{2}$  ،  $2 = \sqrt{2}$  فأوجد قيمة المقدار:  $(2 - \sqrt{2})^2$  -١٠-

إذا كانت :  $\frac{\sqrt{r}}{r} = \frac{1}{\sqrt{r}}$  ،  $\frac{1}{\sqrt{r}} = \frac{1}{\sqrt{r}}$  ،  $\frac{\sqrt{r}}{r} = \frac{1}{\sqrt{r}}$

فأوجد قيمة:  ${}^2s + ({}^2s) \times {}^2s$



٩ أربعة أمثال العدد  $^{82}$  هو ..

- (١)  $^{262}$  (ب)  $^{88}$  (ج)  $^{102}$  (د)  $^{84}$

١٠ لـ [١] سدس العدد :  $^{122} \times ^{122}$  هو .....

- (١)  $^{26}$  (ب)  $^{46}$  (ج)  $^{116}$  (د)  $^{236}$

١١ [١] قيمة المقدار :  $^{52} + (^{27})^{10}$  تساوى .....

- (١)  $^{62}$  (ب)  $^{102}$  (ج)  $^{10} (^{27})^{10}$  (د)  $^{20} (^{27})^{10}$

١٢ [١] قيمة المقدار :  $^{20} (2) + ^{21} (2)$  تساوى .....

- (١)  $^{402} \times 2$  (ب)  $^{412} \times 2$  (ج)  $^{202} \times 2$  (د)  $^{212} \times 2$

١٣ [١] أى مما يأتى هو الأقرب إلى  $^{29} + ^{11} (11)$  ؟

- (١)  $^{18} + ^{22}$  (ب)  $^{29} + ^{211}$  (ج)  $^{20} + ^{120}$  (د)  $^{80} + ^{120}$

١٤ إذا كان :  $2 = س$  فإن :  $3 = س$  ..

- (١)  $4 -$  (ب)  $\frac{1}{4}$  (ج)  $4$  (د)  $12$

١٥ [١] إذا كان :  $2 = س$  فإن :  $8 = س$  .....

- (١)  $5$  (ب)  $15$  (ج)  $25$  (د)  $125$

١٦ [١] إذا كان :  $6 = س$  فإن :  $10 = س$  ..

- (١)  $12$  (ب)  $22$  (ج)  $66$  (د)  $72$

١٧ [١] إذا كان :  $5 = س$  فإن :  $10 = س$  ..

- (١)  $1.25$  (ب)  $0.8$  (ج)  $0.125$  (د)  $0.08$

١٨ [١]  $0.0005 \times 0.0002 =$  ..

- (١)  $5 \times 10^{-9}$  (ب)  $10 \times 10^{-9}$  (ج)  $10 \times 10^{-10}$  (د)  $10 \times 10^{-11}$

١٩ [١] إذا كان :  $س = \frac{9\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$  فإن :  $س =$  ..

- (١)  $\frac{3\sqrt{2}}{3}$  (ب)  $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$  (ج)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (د)  $2$



$$٢٠. \text{س}^{-٢} \times ١ = \dots\dots\dots \text{س}^{-٢} \neq ٠$$

(١) س<sup>-٢</sup> (ب) س<sup>-٢</sup> (ج) س<sup>-٢</sup> (د) س<sup>-٢</sup>

$$٢١. \dots\dots\dots = ({}^٢(\sqrt{٢}) - {}^٢(\sqrt{٢})) ({}^٢(\sqrt{٢}) + {}^٢(\sqrt{٢}))$$

(١) ١ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٥

$$٢٢. \boxed{\text{القيمة العددية للمقدار}} : \frac{١+٧٢ \times ١+٧٢}{٧٢(١٠)} \text{تساوى} \dots\dots\dots$$

(١)  $\frac{١}{٧}$  (ب) ٧ (ج) ١٠ (د) ١٠٠

١٥ أكمل ما يأتي :

$$\dots\dots\dots = \frac{{}^٢[{}^٢(\sqrt{٢})]}{{}^٢[{}^٢(\sqrt{٢})]}$$

$$٢ = ({}^٢(\sqrt{٢}) \times {}^٢(\sqrt{٢})) \dots\dots\dots = ({}^٢(\sqrt{٢}) - {}^٢(\sqrt{٢}))$$

$$\dots\dots\dots = ({}^٢(\frac{١}{\sqrt{٢}}) \times {}^٢(\frac{١}{\sqrt{٢}})) \times ٢ \text{ مقلوب } ٢ \times {}^٢(\frac{١}{\sqrt{٢}}) = \dots\dots\dots$$

٦ أكبر عدد في العددين  $({}^٢(\sqrt{٢}) - {}^٢(\sqrt{٢}))$  ،  $({}^٢(\sqrt{٢}) - {}^٢(\sqrt{٢}))$  هو  $\dots\dots\dots$

٧ إذا كان أربعة أمثال عدد هو ٤ فإن  $\frac{٢}{٤}$  هذا العدد هو  $\dots\dots\dots$

٨ إذا كان : (س - ٥) مقلوب = ١ فإن : س  $\exists \dots\dots\dots$

٩ إذا كانت : س =  $({}^٢(\sqrt{٢}) + {}^٢(\sqrt{٢}))$  ، س =  $({}^٢(\sqrt{٢}) + {}^٢(\sqrt{٢}))$  فإن : س =  $\dots\dots\dots$

فإن : س =  $\dots\dots\dots$

١٠ إذا كان :  $(\frac{١}{٢})^س = ٥$  فإن : (٨)<sup>-س</sup> =  $\dots\dots\dots$

١١ إذا كان :  $٧ = س٢$  ،  $٥ = س٢$  فإن : س + س =  $\dots\dots\dots$

١٢ إذا كان :  $٢ = س٥$  ،  $٧ = س٥$  فإن : س + س =  $\dots\dots\dots$

١٦ أكمل ما يأتي :

- ١ إذا كان :  $ص^2$   $ص^2 = 8$  فإن :  $ص^1$   $ص^1 = 2$
- ٢ إذا كان :  $ص = 2\sqrt{2}$  ،  $ص = (\sqrt{2})^2$  فإن :  $ص^1$   $ص^1 = 100$
- ٣ إذا كان :  $ص^2 + 2 = 18$  فإن :  $(ص)$   $ص = 4$
- ٤ إذا كان :  $ص^2 = 3$  ،  $ص^2 = 5$  فإن :  $ص^2$   $ص^2 = 10$

١٧ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times \dots \times 4 = \dots$ 
  - (أ)  $2^5$
  - (ب)  $2^2$
  - (ج)  $2^{10}$
  - (د)  $2^5 + 2^2$
- ٢ إذا كانت :  $ص - 3 = 12$  فما هي قيمة :  $\frac{8}{ص}$  ؟
  - (أ)  $12^2$
  - (ب)  $4^2$
  - (ج)  $8^2$
  - (د) المعلومات لا تكفي لحل.
- ٣  $2^{112} = 2^{102} + \dots$ 
  - (أ) 2
  - (ب)  $2^{10}$
  - (ج)  $2^{102}$
  - (د)  $2^{112}$
- ٤ المقدار :  $10002 + 125256 = \dots$ 
  - (أ)  $125258$
  - (ب)  $1125258$
  - (ج)  $10012$
  - (د)  $10004$
- ٥ إذا كانت :  $ص \neq 0$  ،  $ص + \frac{1}{ص} = \sqrt{5}$  فإن :  $\frac{1}{ص} + \frac{1}{ص} = \dots$ 
  - (أ) 1
  - (ب) 3
  - (ج) 5
  - (د) 7
- ٦ الرقم في خانة أحاد العدد  $12^3 \times 12^2$  هو .....
  - (أ) 2
  - (ب) 3
  - (ج) 4
  - (د) 6



الدرس

2

## حل المعادلات الأسية في 2

### المعادلات الأسية

المعادلات الأسية هي المعادلات التي يكون فيها المجهول عبارة عن أس.

$$27 = 3^{x+4}$$

$$125 = 5^{x-2}$$

ويمكن حل بعض المعادلات الأسية باستخدام إحدى الطرق الآتية :

### الطريقة الأولى

نجعل الأساس = الأساس فيكون : الأس = الأس بشرط أن الأساس  $\neq 0, 1, \pm 1$  أي أنه :

إذا كان :  $a$  عددًا حقيقيًا ،  $m$  ،  $n$  عددين صحيحين

وكان :  $a^m = a^n$  فإن :  $m = n$  حيث :  $a \neq 0, 1, \pm 1$

فمثلاً : إذا كان :  $9 = 3^{x-2}$  فإن :  $3^2 = 3^{x-2}$

∴ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس ∴  $2 = x-2$

## الطريقة الثانية

نجعل الأس = الأس فيكون :

إما الأساس  $\oplus$  الأساس إذا كان الأس فردياً

، الأساس  $\oplus$  الأساس إذا كان الأس زوجياً

، الأس  $\oplus$  صفر إذا كان الأساس  $\neq \pm$  الأساس

أى أنه :

إذا كان : ١ ، ٢ عددين حقيقيين ، م عدداً صحيحاً وكان :  $١ = ٢$  فإن :

•  $١ = ٢$  إذا كان : م عدداً فردياً فمثلاً : إذا كان :  $١ = ٢$  فإن :  $٢ = ٢$

•  $١ \pm ٢$  إذا كان : م عدداً زوجياً فمثلاً : إذا كان :  $١ = ٢$  فإن :  $٢ \pm ٢$

• م = صفر إذا كان :  $١ \neq ٢$

فمثلاً : إذا كان :  $١ = ٢$  فإن :  $١ = ٢$  ومنها  $٢ = ٢$

### مثال ١

أوجد قيمة م في كل مما يأتي :

$$\begin{array}{l|l|l} ٢^{-} \left( ٢ \frac{٧}{٩} \right) = ٢^{+٧} \left( \frac{٢}{٥} \right) & \frac{١}{٨١} = ١^{-٧٩} & ٨ = ٥^{+٧٢} \\ ٢^{+٧} ٧ = ٢^{+٧} ٣ & ١ = (٢^{-٧}) ٧ & ٦^{-٧} ٥ = ٦^{-٧} ٣ \end{array}$$

الحل

$$٢ = ٥^{+٧٢} \therefore$$

$$٨ = ٥^{+٧٢} \therefore$$

$$\therefore \text{الأس} = \text{الأس}$$

$$\therefore \text{الأساس} = \text{الأساس}$$

$$\therefore ٢ = ٧$$

$$\therefore ٢ = ٥ + ٧$$

$$2-9 = \frac{1}{2-9} = 1-29 \therefore$$

$$\therefore \text{الأس} = \text{الأس}$$

$$\therefore 1-29 = 1-29$$

$$2-\left(\frac{20}{9}\right) = 2+29\left(\frac{2}{9}\right) \therefore$$

$$2-\left[\left(\frac{2}{9}\right)\right] = 2+29\left(\frac{2}{9}\right) \therefore$$

$$\therefore \text{الأس} = \text{الأس}$$

$$\therefore 2=29$$

$$2 \therefore \frac{1}{29} = 1-29$$

$$\therefore \text{الأساس} = \text{الأساس}$$

$$\therefore 2-1=2-1$$

$$2-\left(2\frac{2}{9}\right) = 2+29\left(\frac{2}{9}\right) \therefore 2$$

$$2-\left(\frac{2}{9}\right) = 2+29\left(\frac{2}{9}\right) \therefore$$

$$2-\left(\frac{2}{9}\right) = 2+29\left(\frac{2}{9}\right) \therefore$$

$$\therefore \text{الأساس} = \text{الأساس}$$

$$\therefore 2=29$$

$$2 \therefore 2-29=2-29 \therefore \text{الأس} = \text{الأس}$$

$$\therefore \text{إما أن يكون : الأساس} = \text{الأساس أو يكون : الأس} = \text{صفر}$$

$$\therefore 2-29=2-29 \text{ صفر}$$

$$\therefore 2 \neq 29$$

$$\therefore 2=29$$

$$\therefore 2=29$$

$$1 = (2-29)29 \therefore 0$$

$$\therefore 29 = (2-29)29$$

$$\therefore \text{الأساس} = \text{الأساس}$$

$$\therefore \text{الأس} = \text{الأس}$$

$$\therefore 2 = (2-29)29$$

$$\therefore \text{إما } 2=29 \text{ أو } 2-29=0 \text{ ومنها } 2=29$$

$$\therefore 2=29$$

لاحظ أنه ،

إذا كان :  $2=29$  فإن  $2=29$  ،

حيث :  $2 \neq 29$  ،  $0 \neq 29$  ،  $1 \neq 29$  ،

$$6 \quad \therefore 2^{x+2} = 2^{x+3} \quad \therefore \text{الأس} = \text{الأس}$$

$\therefore$  إما أن يكون الأساس = الأساس ومنها  $x = 3$  :

أو يكون الأس = صفر

$$\therefore x = 2$$

ومنها :  $x + 2 = \text{صفر}$

## حاول نفسك (١)

أوجد قيمة  $x$  في كل مما يأتي :

$$2^{x+2} = 2^{x+3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{16} = 2^{x+2} \quad (2)$$

$$16 = 2^{x+2} \quad (1)$$

## مثال (٢)

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في  $x$  :

$$81 = |x-2| \quad 1$$

$$\dots 1 = \frac{1}{2^{x+2}} \quad 4$$

$$16 = \frac{2^{(18)}}{2^9 \times 2^8} \quad 1$$

$$2 \frac{1}{4} = 2^{x-2} \left( \frac{2}{2} \right) \quad 2$$

الحل

$$81 = \frac{2^2 \times 2^2}{2^2 \times 2^2} \quad \therefore 16 = \frac{2^{(2 \times 2)}}{2^{(2)} \times 2^{(2)}} \quad \therefore$$

$$4 = x - 2 \quad \therefore$$

$$4x = x^2 - 2 \quad \therefore$$

$$\{x-2\} = \text{ح.م.} \quad \therefore$$

$$4 = |x-2| \quad \therefore$$

$$4x = |x-2| \quad \therefore$$

$$\{4-x, 4\} = \text{ح.م.} \quad \therefore$$

$$\frac{9}{4} = 2^{x-2} \left( \frac{2}{2} \right) \quad \therefore$$

$$2 = x - 2 \quad \therefore$$

$$16 = \frac{2^{(18)}}{2^9 \times 2^8} \quad \therefore 1$$

$$4x = x^2 - 2 \quad \therefore$$

$$x - 2 = \dots \quad \therefore$$

$$81 = |x-2| \quad \therefore 2$$

$$4 \pm x = \dots \quad \therefore$$

$$2 \frac{1}{4} = 2^{x-2} \left( \frac{2}{2} \right) \quad \therefore 2$$

$$\left( \frac{2}{2} \right) = 2^{x-2} \left( \frac{2}{2} \right) \quad \therefore$$

$$\therefore x^2 - x - 2 = 0 \text{ وبالتحليل : } (x-2)(x+1) = 0$$

$$\text{ومنها : } x = 2$$

$$\therefore \text{ إما } x = 2$$

$$\text{ومنها : } x = -1$$

$$\text{أ، } x = 1 +$$

$$\therefore \text{ ح.م. } = \{2, -1\}$$

$$\therefore \frac{1}{100} = \frac{1}{x^2(2+x)}$$

$$\therefore x^2(2+x) = 100$$

$$\therefore x = 2 + 10 = 12 \text{ ومنها } x = 7$$

$$\therefore \text{ ح.م. } = \{12, 7\} \text{ ومنها : } x = -12$$

$$\therefore \frac{1}{100} = \frac{1}{x^2(2+x)}$$

$$\therefore \frac{1}{100} = \frac{1}{x^2(2+x)}$$

$$\therefore \text{ الأس عدد زوجي}$$

$$\text{أ، } x = 2 + 10 = 12$$

حل آخر

$$\therefore \frac{1}{100} = \frac{1}{x^2(2+x)}$$

$$\therefore x^2(2+x) = 100$$

$$\therefore x = 2 + 10 = 12 \text{ ومنها : } x = 7$$

$$\text{ومنها : } x = -12$$

$$\therefore \frac{1}{100} = \frac{1}{x^2(2+x)}$$

$$\therefore x^2(2+x) = 100$$

$$\therefore x = 2 + 10 = 12$$

$$\text{أ، } x = 2 + 10 = 12$$

$$\therefore \text{ مجموعة الحل } = \{12, 7\}$$

## حاول نفسك

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في ح :

$$x^2 = \frac{1+x \times 9}{x(26)} \quad (3)$$

$$9 = \sqrt{2} |x| \quad (4)$$

$$1 = x^2 - 9 \quad (1)$$

$$1) x^2 = \{-2, 2\}$$

$$2) x^2 = \{-1, 1\}$$

$$3) x^2 = \{1\}$$

$$4) x^2 = \{0\}$$

$$5) x^2 = \{-1\}$$

$$6) x^2 = \{0\}$$



# تمارين 11

على حل المعادلات الأسية في ح



أسئلة كتاب الوزارة

اختبار  
تفاعلي



1 أوجد قيمة  $x$  في كل مما يأتي حيث  $x \in \mathbb{R}$ :

|          |   |   |
|----------|---|---|
| ١٠٠      | $22 = 2^{x-2}$ [٢] ٠.٢٠                                     | $25 = 5^x$ ١                              |
| ١٠٢      | $1 = 2^{-2x}$ [٤] ٠.٦٠                                      | $81 = 3^{x-2}$ [١] ٢                      |
| ١٠٥      | $9 = 3^{1-x}$ [١] ٠.٥٠                                      | $\frac{1}{9} = 3^{x-2}$ [٥] ٥             |
| ١٠٥٠     | $\frac{125}{27} = 5^{x+2}$ [٨] ٠.٢٠                         | $\frac{8}{125} = 5^{1-x}$ [٧] ٧           |
| ١٠٦      | $2^{-2} \left( 2^{\frac{x}{2}} \right) = 2^{x+2}$ [١٠] ٠.٢٠ | $2^{\frac{1}{x}} = 2^{\frac{x}{3}}$ [٩] ٩ |
| ١٠٤، ١٢٠ | $2^{-x} 2^x = 2^{-x} 2^x$ [١١] ٠.٢٠                         | $2^{-x} 2^x = 2^{-x} 2^x$ [١١] ١١         |
| ١٠٦٠     | $\frac{1}{22} = 2^{x+2} \times 2$ [١٤] ٠.٢٠                 | $1 = 2^{-2x} \times 9$ [١٣] ١٣            |

2 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في ح:

|            |                              |  |
|------------|------------------------------|--|
| $\{2, 3\}$ | $1 = 2^{x-2}$ [٢] ٠.٢٠       | $2^{-x} = 2^{-x}$ [١] ١                      |
| $\{2, 3\}$ | $125 = 5^{x+2}$ [٤] ٠.٢٠     | $2 = 2^{x-2}$ [٣] ٣                          |
| $\{11\}$   | $3^{x+2} = 3^{x-2}$ [٦] ٠.٢٠ | $1 + 2^x = 2^{x+2}$ [٥] ٥                    |
| $\{2\}$    |                              | $1 - 5^x \times 9 = 1 - 5^x \times 25$ [٧] ٧ |

3 أوجد قيمة  $x$  في كل مما يأتي حيث  $x \in \mathbb{R}$ :

|      |  |   |
|------|--|---|
| ١٠٢٠ | $74 = \frac{9^x \times 8}{(18)^x}$ [٢] ٠.٢٠            | $2^x = \frac{10^x \times 9^x \times 2^x}{(18)^x}$ ١ |
| ١٠٦٠ | $1 = \frac{1^{-x}(12)}{1^{-x} \times 1^{-x}}$ [٤] ٠.٢٠ | $7 = \frac{2^{-x} 2^x}{1^{-x} \times 1^{-x}}$ ٢     |



٣ إذا كان :  $\left(\frac{2}{3}\right)^9 = \left(\frac{2}{3}\right)^x$  فإن :  $x = \dots\dots\dots$

- (أ) ٩ (ب) ٩ (ج) ٢٢ (د) ٢٣

٤ إذا كان :  $\frac{1}{8} = 2^x$  فإن :  $x = \dots\dots\dots$

- (أ)  $\frac{1}{8}$  (ب) ٩ (ج) ٩- (د)  $\frac{1}{9}$

٥ إذا كان :  $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = 2^x$  فإن :  $x = \dots\dots\dots$

- (أ) ١ (ب) صفر (ج) ١- (د) ٢-

٦ إذا كان :  $\sqrt[3]{2} = 2^x$  فإن :  $x = \dots\dots\dots$

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) صفر (د) ٢

٧ إذا كان :  $2^x - 1 = 2^y$  فإن :  $x = \dots\dots\dots$

- (أ) ٢ (ب)  $\frac{1}{2}$  (ج) ١ (د) صفر

٨ إذا كان :  $9 = 3^x$  فإن :  $x = \dots\dots\dots$

- (أ) ٧ (ب) ٢ (ج) ٨ (د) ٥

٩ إذا كان :  $4 = 2^x$  فإن :  $x = \dots\dots\dots$

- (أ) ٢٢ (ب) ١٦ (ج) ١٠ (د) ٨

١٠ إذا كان :  $0.05 \times 0.02 \times \dots = 10^x$  فإن :  $x = \dots\dots\dots$

- (أ) ٤- (ب) صفر (ج) ٢ (د) ٤

١١ إذا كان :  $2^x - 1 = 2^y \times 2^z$  فإن :  $x = \dots\dots\dots$

- (أ) ٣- (ب) ١- (ج) ١ (د) ٢

١٢ إذا كان :  $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2}) = 2^x$  فإن :  $x = \dots\dots\dots$

- (أ) ١ (ب) ١- (ج) ٢ (د) ٢-

١٣ إذا كان :  $7 = 2^x$  ،  $9 = 7^y$  فإن :  $x = \dots\dots\dots$

- (أ) ٥ (ب) ٢ (ج) ٧ (د) ٩

١٢ أكمل ما يأتي :

فإن :  $ص =$ 

١ إذا كان :  $١ = ٢ \times ٢$

فإن :  $ص =$ 

٢ إذا كان :  $١٠٠ = ٥ \times ٢$

فإن :  $ص =$ 

٣ إذا كانت :  $١.٥ = ٢ \times ٢$

فإن :  $ص =$ 

٤ إذا كانت :  $٢.٥ = ٥ \times ٢$

فإن :  $ص =$ 

٥ إذا كان :  $٦٤ = ٦ - ٤$

فإن :  $ص =$ 

٦ إذا كانت :  $\frac{1}{16} = ١٠ - ٤$

فإن :  $ص =$ 

٧ إذا كان :  $\frac{1}{5} = ٢ - (٥٢)$

فإن :  $ص =$ 

٨ إذا كان :  $\frac{1}{4} = \frac{٢ \times ٢}{(١٢)}$

فإن :  $ص =$ 

٩ إذا كان :  $١ = ٢ + ٢ + ٢$

فإن :  $ص =$ 

١٠ إذا كان :  $٤٨ = ٢ + ٢ + ٢$

فإن :  $ص =$ 

١١ إذا كان :  $٢ + ٢ = ٢$

فإن :  $ص =$ 

١٢ إذا كان :  $\{٢, ١\} = \{٢ - ٢, ٢\}$

فإن :  $ص =$ 

١٣ إذا كان :  $(٢, ١٢٥) = (١٦, ص)$

فإن :  $ص =$ 

للمتفوقين

١٣ أوجد قيمة  $ص$  في كل مما يأتي حيث  $ص \in \mathbb{C}$  :

١  $٢ + ٢ = ٢ + ٢$

٢  $١ - ٢ + ٢ = (١ - ١)(١ + ١)(١ + ٢)(١ + ٢)$



الدرس

3

## العمليات الحسابية على القوى الصحيحة

• سبق لك دراسة ترتيب إجراء العمليات الرياضية كما يلي :



• أيضاً الآلات الحاسبة العلمية تتبع نفس الترتيب السابق لإجراء العمليات الرياضية. وفيما يلي نقدم بعض الأمثلة كتطبيق على الترتيب السابق.

مثال ١

أوجد ناتج كل مما يأتي :

$$2 - 2^3 \times (2 - 12) \div 20$$

$$2 - 2^3 \times (2 - 12) \div 20$$

الحل

|             |   |   |
|-------------|---|---|
| (الأقواس)   | $2 - 2^3 \times 10 \div 20 = 2 - 2^3 \times (2 - 12) \div 20$ | ١ |
| (قوى العدد) | $2 - 9 \times 10 \div 20 =$                                   |   |
| (القسمة)    | $2 - 9 \times 2 =$  |   |
| (الضرب)     | $2 - 18 =$  |   |
| (الطرح)     | $16 =$  |   |

• للتأكد من صحة الحل يمكنك استخدام الآلة الحاسبة العلمية  
وذلك بالضغط على المفاتيح بالتتابع الآتي من اليسار إلى اليمين :



$$1^1(0.2)^2 + 2^2(0.2)^2 \div 1^1(0.2)^2 = 1^1(0.2) \times 0.2^2 + 0.2^2 \div 1^1(0.2)$$

$$1^1(0.2)^2 + 2^2(0.2)^2 =$$

$$11 = 2 + 9 = 1 \times 2 + 1^1(0.2)^2 =$$

• للتأكد من صحة الحل يمكنك استخدام الآلة الحاسبة كما يلي :



## مثال ٢

$$\frac{1^1(0.2)^2 \div 1^1(0.2)}{0.2^2 - 1^1(0.2 + 0.2)}$$

أوجد ناتج ما يلي في أبسط صورة :

**الحل**

$$\frac{1^1(0.2)^2 \div 1^1(0.2)}{0.2^2 - 1^1(0.2 + 0.2)} = \frac{1^1(0.2)^2 \div 1^1(0.2)}{0.2^2 - (0.2^2 + 0.2 + 0.2)} = \frac{1^1(0.2)^2 \div 1^1(0.2)}{0.2^2 - 0.4}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2 \div 2}{6 \div 2} =$$

## حاول بنفسك ١

أوجد ناتج ما يلي في أبسط صورة وتأكد من الحل باستخدام الآلة الحاسبة :

$$\frac{0.2^2 \div 1^1(0.2)}{1^1(0.2 - 0.2) + 1^1(0.2)}$$

إذا كان:  $\sqrt{5} = س$  ،  $\sqrt{7} = ص$  فأوجد القيمة العددية لكل من :

$$١ \quad \frac{س^١ - ص^١}{س^١ + ص^١} \quad ٢ \quad \frac{س^٢ - ص^٢}{س - ص}$$

الحل

١  $\frac{(س^١ - ص^١)(س + ص)}{(س + ص)} = \frac{س^١ - ص^١}{س + ص}$  «تحليل فرق بين مربعين»

$$٢ - = ٧ - ٥ = (\sqrt{7})^٢ - (\sqrt{5})^٢ = ص^٢ - س^٢ =$$

٢  $\frac{(س - ص)(س + ص + س ص)}{س ص} = \frac{س^٢ - ص^٢}{س - ص}$  «تحليل فرق بين مكعبين»

$$(\sqrt{7}) + \sqrt{7} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5}) = ص + ص + س =$$

$$\sqrt{35} + ١٢ = ٧ + \sqrt{35} + ٥ =$$

## حاول بنفسك

إذا كان:  $\sqrt{5} = س$  ،  $\sqrt{3} = ص$  فأوجد القيمة العددية لكل من :

$$١ \quad \frac{س^١ - ص^١}{س^١ - ص^١} \quad ٢ \quad \frac{س^٢ + ص^٢}{س + ص}$$



# تمارين 12

على العمليات الحسابية على القوى الصحيحة



(1) أسئلة كتاب الوزارة

1 اكمل ما يأتي :

..... =  $4 + 5 \times 3 \div 6 - 2 \times 2$  [1]

..... =  $2^{-4} \div 2^{-2} \times 2^{-2}$  : أبسط صورة للمقدار [2]

..... =  $2^{-6} \div 2^{-3} \times 2^{-2}$  : أبسط صورة للمقدار [3]

..... =  $1 - (2 -) \times 2^{-9} \div 2^{(2-2)}$  : أبسط صورة للمقدار [4]

..... =  $2^{-8} \times 2^{-2} \times 2^4$  : أبسط صورة للمقدار [5]

2 أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} + 5\sqrt{5} \div (\sqrt{5})$  [1]

$2\sqrt{4} \div (\sqrt{2}) - 2\sqrt{2} \times (\sqrt{2})$  [2]

$1 - (\sqrt{2}) = 1 - (\sqrt{2}) + 2\sqrt{2} \times (\sqrt{2})$  [3]

$5\sqrt{5} \div (\sqrt{5}) \times (\sqrt{5}) - (\sqrt{5})$  [4]

3 أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

$$\frac{1 - (\sqrt{2}) - (\sqrt{2}) \times (\sqrt{2})}{(\sqrt{2}) + (\sqrt{2}) \times (\sqrt{2})}$$
 [1]

$$\frac{2\sqrt{2} \div (\sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2}}$$
 [2]

$$\frac{2\sqrt{2} \times (\sqrt{2})}{12\sqrt{2} - (\sqrt{2} + \sqrt{2})}$$
 [3]

٤ إذا كان :  $\sqrt{2} = 1$  ،  $\sqrt{3} = 2$  فأوجد القيمة العددية لكل من :

$$\frac{12-1}{1+2} \quad 10 \quad \frac{2+2}{2+1} \quad 10 \quad \sqrt{2} = 0$$

٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المقدار :  $\frac{3 \times 3 \times 3}{3+3+3}$  يساوي

(١)  $3-1$  (ب)  $3-2$  (ج)  $3-3$  (د)  $3-3$

٢  $(5+2-1) \div 5 = \dots$

(١) ٥ (ب) ١٠ (ج) ١٥ (د) ٢٠

٣ قيمة المقدار :  $2 + (\sqrt{2}) - 2 = \dots$

(١) صفر (ب) ٣ (ج)  $(\sqrt{2})$  (د) ٢ (٣)

٤ أبسط صورة للمقدار :  $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \div \sqrt{2} - 8$  هي

(١) ٢ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ١٦

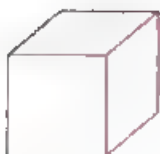
٥ إذا كان :  $\sqrt{2} = 3$  ،  $\sqrt{5} = 4$  فإن :  $\frac{3-4}{3+4} = \dots$

(١) ٤ (ب) ٤- (ج) ١٦ (د) ١٦-

### تطبيقات

٦ إذا كانت المساحة الكلية لمكعب تساوي  $3.270 \times 10^2$  سم<sup>٢</sup>

فأوجد :



أ طول حرف المكعب.

ب حجم المكعب.

٧,٥ سم ، ٤٢١,٨٧٥ سم<sup>٣</sup>



٧ ١. إذا كان حجم الكرة  $\frac{4}{3}\pi r^3$  نق

فأوجد طول نصف قطر كرة

حجمها  $3,880.8 \times 10^3$  سم<sup>٣</sup> [ اعتبر  $\pi = \frac{22}{7}$  ]

١١٠



١٢٠

٨ ١. إذا كان حجم المخروط الدائري القائم يعطى بالعلاقة:  $\frac{1}{3}\pi r^2 h$  نق

فأوجد ارتفاع المخروط إذا علم أن حجم المخروط  $7.7 \times 10^3$  سم<sup>٣</sup>

وطول قطر قاعدته ١٤ سم. [ اعتبر  $\pi = \frac{22}{7}$  ]

### تطبيقات حياتية

٩ ١. الربط بالأعمال التجارية: إذا كان: ح = م (١ + ر) حيث (ح) جملة المبلغ م بالربح

، (ر) ربح الجنيه في السنة ، (م) عدد السنوات. فأوجد (ح) لأقرب جنيه علمًا بأن:

٧٧٦٦٠ جنيه

$$م = 10 \times 2.5 , ر = 10 \times 9.8 , ١٢ = م$$

١٠ ١. السكان: إذا كان عدد السكان (ص) بالمليون في إحدى الدول يتحدد من العلاقة

$$ص = 11.7 (1.02)^س$$

فأوجد لأقرب مليون عدد السكان المتوقع لهذه الدولة في:

١٣ مليوناً ، ١١ مليوناً

$$٢٠١١ \text{ عام } [ ٢ ] \text{ عام } ٢٠٠٠$$

### للمتفوقين

١١ ١. إذا كانت:  $س = 2 + 3ص$  ،  $ص = 2 - 3ص$

فأوجد قيمة المقدار:  $\frac{س^٧ ص^٨ - ص}{(س + ص)^٩}$  في أبسط صورة.

١٢٠



## ملخص الوحدة الثانية

❖ إذا كان :  $\exists \mathbb{N}, \exists \mathbb{Z}$  ،

فإن :  $1^n = 1 \times 1 \times \dots \times 1$  حيث  $1$  مكرر كعامل  $n$  من المرات.

❖ إذا كان :  $\exists \mathbb{N}^*$  فإن :  $1 = 1$  صفر  $1$

❖  $(-1)^n = 1^n$  إذا كان  $n$  عددًا زوجيًا.

❖  $(-1)^n = -1^n$  إذا كان  $n$  عددًا فرديًا.

❖ إذا كان :  $1$  عددًا حقيقيًا لا يساوي الصفر ،  $n$  عددًا صحيحًا موجبًا

فإن :  $1^{-n} = \frac{1}{1^n}$  ،  $\frac{1}{1^{-n}} = 1^n$

قوانين القوى الصحيحة في  $\mathbb{C}$

$$1^n + 1^m = 1^{n+m} \quad 1$$

$$1^{-n} + 1^m = \frac{1^m}{1^n} \quad 2$$

$$1^n - 1^m = 1^n(1 - 1^{n-m}) \quad 3$$

$$\frac{1^n}{1^m} = 1^n \left( \frac{1}{1^{n-m}} \right) \quad 4$$

$$1^n 1^m = 1^{n+m} \quad 5$$

إذا كان :  $1$  عددًا حقيقيًا ،  $m$  ،  $n$  عددين صحيحين

وكان :  $1^n = 1^m$  فإن :  $m = n$  حيث :  $1 \neq 0$  ،  $1 \neq \pm 1$

❖ إذا كان :  $1$  ،  $n$  عددين حقيقيين ،  $m$  عددًا صحيحًا وكان :  $1^n = 1^m$  فإن :

$1 = 1^0$  إذا كان  $m$  عددًا فرديًا.

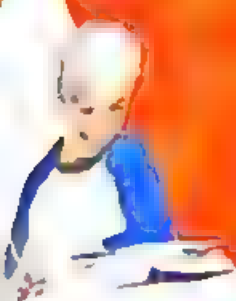
$1 \pm 1 = 1^0$  إذا كان  $m$  عددًا زوجيًا.

$m = 0$  صفر إذا كان  $1 \neq \pm 1$

❖ إذا كان :  $1 = 1^n$  فإن :  $n = 0$  صفر حيث :  $1 \neq 0$  ،  $1 \neq \pm 1$

❖ ترتيب إجراء العمليات الرياضية كما يلي :





# امتحانات على الوحدة الثانية

## النموذج الأول

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$1 - 2^3 = \dots$$

- (أ) ٩ (ب)  $\frac{1}{9}$  (ج)  $\frac{1}{9}$  (د) ٩

٢ إذا كان :  $6 - 7 = 10$  فإن :  $6 - 10 =$

- (أ) ٤٢ (ب) ١٣ (ج) ٢٦ (د) ٤٢

٣ إذا كان :  $3 - 5 = 27$  فإن :  $3 - 27 =$

- (أ) ٧٢٩ (ب) ٢٥ (ج) ١٢٥ (د) ٧٢٩

$$4 \dots = 2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2$$

- (أ) ٤٢ (ب) ٦٢ (ج) ٧٢ (د) ٢٠٢

$$5 \dots = 3^2 \times 3^2$$

- (أ)  $3^2$  (ب) ١٠٣ (ج) ٧٣ (د)  $3^2$

٦ سدس العدد  $12 \times 13$  هو .....

- (أ) ٢٦ (ب) ٤٦ (ج) ١١٦ (د) ٢٣٦

٢ أكمل ما يأتي :

١ إذا كان :  $7 - 7 = 7$  ،  $7 - 7 = 7$  فإن :  $7 - 7 =$

٢ إذا كانت :  $3 + 1 = 5 + 1$  فإن :  $3 + 1 =$

- ٣ إذا كان :  $22 = 2^x$  فإن :  $x = \dots$
- ٤ أبسط صورة للمقدار  $\left( \sqrt[3]{2} \right)^2 - \left( \sqrt[3]{2} \right)^2 = \dots$
- ٥ إذا كان خمسة أمثال عدد هو  $2^5$  فإن  $\frac{x}{5}$  هذا العدد هو .....

٢ (أ) إذا كان  $8 = \frac{2^x \times 2^y}{2^z}$  أوجد قيمة :  $x$

(ب) إذا كان :  $2 \frac{2}{8} = 2^x \left( \frac{2}{8} \right)$  أوجد قيمة :  $x$

٤ (١) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{2^9 \times 2^{10}}{2^{15}}$

(ب) إذا كان :  $2^3 = 2^x$  ،  $5^x = 5^y$  ،  $1 = 5^z$  أوجد قيمتي :  $x$  ،  $y$

٥ (١) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{2^3 \times \left( \sqrt[3]{2} \right)}{\left( \sqrt[3]{2} \right) \times 2}$

(ب) إذا كان :  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} = 2^x$  ،  $1 = 2^y$  ، فأوجد قيمة :  $2^x + 2^y$

### النموذج الثاني

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$2^3 \times \left( \sqrt[3]{2} \right) + 2^2 = \dots$

(أ)  $2^6$  (ب)  $2^5$  (ج)  $2^4$  (د)  $2^3$

٢ إذا كان :  $2^x = 2^y$  ،  $8 = 2^z$  فإن :  $\frac{x}{z} = \dots$

(أ)  $\frac{1}{512}$  (ب)  $\frac{1}{8}$  (ج)  $\frac{1}{4}$  (د)  $2$

٣ ضعف العدد  $2^8 = \dots$

(أ)  $2^8$  (ب)  $2^{16}$  (ج)  $2^{12}$  (د)  $2^4$

٤ إذا كان :  $١٢٥ = ١ - س$  فإن :  $س = \dots$

- (١) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٥ إذا كان :  $س = \left(\frac{٢}{٥}\right) = \frac{٢٥}{٩}$  فإن :  $س = \dots$

- (١) ٢ (ب) ٢- (ج) ١ (د) صفر

٦ إذا كان :  $(س - ٧) = ١$  فإن :  $س \exists \dots$

- (١)  $\{٧\}$  (ب)  $\mathcal{C}$  (ج)  $\mathcal{C} - \{٧\}$  (د)  $\mathcal{C} - \{٧\}$

٢ أكمل ما يأتي :

$$١ \quad \left(\sqrt{٢}\right) \times \left(\sqrt{٢}\right) = \dots$$

٢ إذا كان :  $س = ٢$  فإن :  $س = \dots$

٣ إذا كان :  $س = ٥ \times ٥ = ١$  فإن :  $س = \dots$

٤ إذا كان :  $س = ٧$  ،  $س = ٢$  فإن :  $س + س = \dots$

٥ إذا كان :  $س = ٤$  فإن :  $س + ٢ = \dots$

٣ (١) إذا كانت :  $س = ٢$  ،  $س = \sqrt{٢}$  فأوجد في أبسط صورة قيمة كل من :

(١)  $س - س^٢$  (٢)  $\left(\frac{س}{س}\right)^٢$

(ب) إذا كان :  $س = ٤$  ،  $س = ٦٤$  فما قيمة :  $س^٢$

٤ (١) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{١ + س \times ٩ - س^٢}{س - ٢٧}$

(ب) اختصر لأبسط صورة :  $\left(\sqrt{٥}\right) \times \left(\sqrt{٥}\right)$

٥ (١) إذا كان :  $س = ٢٧$  أوجد قيمة :  $س$

(ب) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{١ + س \times ٩ - س^٢}{س - ٢٦}$

ثم احسب قيمة الناتج عند :  $س = ١$



# مشروع بحثي



## على الوحدة الثانية

### أهداف المشروع

- إجراء العمليات الحسابية على القوى الصحيحة.
- تطبيق قوانين الأسس لحل بعض المشكلات الحياتية.
- تقدير دور الرياضيات في الحياة العملية.
- الربط بين الرياضيات والاقتصاد.

### المطلوب

« تلعب الرياضيات دوراً مهماً في حياتنا ، ويدخل علم الرياضيات في جميع العلوم الأخرى ، وبخاصة في علم الاقتصاد ».

في ضوء ذلك قم بإعداد مشروع بحثي يتضمن ما يلي :

- 1 اكتب مقالاً قصيراً عن تاريخ الرياضيات ، واختر أحد علماء المسلمين الذين برعوا في الرياضيات واكتب نبذة مختصرة عنه مشيراً لأهم إسهاماته في هذا المجال.
- 2 تحسب جملة المبلغ المودع في بنك على أساس الربح المركب وحسب العلاقة :  
$$ح = م(١ + ف)^ن$$
 حيث  $ح$  = جملة المبلغ المودع بالجنيه ،  $م$  = المبلغ المودع بالجنيه ،  $ف$  = الفائدة المركبة السنوية ،  $ن$  = المدة الزمنية بالسنوات.  
فإذا وُضع مبلغ ١٠٠٠ جنيه في أحد البنوك بنسبة فائدة مركبة مقدارها ١٠٪ سنوياً ، فما هي جملة المبلغ بعد مرور ٣ سنوات ؟

الوحدة

3

الاحتمال



درس الوحدة:

الدرس 1 الاحتمال.



يمكنك حل  
الامتحان  
التفاعلية على  
الدروس من خلال  
مسح QR code  
الخاص بكل امتحان

مشروع بحثي على الوحدة الثالثة

## اهداف الوحدة :

بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادراً على أن :

• يستدعي ما سبق دراسته على مفهوم العينة وكيفية اختيارها.

• يجرى تجربة عشوائية ويكتب فضاء العينة.

• يحسب الاحتمال لأحد الأحداث.

• يتعرف الحدث المستحيل.

• يتعرف الحدث المؤكد.



الدرس

1

## الاحتمال

سبق لك في العام الماضي أن درست مفهوم العينة وأهميتها وأنواعها وعلمت أن :

### العينة

هي جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله ، وتُختار بطريقة عشوائية. ويجب أن تكون العينة ممثلة للمجتمع محل الدراسة تمثيلاً كلياً وألا تكون متحيزة لفئة معينة دون الأخرى وذلك حتى تكون أقرب إلى الواقع ويمكن اتخاذ قرارات في ضوءها ، ومن ثم يمكن تعميم هذه النتائج على المجتمع ككل.

فمثلاً :

عند إجراء استبيان لمعرفة أي البرامج التلفزيونية هي الأكثر تأثيراً على الرأي العام لا يتم تطبيق الاستبيان على كل السكان بل يتم اختيار عينة ممثلة للسكان بجميع فئاتهم ثم تُعمم النتائج على بقية السكان.

### الاستدلال الإحصائي

هو نوع من الدراسات الإحصائية التي تقوم على فكرة اختيار عينة من المجتمع الذي تمثله ، وإجراء البحث على هذه العينة ثم تعميم النتائج على المجتمع ككل أي أننا نستدل على وجود النتائج في المجتمع من خلال وجودها في العينة المأخوذة منه.



## الحل

١ احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة كبيرة

$$= \frac{\text{عدد الذين يحبون الرياضيات بدرجة كبيرة}}{\text{عدد تلاميذ العينة الكلي}} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

٢ احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة متوسطة

$$= \frac{\text{عدد الذين يحبون الرياضيات بدرجة متوسطة}}{\text{عدد تلاميذ العينة الكلي}} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

٣ احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة ضعيفة

$$= \frac{\text{عدد الذين يحبون الرياضيات بدرجة ضعيفة}}{\text{عدد تلاميذ العينة الكلي}} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

٤ فى العينة المختارة كان احتمال أن يحب التلميذ الرياضيات بدرجة كبيرة يساوى  $\frac{1}{3}$

فمن المتوقع أن نصف عدد تلاميذ المدرسة أيضاً يحبون الرياضيات بدرجة كبيرة.

أى أن : العدد المتوقع للتلاميذ الذين يحبون الرياضيات فى المدرسة بدرجة كبيرة

$$= \frac{1}{3} \times 1200 = 600 \text{ تلميذ.}$$

## الاحتمال

سبق لك دراسة الاحتمال التجريبي والاحتمال النظرى وعلمت أن :

## • الاحتمال التجريبي :

يعتمد على إجراء تجربة عملياً ثم يتم تسجيل النتائج واستخدام هذه النتائج فى حساب

قيمة احتمال الحصول على ناتج ما من العلاقة :

$$\text{احتمال حدوث ناتج معين} = \frac{\text{عدد مرات تكرار هذا الناتج}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$$

وكما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما حصلنا على قيمة أدق للاحتمال ويكون :

$$\text{العدد المتوقع لحدوث نواتج معينة} = \text{احتمال حدوثها} \times \text{العدد الكلى للمفردات المعطاة}$$

## الاحتمال النظرى :

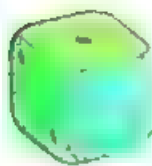
يعتمد على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانيات مثل



- إلقاء قطعة نقود منتظمة وملاحظة الوجه الظاهر

وهنا توجد فرصة واحدة من فرصتين للحصول على

صورة وفرصة واحدة للحصول على كتابة.



- إلقاء حجر نرد منتظم وملاحظة العدد الذى يظهر

على الوجه العلوى وهنا تكون فرص ظهور كل عدد متساوية.

## التجربة العشوائية

هى تجربة نستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها وإن كنا لا نستطيع تحديد

أى هذه النواتج سيتحقق فعلاً عند إجرائها.

## فضاء العينة

هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز  $F$

فمثلاً :

• عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن :  $F = \{\text{صورة ، كتابة}\}$

• عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الرقم الذى يظهر على الوجه العلوى

فإن :  $F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

## الحادث

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

فمثلاً :

إذا كان  $A$  هو حدث ظهور رقم فردى عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الرقم

الظاهر على الوجه العلوى.

فإن :  $A = \{1, 3, 5\}$  ،  $A \subset F$  ويقال إن :  $A$  حدث فى  $F$



وصفة عامة :

احتمال وقوع أي حدث  $A \Rightarrow$  ف يُرمز له بالرمز  $L(A)$  ويُعطى بالعلاقة :

$$L(A) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } A}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{n(A)}{n(F)}$$

### مثال ٢

إذا أُلقي حجر نرد منتظم مرة واحدة ولُوَحِظ الرقم الظاهر على الوجه العلوي

أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

٢ ب هو حدث ظهور رقم زوجي .

٤ د هو حدث ظهور رقم يساوي ٧

١ أ هو حدث ظهور رقم أكبر من ٤

٣ ح هو حدث ظهور رقم يساوي ٥

٥ ه هو حدث ظهور رقم أقل من ٧

### الحل

$$F = \{1, 2, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ ، } n(F) = 6$$

$$1 \text{ أ } = \{1, 5\} \text{ ، } n(A) = 2 \quad \therefore L(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$2 \text{ ب } = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ ، } n(B) = 6 \quad \therefore L(B) = \frac{6}{6} = 1$$

$$3 \text{ ح } = \{5\} \text{ ، } n(C) = 1 \quad \therefore L(C) = \frac{1}{6}$$

$$4 \text{ د } = \{\emptyset\} \text{ ، } n(D) = 0 \text{ صفر}$$

$$\therefore L(D) = \frac{0}{6} = 0 \text{ (حدث مستحيل)}$$

$$5 \text{ ه } = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ ، } n(H) = 6$$

$$\therefore L(H) = \frac{6}{6} = 1 \text{ (حدث مؤكد)}$$

### ملاحظات

١ الحدث المستحيل : هو الحدث الذي ليس له أى فرصة للوقوع.

أى أن : احتمال الحدث المستحيل = صفر.

٢ الحدث المؤكد : هو الحدث الذي له كل النواتج الممكنة.

أى أن : احتمال الحدث المؤكد = ١

٣ قيمة احتمال وقوع أى حدث لا تقل عن صفر ولا تزيد عن الواحد الصحيح.

أى أنه : لاى حدث ؟ يكون :  $0 \leq P(A) \leq 1$  أى أن :  $P(A) \in [0, 1]$

٢٢



### مثال ٣

كيس به كمية من البلى الذى له نفس الحجم والملمس

فإذا كانت بليتات منه حمراء اللون ، ٣ زرقاء ، ٥ بيضاء

وسُحبت بلية واحدة عشوائيًا فاحسب :

- ١ احتمال أن تكون البلية المسحوبة حمراء . ٢ احتمال أن تكون البلية المسحوبة زرقاء .
- ٣ احتمال أن تكون البلية المسحوبة بيضاء . ٤ احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء .

### الحل

احتمال حدوث ناتج معين =  $\frac{\text{عدد الفرص الممكنة للحصول على هذا الناتج}}{\text{العدد الكلى للفرص}}$

∴ العدد الكلى للبلى =  $2 + 3 + 5 = 10$

١ احتمال أن تكون البلية المسحوبة حمراء =  $\frac{\text{عدد البلى الأحمر}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

٢ احتمال أن تكون البلية المسحوبة زرقاء =  $\frac{\text{عدد البلى الأزرق}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{3}{10}$

٣ احتمال أن تكون البلية المسحوبة بيضاء =  $\frac{\text{عدد البلى الأبيض}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

٤ احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء =  $\frac{\text{عدد البلى غير الأزرق}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{10 - 3}{10} = \frac{7}{10}$

## ملاحظة

في المثال السابق لاحظ أن :

$$P(\text{بلية حمراء}) = \frac{2}{10}, \quad P(\text{بلية زرقاء}) = \frac{3}{10}, \quad P(\text{بلية بيضاء}) = \frac{5}{10}$$

$$1 = \frac{5}{10} + \frac{3}{10} + \frac{2}{10}$$

أي أن : مجموع احتمالات جميع نواتج أى تجربة عشوائية = 1

ومن هنا فإنه : إذا كان احتمال وقوع حدث ما هو 1 فإن احتمال عدم وقوعه = 1 - 1

وعلى هذا يمكن إيجاد احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء كما يلي :

احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء = 1 - احتمال أن تكون زرقاء

$$\frac{8}{10} = \frac{3}{10} - 1 =$$

## مثال ٤

فصل دراسي به بعض التلاميذ يرتدون نظارات ، والبعض الآخر

لا يرتدون نظارات ، فإذا اختير تلميذ عشوائياً من هذا الفصل ،

وكان احتمال أن يكون هذا التلميذ يرتدى نظارة هو 0.1 .

١ أوجد احتمال أن يكون هذا التلميذ لا يرتدى نظارة.

٢ إذا كان عدد تلاميذ هذا الفصل 30 تلميذاً

فأوجد العدد المتوقع للتلاميذ الذين يرتدون نظارات.

## الحل

١ احتمال أن يكون هذا التلميذ لا يرتدى نظارة = 1 - احتمال أن يكون مرتدياً نظارة.

$$0.9 = 1 - 0.1 =$$

٢ العدد المتوقع للتلاميذ الذين يرتدون نظارات = 30 × 0.1 = 3 تلاميذ.

مثال ٥



يُنتج مصنع للأجهزة الكهربائية نوعين من التليفزيونات ولإجراء دراسة لتعديل كمية الإنتاج وفقاً لمتطلبات السوق تم اختيار عينة عشوائية كل منها مكون من ٥٠ جهاز تليفزيون من مبيعات ٥ منافذ بيع للمصنع فكانت بياناتها كالتالي :

| رقم المنفذ               | ١  | ٢  | ٣  | ٤  | ٥  |
|--------------------------|----|----|----|----|----|
| المبيعات من النوع الأول  | ٣٠ | ٤٢ | ٢٤ | ١٥ | ٤٠ |
| المبيعات من النوع الثاني | ٢٠ | ٨  | ٢٦ | ٣٥ | ١٠ |

- ١ أي النوعين الأكثر طلباً ؟ وبماذا تنصح المصنع ؟
- ٢ إذا كان الإنتاج الكلي لهذا المصنع ٣٠٠٠ جهاز تليفزيون فما العدد الذي نتوقع أن يكون تم إنتاجه من النوع الأول ؟

الحل

- ١ المبيعات الكلية في الخمسة منافذ من النوع الأول =  $٣٠ + ٤٢ + ٢٤ + ١٥ + ٤٠ = ١٥١$  تليفزيون
- ٢ المبيعات الكلية في الخمسة منافذ من النوع الثاني =  $٢٠ + ٨ + ٢٦ + ٣٥ + ١٠ = ٩٩$  تليفزيون  
 ∴ النوع الأول هو الأكثر طلباً وننصح المصنع بزيادة الإنتاج من النوع الأول.
- ٢ احتمال الإنتاج من النوع الأول =  $\frac{\text{عدد الأجهزة المباعة من النوع الأول}}{\text{عدد الأجهزة المباعة من كلا النوعين}} = \frac{١٥١}{٢٥٠} = ٠,٦٠٤$   
 ∴ العدد المتوقع لما تم إنتاجه من النوع الأول =  $٣٠٠٠ \times ٠,٦٠٤ = ١٨١٢$  جهاز تليفزيون.

## حاول نفسك

- ١ صندوق به بطاقات مرقمة بالأعداد من ١ : ١٥ فإذا سحبت بطاقة عشوائياً من الصندوق فما احتمال أن يكون العدد المكتوب عليها يقبل القسمة على ٥ ؟
- ٢ قام أحد التلاميذ بإجراء استبيان على عينة مكونة من ٣٠ تلميذاً من تلاميذ مدرسته لمعرفة أى الألعاب الرياضية يفضلون ممارستها وسجل النتائج فى الجدول الآتى

| عدد التلاميذ | كرة قدم | كرة سلة | كرة طائرة | المجموع |
|--------------|---------|---------|-----------|---------|
| ٢٠           | ٦       | ٤       | ٣٠        |         |

بالاستعانة بالجدول السابق أكمل ما يأتى :

- إذا اختير أحد تلاميذ المدرسة عشوائياً فإن احتمال أن يفضل ممارسة كرة السلة يساوى .....

- العدد المتوقع للتلاميذ الذين يفضلون ممارسة كرة القدم من تلاميذ المدرسة البالغ عددهم ٤٥٠ تلميذاً يساوى .....

- ٣ تجربة ما عدد نواتجها ٣ فإذا كان احتمال وقوع الحدث الأول هو ٠,٣ ، واحتمال وقوع الحدث الثانى هو ٠,٤٥ ، فاحسب احتمال وقوع الحدث الثالث.

- ٤ مزرعة بها ٢٠٠٠ بقرة فإذا كان احتمال الإصابة بمرض جنون البقر بهذه المزرعة هو ٠,١٧ فما عدد البقر المحتمل إصابته ؟

$$3) 0.3 \times 0.45 =$$

$$4) 0.17 \times 2000 =$$

• ...

# تمارين 13

على الحاسوب



اختبار  
تفاعلي



(أ) أسئلة كتاب الوزارة

أكمل ما يأتي :

- ١ احتمال وقوع الحدث المستحيل = ..... واحتمال وقوع الحدث المؤكد = .....
- ٢ لاى حدث ؟ يكون ل (؟)  $\supseteq$  الفترة .....
- ٣ إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة = .....
- ٤ ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ فإذا سُحبت بطاقة عشوائيًا فإن احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا أوليًا = .....
- ٥ كيس به بطاقات مرقمة من صفر إلى ١٠ فإذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من الكيس فإن احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا زوجيًا هو .....
- ٦ صندوق به ٥ كرات بيضاء ، ٧ كرات حمراء ، ٣ كرات زرقاء فإذا سُحبت كرة من الصندوق عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء = .....
- ٧ حقيبة بها ١٢ كرة ملونة ، منها ٤ باللون الأحمر ، ٦ باللون الأخضر ، والباقي باللون الأزرق ، فإذا اختيرت كرة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون زرقاء = .....
- ٨ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد أكبر من ٤ هو .....
- ٩ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد أقل من ١ يساوى .....
- ١٠ صندوق يحتوى على ٤٨ برتقالة منها ٤ برتقالات تالفة فإذا سُحبت من الصندوق برتقالة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البرتقالة تالفة = ..... واحتمال أن تكون غير تالفة = .....
- ١١ إذا كان احتمال وقوع حدث ما  $= \frac{5}{8}$  فإن احتمال عدم وقوعه = .....
- ١٢ حجرة نشاط لها ٣ أبواب مرقمة من ١ إلى ٣ فإذا خرج طالب من أحد أبوابها فإن احتمال أن يكون الطالب قد خرج من الباب رقم ٢ هو .....

- ١٣ إذا كان احتمال إصابة شخص بمرض ما من بين سكان مدينة عدد سكانها ٢٠٠٠٠٠ نسمة هو ٠.٠٠٠٢ فإن العدد المتوقع للأشخاص المصابين بهذا المرض في هذه المدينة هو ..... شخصاً.
- ١٤ مصنع ينتج ٤٠٠ لعبة يومياً فإذا كان احتمال أن تكون اللعبة معيبة ٠.٠٢ فإن عدد اللعابات السليمة المتوقع إنتاجها في اليوم هو ..... لعبة.

- ٢ مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ خلطت جيداً فإذا سحبنا منها بطاقة واحدة عشوائياً احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :
- |                                  |                                 |
|----------------------------------|---------------------------------|
| ١ عددًا مضاعفًا للعدد ٤          | ٢ عددًا مضاعفًا للعدد ٦         |
| ٣ عددًا مضاعفًا للعدد ٤ ، ٦ معاً | ٤ عددًا مضاعفًا للعدد ٤ أو ٦    |
| ٥ عددًا يقبل القسمة على ٢٥       | ٦ عددًا صحيحًا موجباً أقل من ٢٥ |

- ٣ صندوق به ٤٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٤٠ سحبنا منه بطاقة واحدة عشوائياً ، ولوحده العدد المكتوب عليها . أوجد احتمال :
- |                                  |   |
|----------------------------------|---|
| ١ أن يكون العدد زوجياً .         | ٢ أن يكون العدد يقبل القسمة على ٢           |
| ٣ أن لا يقبل العدد القسمة على ١٠ | ٤ أن يكون العدد زوجياً ، ويقبل القسمة على ٢ |
| ٥ أن يكون العدد أولياً أقل من ٢٠ |   |

- ٤ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فما احتمال كل من الأحداث التالية :
- |                                   |                                 |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| ١ ظهور عدد زوجي أقل من أو يساوي ٤ | ٢ ظهور عدد بين ٠ ، ١٠           |
| ٣ ظهور عدد يقبل القسمة على ٧      | ٤ ظهور عدد لا يقبل القسمة على ٢ |

- ٥ صندوق يحتوي على ١٢ كرة حمراء ، ١٨ بيضاء ، ٢٠ زرقاء ، سحبنا كرة واحدة عشوائياً . احسب احتمال :
- |   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| ١ أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء .          | ٢ أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .      |
| ٣ أن تكون الكرة المسحوبة صفراء .          | ٤ أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء . |
| ٥ أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو زرقاء . |                                       |





٦ فصل دراسي به ٤٠ تلميذاً ، منهم ٢٠ تلميذاً يلعبون كرة القدم ، ١٠ يلعبون الكرة الطائرة ، ٦ يلعبون كرة السلة ، فإذا اختير تلميذ واحد عشوائياً من الفصل فأوجد احتمال أن يكون ممن لا يلعبون أيّاً من الرياضات السابقة.

٧ وائل لديه حقيبة بها ٢٢ بلية منها ١٢ سوداء ، والباقية حمراء فإذا سحب منها بليتان دون إرجاعهما إلى الحقيبة وكانتا حمراوين ثم سحب بلية ثالثة دون النظر إليها ، فما احتمال أن تكون سوداء ؟



٨ فصل دراسي به ٥٠ طالباً ، عدد البنات ينقص عن عدد البنين بمقدار ١٠ فإذا اختير أحد الطلاب عشوائياً فأوجد احتمال أن يكون الطالب ولداً.

٩ صندوق يحتوي على ٨٠ كرة متماثلة بعضها أحمر والباقي أزرق فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو  $\frac{1}{4}$  فأوجد عدد الكرات الزرقاء.

١٠ [١] حقيبة بها ٢٢ كرة ملونة من نفس النوع والحجم ، بعضها أحمر وبعضها أبيض وبعضها أخضر والباقي لونه أصفر. فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوي  $\frac{2}{8}$  كم عدد الكرات الحمراء في هذه الحقيبة ؟



١١ لاعبان في فريق لكرة القدم في أثناء التدريب سدد أحدهما ٢١ ركلة جزاء فأحرز منها ١٨ هدفاً وسدد الآخر ٣٢ ركلة جزاء فأحرز منها ٢٥ هدفاً من منهما تختاره لتسديد ركلة الجزاء في أثناء المباراة ؟ ولماذا ؟

١٢ إذا كان احتمال فوز أحد الأندية في مباريات الدوري العام ٠.٦ واحتمال

تعادله ٠.٣ ، وكان عدد المباريات التي سوف يلعبها ٢٠ مباراة ،

كم عدد المباريات التي تتوقع أن يفوز بها ؟

وكم عدد مرات هزيمته المتوقعة ؟

١٣ تقوم شركة تأمين سيارات بدفع مبلغ ٢٠٠٠ جنيه

تعويضاً للسيارة التي تتعرض لحادث ، فإذا كان

احتمال إصابة السيارة ٠.٠٠٤ وكان عدد المشتركين

في هذه الوثيقة ٧٠٠٠ مشترك ،

لماذا توقعك لما تتعامله الشركة من تعويضات ؟



١٤ في إنتاج مصنع الملابس الجاهزة بمدينة العاشر من رمضان وجد

أنه ينتج ٦٠٠٠ قطعة ملابس يوميًا ، فإذا أخذت منها عينة عشوائية

حجمها ١٠٠٠ قطعة وتم اختبارها فوجد أن منها ٢٠ قطعة بها عيوب.

كم عدد القطع التي بها عيوب في المصنع في ذلك اليوم ؟



١٥ في مشروع تعبئة الموالح للتصدير وجد أن ٣٠٪ من الثمار لا

تصلح للتصدير لصغر حجمها. كم طنًا يمكن تصديره في عشرة أيام إذا

كان مقدار ما يرد يوميًا للمصنع ٢٠ طنًا من الموالح ؟



١٦ قامت شركة إنتاج آلات حاسبة بسحب عينة عشوائية

بعدد ٢٠٠ آلة حاسبة ، وفحصت مكوناتها من ناحية الدوائر

الإلكترونية فوجدت أن احتمال التالف منها ٦٪

١ ما عدد الوحدات التالفة في هذه العينة ؟

٢ إذا كان الإنتاج الكلي للشركة خلال هذا الشهر ١٥٠٠ آلة حاسبة.

ما عدد الصالح منها للتوزيع ؟





١. وجدت شركة تأمين على الحياة أنه من بين عينة

تشمل ١٠٠٠٠ رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ عامًا ،

بلغت حالات الوفاة ٦٧ حالة خلال عام واحد.

١ ما احتمال أن يتوفى رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ خلال عام واحد ؟

٢ لماذا تهتم شركات التأمين بهذه النتائج ؟

٣ إذا قامت الشركة بالتأمين على ٥٠٠٠٠ رجل بين سن ٤٠ ، ٥٠ فما عدد حالات استحقاق

وثيقة التأمين خلال عام واحد ؟

توضح هذه البيانات نتيجة استفتاء حول وسائل المواصلات التي يستخدمها التلاميذ للذهاب

إلى المدرسة :

| وسائل المواصلات | دراجة | حافلة | سيارة خاصة | سيرًا على الأقدام |
|-----------------|-------|-------|------------|-------------------|
| العدد           | ١٢    | ١٦    | ٨          | ١٢                |

اختر تلميذ عشوائيًا بناءً على نتائج الدراسة السابقة ما احتمال أن يكون التلميذ ممن :

١ يستخدمون الحافلة. ٢ يصلون سيرًا على الأقدام.

٣ لا يركبون الدراجات.

| العدد | التقدير     |
|-------|-------------|
| ٦     | ممتاز       |
| ٩     | جيد جدًا    |
| ١١    | جيد         |
| ١٦    | مقبول       |
| ٨     | دون المستوى |

٤ فصل به ٥٠ تلميذًا ، كانت مستويات تقدير

أداء التعلم لأحد الشهور كما بالجدول المقابل.

تم اختيار أحد التلاميذ عشوائيًا.

احسب احتمال أن يكون تقديره :

١ ممتازًا. ٢ جيدًا.

٣ دون المستوى. ٤ أقل من جيد.

الجدول الآتي يبين سجل مكالمات ١٥٠ شخصاً في أحد مكاتب الاتصالات :

| مدة المكالمات | أقل من ٢ دقيقة | من ٢ إلى ٤ دقائق | من ٤ إلى ٦ دقائق | أكثر من ٦ دقائق |
|---------------|----------------|------------------|------------------|-----------------|
| عدد الأشخاص   | ١٢٠            | ١٥               | ١٠               | ٥               |

أوجد احتمال أن يتحدث الشخص :

- ١ أقل من ٢ دقيقة.
- ٢ من ٢ إلى ٤ دقائق.
- ٣ أكثر من ٦ دقائق.
- ٤ ٢ دقيقة فأكثر.

| عدد الطلاب | اللعبة المفضلة |
|------------|----------------|
| ٤٤         | كرة القدم      |
| ٢٧         | كرة السلة      |
| ١٢         | ألعاب القوى    |
| ٤          | تنس الطاولة    |
| ١٣         | الهوكي         |

في استطلاع رأى لعدد ١٠٠ طالب عن الألعاب الرياضية التي يفضلون ممارستها تبين الآتي :

١ أوجد احتمال أن يفضل الطالب :

(أ) ممارسة لعبة كرة القدم.

(ب) ممارسة لعبة كرة السلة.

(ج) ممارسة ألعاب القوى.

(د) ممارسة تنس الطاولة.

(هـ) ممارسة لعبة الهوكي.

٢ وإذا كان عدد الطلاب ٦٠٠ طالب.

فما العدد المتوقع لممارسة لعبة الهوكي ؟

٢٢ ينتج مصنع ملابس نوعين من القمصان بإجراء دراسة لتعديل كمية الإنتاج وفق متطلبات السوق تم اختيار عينة عشوائية من مبيعات ٥ منافذ بيع للشركة حجم كل منها ١٠٠ قميص فكانت بياناتها كالتالي :

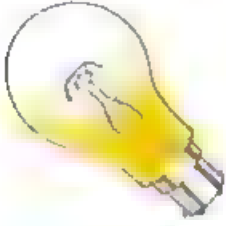
| رقم المنفذ          | ١  | ٢  | ٣  | ٤  | ٥  |
|---------------------|----|----|----|----|----|
| مبيعات النوع الأول  | ٣٩ | ٨٢ | ٣٤ | ٢٢ | ٥٣ |
| مبيعات النوع الثاني | ٦١ | ١٨ | ٦٦ | ٧٨ | ٤٧ |

١ أى الأنواع الأكثر طلباً ؟ وبماذا تنصح الشركة ؟

٢ إذا كان الإنتاج الكلى لهذا المصنع ٤٠٠٠ قميص فهل يمكنك أن تتنبأ بعدد القمصان من النوع الأول ؟

٢٣

١. في عملية إنتاج ٢٠٠ مصباح كهربائي كان عدد الوحدات المعيبة منها ١٨ وحدة.



١ ما احتمال أن تكون الوحدة معيبة ؟

٢ ما احتمال أن تكون الوحدة صالحة ؟

٣ هل يمكن أن تكون الوحدة معيبة وصالحة في نفس الوقت ؟

٤ أوجد مجموع احتمال أن تكون الوحدة معيبة واحتمال أن تكون الوحدة صالحة.

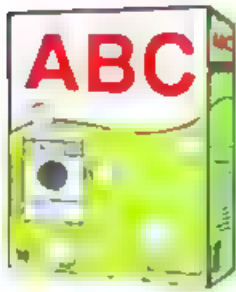
ماذا تلاحظ ؟

٥ إذا كان الإنتاج اليومي بهذا المصنع ١٦٠٠ مصباح كهربائي كم يكون عدد الوحدات

الصالحة في هذا اليوم ؟

٢٤

١. في دراسة لاستطلاع رأي أجرته إحدى شركات إنتاج مسحوق



الغسيل على مجموعة مكونة من ٣٠٠ سيدة تستخدم هذا النوع

لمعرفة آرائهن في وزن العبوة المفضل لهن ، كانت النتائج كالتالي :

| الوزن بالجرام | ١٢٥ | ٢٥٠ | ٣٧٥ | ٥٠٠ | المجموع |
|---------------|-----|-----|-----|-----|---------|
| عدد السيدات   | ١٢٠ | ٤٥  | ٩٦  | ٣٩  | ٣٠٠     |

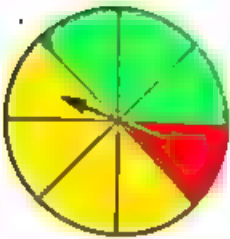
١ إذا تم اختيار إحدى السيدات عشوائيًا ، ما احتمال أن يكون الوزن المفضل لديها ؟

(١) ١٢٥ جم (ب) ٢٥٠ جم (ج) ٣٧٥ جم (د) ٥٠٠ جم

٢ بماذا تنصح مدير الشركة بناء على هذه الدراسة ؟

٢٥

الشكل المقابل يمثل لعبة الدوارة أوجد :



١ احتمال أن يتوقف المؤشر عند اللون :

(١) الأحمر. (ب) الأخضر. (ج) الأصفر.

٢ احتمال أن لا يتوقف المؤشر عند اللون الأحمر.

٢٦

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أي من الآتي يمكن أن يكون احتمال وقوع أحد الأحداث ؟

(د) ٧٥٪

(ج) ٣١٥٪

(ب) -٠,٤

(١) ١,٢

- ٢ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم ، فإن احتمال ظهور عدد لا يساوي ٢ هو .  
 (أ)  $\frac{5}{6}$  (ب)  $\frac{2}{3}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د)  $\frac{1}{6}$
- ٣ إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة ٤٠٠ مرة فإن أقرب عدد لظهور الكتابة مما يأتي هو .  
 (أ) ١٩٥ (ب) ١٩٩ (ج) ٢٤٠ (د) ٢٠٤
- ٤ أحمد تلميذ في الصف الثاني الإعدادي في فصله ٣٦ تلميذاً منهم ١٦ بنتاً إذا اختير تلميذ عشوائياً من الفصل ، ما احتمال أن يكون التلميذ ولداً ؟  
 (أ)  $\frac{4}{9}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج)  $\frac{5}{9}$  (د)  $\frac{1}{36}$
- ٥ فصل به ٢٥ ولداً ، ٢٠ بنتاً فإذا اختير أحدهم عشوائياً فإن احتمال اختيار بنت هو .  
 (أ)  $\frac{1}{4}$  (ب)  $\frac{4}{9}$  (ج)  $\frac{1}{5}$  (د)  $\frac{5}{9}$
- ٦ إذا كان احتمال نجاح طالب ٧٠ % فإن احتمال رسوبه = .....  
 (أ) ٠,٧ (ب) ٠,٠٧ (ج) ٠,٣ (د) ٠,٠٣
- ٧ كيس يحتوي على عدد من الكرات المتماثلة نصفها حمراء وثلاثها سوداء والباقي بيضاء، فإذا سحب كرة عشوائياً فإن احتمال أن تكون الكرة بيضاء يساوي .....  
 (أ)  $\frac{1}{4}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج)  $\frac{1}{4}$  (د) صفر
- ٨ إذا كان احتمال أن يذهب عامل إلى عمله سيراً على الأقدام ضعف احتمال أن يذهب لعمله باستخدام إحدى وسائل المواصلات فإن احتمال أن يستخدم العامل إحدى وسائل المواصلات للذهاب إلى عمله = .....  
 (أ)  $\frac{1}{3}$  (ب)  $\frac{1}{4}$  (ج)  $\frac{2}{3}$  (د) ٢
- ٩ صندوق به كرات ملونة بالألوان الأحمر والأخضر والأزرق والأصفر فإذا كان الصندوق ٢٠ كرة صفراء وكان احتمال سحب كرة صفراء عشوائياً من الصندوق هو  $\frac{1}{4}$  ، فما عدد كل الكرات في الصندوق ؟  
 (أ) ٥ (ب) ٢٥ (ج) ٦٠ (د) ٨٠
- ١٠ عدد تلاميذ أحد فصول الصف الثاني الإعدادي ٣٦ تلميذاً ، إذا كان احتمال اختيار تلميذ يقل عمره عن أو يساوي ١٣ سنة هو  $\frac{1}{4}$  ، فما عدد التلاميذ في الفصل الذين تزيد أعمارهم عن ١٣ سنة ؟  
 (أ) ٢٣ (ب) ٢٤ (ج) ٣٠ (د) ٣٢



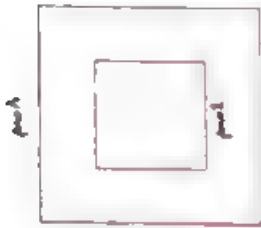
١١ فى مدرسة مشتركة إذا كانت نسبة عدد الأولاد إلى عدد البنات كنسبة ٧ : ٩ ، اختير طالب عشوائيًا من هذه المدرسة فاحتمال أن يكون الطالب المختار ولدًا يساوى ...

- (أ) صفر (ب)  $\frac{7}{16}$  (ج)  $\frac{9}{16}$  (د)  $\frac{7}{9}$

١٢ يوجد فى مدرسة مشتركة ١٥٠٠ تلميذ ، اختيرت منهم عينة عشوائية مكونة من

٢٠٠ تلميذ فوجد أن عدد البنات ٩٠ ، فما عدد البنات المتوقع فى المدرسة ؟

- (أ) ٦٠٠ بنت (ب) ٦٢٥ بنت (ج) ٦٥٠ بنت (د) ٦٧٥ بنت



١٣ أمامك لوحة على هيئة مربعين ، إذا صوب

شخص على هذه اللوحة فإن احتمال

إصابة المنطقة المظلة يساوى .....

- (أ)  $\frac{1}{4}$  (ب)  $\frac{1}{3}$

- (ج)  $\frac{1}{8}$  (د)  $\frac{1}{2}$

١٤ قسمت لعبة الدوارة إلى قسمين س ، ص ، ثم أدير المؤشر ٤٠٠ دورة ، فتوقف ٩٨ مرة

فى المنطقة س ، أى من الأشكال الآتية يشير المؤشر فيه إلى المنطقة س ؟



(د)



(ج)



(ب)



(أ)

### للمتفوقين



٢٧ كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقي من اللون الأحمر

فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى  $\frac{2}{3}$  فأوجد العدد الكلى للكرات.

٢٨ سُحبت بطاقة عشوائيًا من مجموعة بطاقات مرقمة بالأرقام من ١ إلى ١٠ فإذا كان احتمال

أن تكون البطاقة المسحوبة عليها رقم أكبر من ٨ هو  $\frac{1}{4}$  فأوجد قيمة ن



# ملخص الوحدة الثالثة

عدد مرات تكرار هذا الناتج

عدد جميع النواتج الممكنة

☆ احتمال حدوث ناتج معين =  $\frac{\text{عدد مرات تكرار هذا الناتج}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$

☆ العدد المتوقع لحدوث نواتج معينة = احتمال حدوثها  $\times$  العدد الكلي للمفردات المعطاة.

التجربة العشوائية :

هى تجربة نستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها وإن كنا لا نستطيع تحديد أى من النواتج سيتحقق فعلاً عند إجرائها.

فضاء العينة :

هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز  $\Omega$

الحدث :

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

احتمال وقوع أى حدث  $A \subset \Omega$  ف يُرمز له بالرمز  $P(A)$  ويُعطى بالعلاقة :

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } A}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$



## امتحان على الوحدة الثالثة

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ إذا كان احتمال نجاح طالب هو  $\frac{80}{100}$  فإن احتمال رسوبه هو  
 (١) صفر (ب) ٠.٨ (ج) ٢٠ (د) ٠.٢
- ٢ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٧ يساوى  
 (١) صفر (ب)  $\frac{1}{6}$  (ج)  $\frac{1}{7}$  (د) ١
- ٣ أى من الآتى يمكن أن يكون احتمال أحد الأحداث ؟  
 (١) ٠.٥- (ب) ١.٢ (ج)  $\frac{4}{3}$  (د) ٣٧%
- ٤ إذا أُلقيت قطعة نقود ٢٠٠ مرة فإن أقرب عدد لظهور الكتابة مما يأتى هو .....  
 (١) ١٠٣ (ب) ٩٩ (ج) ٢٠٠ (د) ٩٥
- ٥ سلة بها بطاقات مكتوب عليها الأعداد من ١ إلى ١٥ فإذا سُحبت بطاقة واحدة عشوائياً ، فما احتمال أن يقبل العدد المكتوب على البطاقة القسمة على ٥ ؟  
 (١)  $\frac{1}{5}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج) ٣ (د)  $\frac{2}{3}$
- ٦ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى هو .....  
 (١) ٠.٤٥ (ب) ٠.٣٥ (ج) ٢٥% (د)  $\frac{1}{6}$

٢ أكمل ما يأتى :

- ١ احتمال الحدث المؤكد = ..... واحتمال الحدث المستحيل = .....
- ٢ إذا كان احتمال أن يحل تلميذ مسألة = ٠.٧ فإن عدد المسائل المتوقع أن يحلها من بين ٢٠ مسألة = .....
- ٣ حديقة بها ٥ أبواب مرقمة من ١ إلى ٥ فإذا خرج منها زائر فإن احتمال أن يكون الزائر قد خرج من الباب رقم ٤ هو .....

٤ لاى حدث ٢ يكون ل (١)  $\ni$  [.....، .....]

٥ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد أقل من ٤ هو .....

٣ (١) مجموعة من البطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٠ سُحبت من بينها بطاقة واحدة عشوائياً احسب احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة :

٦ عدداً يقبل القسمة على ٢ | ٢ عدداً أولياً.

٣ عدداً أكبر من ٨

(ب) صندوق يحتوى على ٣ كرات حمراء ، ٤ صفراء ، ٥ خضراء سُحبت كرة عشوائياً أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

٦ حمراء. | ٢ بيضاء.

٣ ليست صفراء.

٤ إذا أُلقي حجر نرد منتظم مرة واحدة ولُوَحِظ الرقم الظاهر على الوجه العلوى.

أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

١ حدث ظهور رقم أكبر من ٢ | ٢ حدث ظهور رقم أقل من ٩

٣ حدث ظهور رقم فردى أولى. | ٤ حدث ظهور رقم أقل من ١

٥ (١) صندوق يحتوى على ٦٠ كرة متماثلة بعضها أحمر والباقى أزرق فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو  $\frac{1}{4}$  فأوجد عدد الكرات الزرقاء.

(ب) فصل مشترك به ٤٨ تلميذاً وتلميذة منهم ١٨ بنتاً إذا اختير تلميذ عشوائياً فأوجد احتمال أن يكون التلميذ ولداً.



# مشروع بحثي

## على الوحدة الثالثة

### اهداف المشروع

- جمع البيانات وتنظيمها.
- حساب الاحتمال.
- ربط الرياضيات بالحياة.
- عمل الاستبيانات على عينة من المجتمع.
- توقع النتائج في ضوء دراسة العينات.

### المطلوب

« تلعب الاحتمالات دورا هاما في حياتنا اليومية ! فهي تسمح لنا بتوقع وقوع حدث ما أو عدم وقوعه ».

في ضوء ذلك قم بإعداد مشروع بحثي يتضمن ما يلي :

١ قم بعمل استبيان على أصدقائك بالفصل عن أي من الأنشطة الفنية يفضل كل منهم :

الرسم أم التمثيل أم الموسيقى ، وذلك بالإجابة عن السؤال التالي :

هل تفضل الرسم أم التمثيل أم الموسيقى ؟

واختيار إحدى الإجابات التالية :

أفضل الرسم أفضل التمثيل أفضل الموسيقى لا أفضل أيًا منهم

٢ إذا تم اختيار أحد التلاميذ لتمثيل فصلك في إحدى المسابقات الفنية بالمدرسة

فأوجد احتمال أن يكون التلميذ المختار :

١- يفضل الرسم ٢- يفضل التمثيل ٣- يفضل الموسيقى ٤- لا يفضل أيًا منهم

٢ بمعرفة عدد التلاميذ بمدرستك وفي ضوء حساب الاحتمالات السابقة توقع عدد التلاميذ

بمدرستك الذين :

١- يفضلون الرسم ٢- يفضلون التمثيل ٣- يفضلون الموسيقى

٤ في ضوء هذا الاستبيان اكتب نصيحة لمسئول التربية الفنية بمدرستك.

## مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$\dots\dots\dots = \frac{5}{9} - \frac{5}{9}$$

- (أ)  $\frac{10}{9}$  (ب)  $\frac{4}{20}$  (ج)  $\frac{20}{4}$  (د)  $\frac{1}{4}$

٢ إذا كان ثلثا عدد يساوي ٦ فإن هذا العدد يساوي .....

- (أ) ٤ (ب) ٨ (ج) ٩ (د) ٢٤

٣ أي كسرين مما يأتي غير متساويين ؟

- (أ)  $\frac{1}{17}$  ،  $\frac{7}{9}$  (ب)  $\frac{8}{9}$  ،  $\frac{4}{4}$  (ج)  $\frac{2}{10}$  ،  $\frac{5}{20}$  (د)  $\frac{1}{4}$  ،  $\frac{2}{4}$

٤ أي من الأعداد الآتية يقبل القسمة على ٤ ؟

- (أ) ١٢٥٨ (ب) ٢٤٢١ (ج) ١٥٣٦ (د) ٤٠١٠

٥ أي من الأعداد الآتية هو الأكبر ؟

- (أ)  $10^{-9}$  (ب)  $10^{-1}$  (ج) ٥.١ صفر (د) صفر  $10^{-1}$

$$10^{-3} = 10^{-2} \times 10^{-2}$$

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٧ إذا كان :  $5 = س$  فإن :  $2 = س + 1$  .....

- (أ) ٧ (ب) ٨ (ج) ١٥ (د) ٧١

٨ إذا كان :  $4 = س$  ،  $2 = س - 4$  فإن :  $3 = س + س$  .....

- (أ) ١ (ب) ١- (ج)  $\frac{2}{3}$  (د) ٦

٩ أى من الأعداد الآتية يقع بين ٢,٢ و ٢,٣ ؟

- (أ) ١,٣ (ب) ٢,٤ (ج) ٢,٢٥ (د) ٢,١

$$\sqrt{100 - 64} = 10 - \dots$$

- (أ) ٦ (ب) ٤ (ج) ٦- (د) ٤-

$$\dots = \frac{2}{3} + 50\%$$

- (أ) ٧٥% (ب)  $50 \frac{2}{3}$  (ج) ١٢٥% (د)  $\frac{2}{3}$

١٢ إذا كان :  $\sqrt{س + 5} = 2$  فإن :  $\sqrt{س} = \dots$  .....

- (أ) صفر (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٩

١٣ إذا كان : (٢ ، ٤) يحقق العلاقة :  $٧ = س + س$  فإن : ٤ = .....

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

$$\frac{٧ - (٢ + س)}{٦} = \frac{(س - ٤) - ١٣}{٩} \quad \text{فإن : } س = \dots$$

- (أ)  $\frac{22}{13}$  (ب)  $\frac{9}{13}$  (ج)  $\frac{22}{11}$  (د)  $\frac{22}{13}$

$$\dots = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2$$

- (أ) ١٢٠٨ (ب) ٢٠٨ (ج) ١٢٠٢ (د) ٢٢٢

٢ أكمل ما يأتى :

$$\dots = 3 \div 12 - 6 \times 2$$

$$\dots = \frac{17 + 17 \times 2 - (17)}{17}$$

$$٣ \quad ١ = \dots \times ٢ \frac{١}{٤}$$

$$\dots = |٧ - | + ٧ - ٤$$

$$\dots + ٣٠٠ = ٥٠٢ + ٢٩٨ \quad ٥$$

$$٠ \neq \dots \quad ٦ \quad (٢ \text{ س } ١) = \frac{٩}{\dots} \text{ حيث س } \neq ٠$$

$$٧ \quad \text{إذا كان : س + ص} = \frac{٢}{٥} \quad \text{فإن : } (٥ \text{ س } + ٥ \text{ ص}) = \dots \quad ٧$$

$$٨ \quad \text{إذا كان : } \frac{١}{\text{س}} = \frac{٢}{٥} \quad \text{فإن : } \frac{٩٥}{\text{س}} = \dots$$

$$٩ \quad \text{إذا كانت : س : ٤٩ = ٢ : ٧} \quad \text{فإن : س} = \dots$$

$$١٠ \quad \text{إذا كان مجموع خمسة أعداد يساوى ٢٠ فإن الوسط الحسابى لهذه الأعداد} = \dots$$

$$١١ \quad (١١) \quad ١, ٢, ٤, ٧, ١١, \dots \quad \text{(بنفس التسلسل)}$$

$$١٢ \quad (١٢) \quad ١, ٤, ٩, ١٦, \dots \quad \text{(بنفس التسلسل)}$$

$$١٣ \quad \text{إذا كان : } \frac{٢ \text{ س}}{٥} = ٢ - \quad \text{فإن : س} = \dots$$

$$١٤ \quad \text{إذا كان : } ٠,٠٠٠٢٧ = ١٠ \times ٣,٧ \quad \text{فإن : س} = \dots$$

$$١٥ \quad \text{إذا كان : م (١, ٢) , ن (٠, ١)} \quad \text{فإن : ميل } \overrightarrow{MN} = \dots$$

## مربيا بالمكتبان

المكتبان

فى الرياضيات  
و اللغة الإنجليزية

المراجعة النهائية  
ونماذج الامتحانات



# ثانيًا الهندسة



١٦٢

الوحدة 4 المساحات

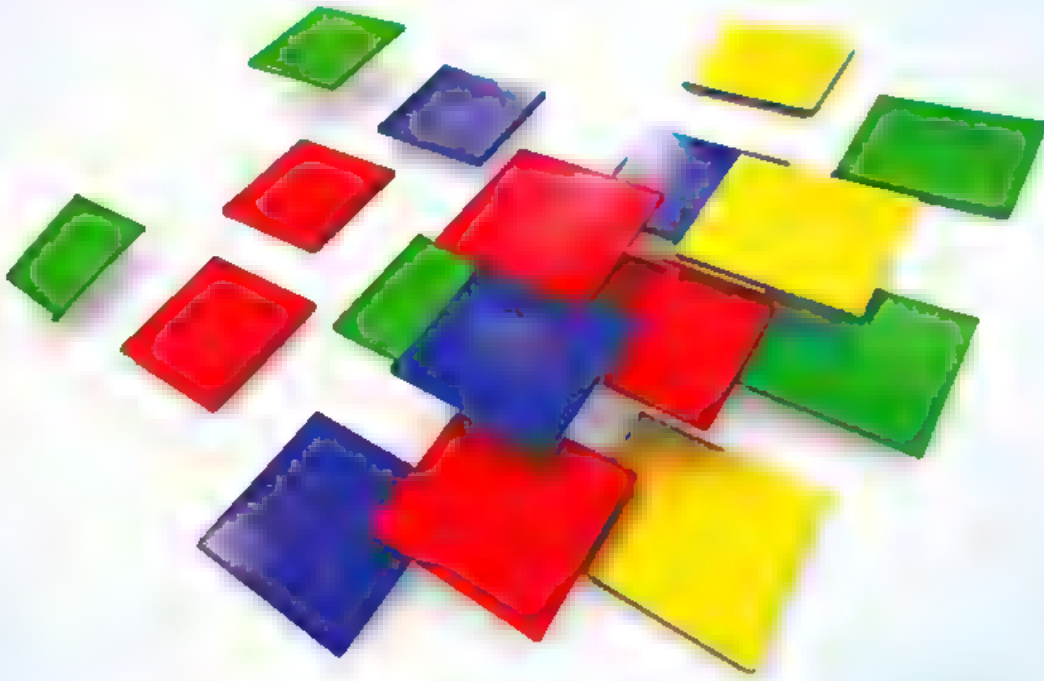
٢٢٨

الوحدة 5 التشابه وعكس نظرية فيثاغورث  
ونظرية إقليدس

٢٩٨

مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

# المساحات



## دروس الوحدة:

الدرس 1 تساوي مساحتي متوازي أضلاع (نظرية ١ ونتائجها).

الدرس 2 تابع نتائج نظرية (١).

الدرس 3 تساوي مساحتي مثلثين (نظرية ٢ ونتائجها).

الدرس 4 تابع تساوي مساحتي مثلثين (نظرية ٣).

الدرس 5 مساحات بعض الأشكال الهندسية.

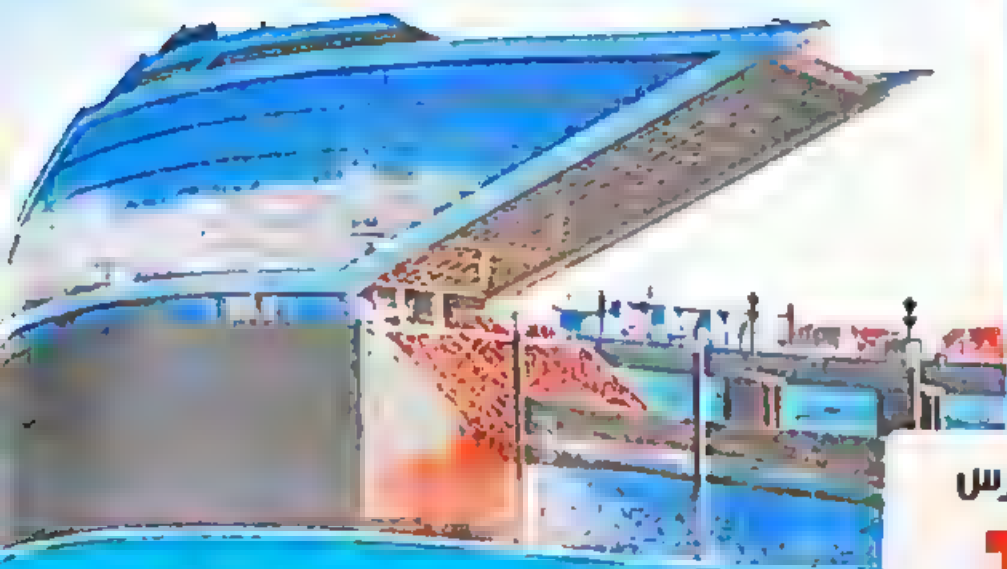
مشروع بحثي على الوحدة الرابعة



يمكنك حل  
الامتحانات  
التفاعلية على  
الدروس من خلال  
مسح QR code  
الخاص بكل امتحان

## أهداف الوحدة :

- بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادراً على أن :
  - يتعرف ارتفاع متوازي الأضلاع.
  - يتعرف العلاقة بين مساحتي سطحي متوازي الأضلاع المشتركين في القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة.
  - يتعرف العلاقة بين مساحة متوازي الأضلاع ومساحة المستطيل المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.
  - يتعرف العلاقة بين مساحة المثلث ومساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.
  - يتعرف العلاقة بين مساحتي مثلثين مرسومين على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة.
  - يحسب مساحة متوازي الأضلاع.
  - يحسب مساحة المثلث.
  - يعرف أن متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحي مثلثين متساويين في المساحة.
  - يتعرف خواص المعين ويحسب مساحته.
  - يتعرف خواص شبه المنحرف المتساوي الساقين.
  - يحسب مساحة شبه المنحرف.
  - يستخدم البرهان الاستدلالي لحل المسائل في الهندسة.



الدرس

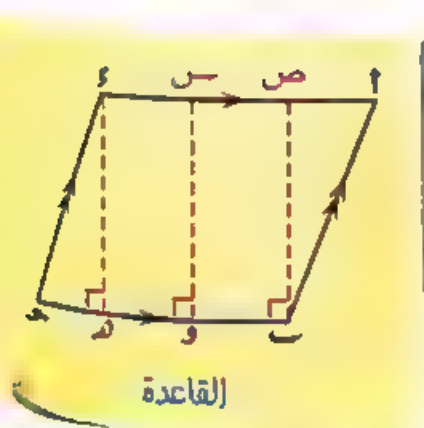
1

## تساوي مساحتي متوازي أضلاع

إن دراسة مساحة متوازي الأضلاع تستلزم أولاً معرفة مفهوم ارتفاع متوازي الأضلاع وقاعدته.

### ارتفاع ومتوازي الأضلاع

- يمكن اعتبار أي ضلع من أضلاع متوازي الأضلاع كقاعدة له.
  - ارتفاع متوازي الأضلاع هو طول القطعة المستقيمة المرسومة عمودياً على قاعدته من أي نقطة من نقاط الضلع المقابل لهذه القاعدة.
- فمثلاً : في الشكل المقابل :



باعتبار  $\overline{AB}$  قاعدة لمتوازي الأضلاع  $ABCD$

فإن طول كل من  $\overline{DE}$  ،  $\overline{SO}$  ،  $\overline{CV}$

ارتفاع لمتوازي الأضلاع  $ABCD$

وبذلك إن : البعد العمودي بين أي مستقيمين

متوازيين يكون ثابتاً

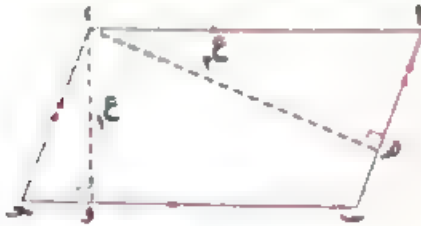
فإن :  $DE = SO = CV$

## ملاحظة

متوازي الاضلاع له ارتفاعان مختلفان.

الارتفاع الأصغر يناظر القاعدة الأكبر طولاً ، والارتفاع الأكبر يناظر القاعدة الأصغر طولاً.

فمثلاً : في الشكل المقابل :



أب حـ متوازي أضلاع له ارتفاعان مختلفان هما :

•  $h_1$  (طول  $DO$ ) وهو الارتفاع المناظر للقاعدة  $AB$

وهو نفسه الارتفاع المناظر للقاعدة  $AD$

•  $h_2$  (طول  $CO$ ) وهو الارتفاع المناظر للقاعدة  $AB$

وهو نفسه الارتفاع المناظر للقاعدة  $AD$

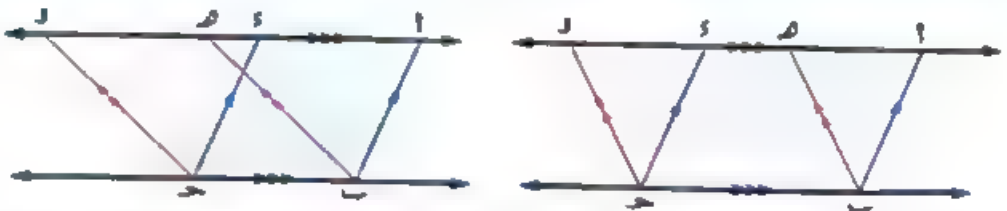
لاحظ أن :

$$AB < AD , h_1 > h_2$$

٢٢

## نظرية

سطحا متوازيي الاضلاع المشتركين في القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان في المساحة.



المعطيات :  $ABCD$  ،  $A'B'C'D'$  متوازي أضلاع ،  $AB$  قاعدة مشتركة لهما ،  $AD \parallel A'D'$

المطلوب : إثبات أن : مساحة  $ABCD$  = مساحة  $A'B'C'D'$

تذكر أن



البرهان :  $\Delta ADO$  و  $\Delta A'D'O'$  صورة  $\Delta ABO$

المضلعات المتطابقة تكون مساحاتها متساوية.

$$\text{مساحة } \Delta ADO = \text{مساحة } \Delta A'D'O'$$

بانتقال مسافة  $BO$  في اتجاه  $AD$

$$\therefore \Delta ADO \equiv \Delta A'D'O' \text{ لأن الانتقال تساوي قياسى.}$$

$$\therefore \text{مساحة الشكل } ABCD - \text{مساحة } \Delta ADO =$$

$$= \text{مساحة الشكل } A'B'C'D' - \text{مساحة } \Delta A'D'O'$$

$$\therefore \text{مساحة } ABCD = \text{مساحة } A'B'C'D'$$

(وهو المطلوب)

## مثال ١

في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، أ و هـ متوازيان أضلاع

$$\{ز\} = \overline{أ ح} \cap \overline{أ و} ، \overline{أ و} \parallel \overline{أ هـ} ، \overline{أ هـ} \parallel \overline{أ ب}$$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب ح د = مساحة الشكل أ و هـ و ز

### الحل

المعطيات

المطلوب

البرهان

أ ب ح د ، أ و هـ متوازيان أضلاع ،  $\overline{أ و} \parallel \overline{أ هـ}$  ،  $\overline{أ هـ} \parallel \overline{أ ب}$

إثبات أن : مساحة الشكل أ ب ح د = مساحة الشكل أ و هـ و ز

∴ أ ب ح د ، أ و هـ متوازيان أضلاع مشتركان في القاعدة أ هـ

$$\therefore \overline{أ و} \parallel \overline{أ هـ} ،$$

$$\therefore \text{مساحة } \square \text{ أ ب ح د} = \text{مساحة } \square \text{ أ و هـ}$$

وبطرح مساحة  $\triangle أ ز هـ$  من الطرفين :

$$\therefore \text{مساحة } \square \text{ أ ب ح د} - \text{مساحة } \triangle أ ز هـ$$

$$= \text{مساحة } \square \text{ أ و هـ} - \text{مساحة } \triangle أ ز هـ$$

$$\therefore \text{مساحة الشكل أ ب ح د} = \text{مساحة الشكل أ و هـ و ز}$$

(وهو المطلوب)

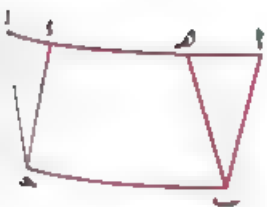
## حاول بنفسك ١

في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، هـ ب ح و متوازيان أضلاع

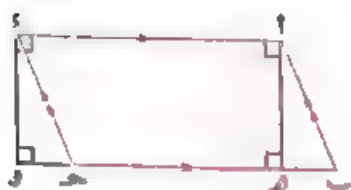
$$\overline{أ ب} \parallel \overline{أ د} ، \overline{أ د} \parallel \overline{أ هـ}$$

أثبت أن : مساحة  $\triangle أ ب هـ$  = مساحة  $\triangle أ د و$



### النتيجة ١

مساحة متوازي الأضلاع تساوي مساحة المستطيل المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.



ففي الشكل المقابل :

مساحة متوازي الأضلاع  $ABCD$

تساوي مساحة المستطيل  $AEFB$

(مشاركان في القاعدة  $AB$  ومحصوران بين المستقيمين المتوازيين  $EF$  ،  $AB$ )

يمكن استنتاج ذلك بناءً على النظرية السابقة حيث إن المستطيل حالة خاصة من متوازي الأضلاع.

### النتيجة ٢

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة  $\times$  الارتفاع المناظر لها.



يمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلي :

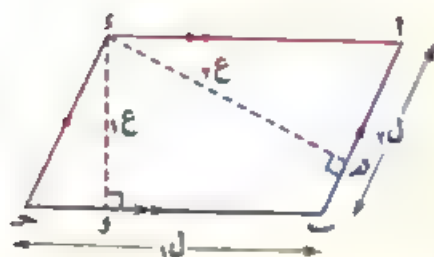
$\therefore$  مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض

$\therefore$  مساحة المستطيل  $AEFB = AB \times h$

(نتيجة)  $\therefore$  مساحة المستطيل  $AEFB =$  مساحة متوازي الأضلاع  $ABCD$

$\therefore$  مساحة متوازي الأضلاع  $ABCD = AB \times h = EF \times h$

### ١١ ملاحظة



إذا كان  $ABCD$  متوازي أضلاع

$h$  هو الارتفاع المناظر للقاعدة  $AB$

$h$  هو الارتفاع المناظر للقاعدة  $AB$  فإن :

مساحة  $ABCD = AB \times h = EF \times h$

أي أن :  $AB \times h = EF \times h$



مثال ٢

أكمل المطلوب بجانب كل شكل :

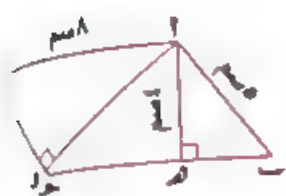
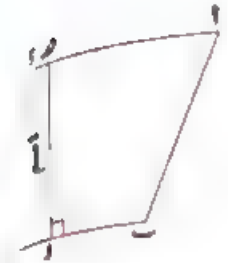
١ إذا كانت : مساحة  $\square$   $أ ب ح د = ٤٠٠$  سم<sup>٢</sup>

فإن :  $ب ح =$  ..... سم

٢ إذا كان :  $أ ب ح د$  متوازي أضلاع

فإن :  $أ و =$  ..... سم

الحل



١  $\therefore$  مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة  $\times$  الارتفاع المناظر لها =  $ب ح \times د$

$$\therefore ٤٠٠ = ب ح \times ٤$$

$$\therefore ب ح = \frac{٤٠٠}{٤} = ١٠٠ \text{ سم}$$

$$\therefore ١٠ \times ٥ = ٤ \times ٨$$

$$\therefore ١٠ \times ٤ = ٨ \times ٥$$

$$\therefore ١٠ = \frac{٤ \times ٨}{٥} = ٦.٤ \text{ سم}$$

مثال ٣

١ متوازي أضلاع طولاً ضلعين متجاورين فيه : ٤ سم ، ٦ سم وارتفاعه الأصغر ٢ سم

أوجد مساحته.

٢ متوازي أضلاع طولاً ضلعين متجاورين فيه : ٦ سم ، ٨ سم فإذا كان ارتفاعه الأكبر ٤ سم

أوجد ارتفاعه الأصغر.

الحل

١  $\therefore$  الارتفاع الأصغر يقابل القاعدة الأكبر طولاً

$$\therefore \text{مساحة متوازي الأضلاع} = ٦ \times ٢ = ١٢ \text{ سم}^2$$

٢ : مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة الصغرى  $\times$  الارتفاع الأكبر

= طول القاعدة الكبرى  $\times$  الارتفاع الأصغر

$$\therefore 6 \times 4 = 8 \times \text{الارتفاع الأصغر} \therefore \text{الارتفاع الأصغر} = \frac{4 \times 6}{8} = 3 \text{ سم}$$

## حاول بنفسك ٢

أكمل ما يأتي :

١ متوازي أضلاع طول قاعدته ١٢ سم وارتفاعه المناظر لها ٥ سم

فإن مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>

٢ متوازي أضلاع مساحته ٦٣ سم<sup>٢</sup> وطول قاعدته ٧ سم

فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ..... سم

٣ أ ب ح د متوازي أضلاع فيه : أ ب = ٦ سم ، ب ح د = ١٢ سم وارتفاعه الأكبر ٤ سم

فإن مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>

## تليق ٢

متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون مساحاتها متساوية.



ويمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى : ل

المستقيم ل // المستقيم م

$$\therefore \text{أ ب} = \text{هـ ز} = \text{ح د} = \text{ع}$$

$$\therefore \text{مساحة } \square \text{ أ ب ح د} = \text{ب ح د} \times \text{ع}$$

$$\text{مساحة } \square \text{ هـ و س ح} = \text{و س ح} \times \text{ع}$$

فإن : مساحة  $\square$  أ ب ح د = مساحة  $\square$  هـ و س ح

١

٢

٣

[مساحة  $\square$  أ ب ح د = مساحة  $\square$  هـ و س ح : مساحة  $\square$  ج د هـ ز = مساحة  $\square$  ز ح و س]



١٠ أكمل ما يأتي :

- ١ سطح متوازي الأضلاع المشتركين في القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة ...
- ٢ مساحة متوازي الأضلاع تساوي مساحة ..... المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.
- ٣ مساحة متوازي الأضلاع = ..... × .....
- ٤ مساحات متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التي يمر أحد هذين المستقيمين متساوية في الطول تكون .....

١١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ إذا كان طول قاعدة متوازي أضلاع ٧ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم فإن مساحته تساوي .....  
(أ) ١١ سم<sup>٢</sup> (ب) ١٤ سم<sup>٢</sup> (ج) ٢٢ سم<sup>٢</sup> (د) ٢٨ سم<sup>٢</sup>
- ٢ إذا كانت مساحة متوازي أضلاع ٢٥ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٥ سم فإن طول قاعدته المناظر لهذا الارتفاع يساوي .....  
(أ) ٥ سم (ب) ٧ سم (ج) ٩ سم (د) ٣٠ سم
- ٣ إذا كانت مساحة متوازي أضلاع ٥٠ سم<sup>٢</sup> وطول قاعدته ١٠ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوي .....  
(أ) ٥٠٠ سم (ب) ٥ سم (ج) ٢٥٠ سم (د) ١٠٠ سم
- ٤ إذا كان طولاً ضلعين متجاورين في متوازي أضلاع ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فإن مساحته تساوي .. ...  
(أ) ٨٠ سم<sup>٢</sup> (ب) ٥٠ سم<sup>٢</sup> (ج) ٤٠ سم<sup>٢</sup> (د) ١٨ سم<sup>٢</sup>

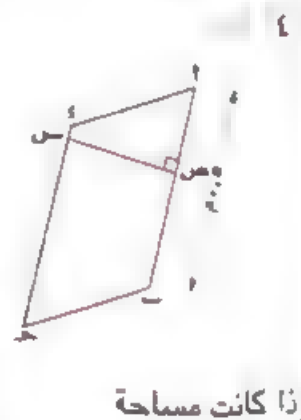
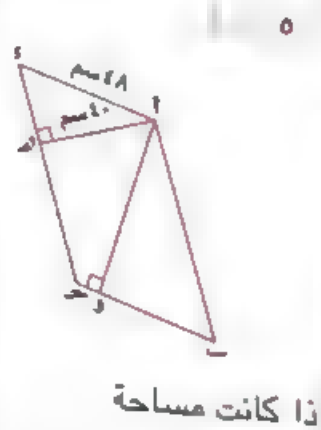
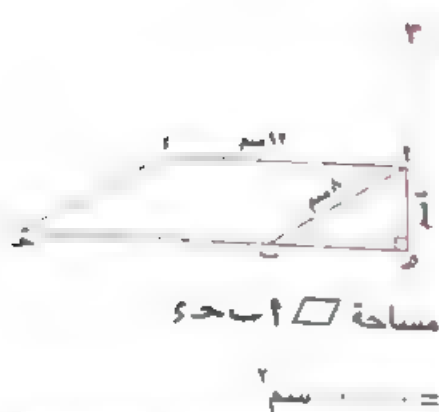
٥ إذا كان  $\Delta ABC$  متوازي أضلاع فيه :  $a = 5$  سم ،  $b = 10$  سم وارتفاعه الأصغر  $4$  سم فإن ارتفاعه الأكبر يساوي ...

- (أ)  $2$  سم (ب)  $4$  سم (ج)  $8$  سم (د)  $10$  سم

٦ متوازي أضلاع مساحته  $50$  سم<sup>2</sup> ، طول قاعدته يساوي ضعف ارتفاعه فإن ارتفاعه يساوي

- (أ)  $50$  سم (ب)  $25$  سم (ج)  $10$  سم (د)  $5$  سم

٣ في كل مما يأتي إذا كان  $\Delta ABC$  متوازي أضلاع فأكمل أسفل كل شكل :



إذا كانت مساحة  $\Delta ABC$  =  $2400$  سم<sup>2</sup> ، فإن  $AB$  = ... سم ، إذا كانت مساحة  $\Delta ABC$  =  $1.7$  م<sup>2</sup> ، فإن  $AB$  = ... م ، فإن  $AB$  = ... سم ، فإن  $AB$  = ... سم ،

#### ٤ في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع فيه :

و (د أ ب ح) =  $100^\circ$  ،  $69^\circ = 12^\circ$  سم

،  $8^\circ = 1^\circ$  سم ،  $3^\circ$  ح ب ،  $1^\circ$  ح ب

أوجد : مساحة  $\square$  أ ب ح د

#### ٥ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل ،  $6^\circ \parallel 5^\circ$  و

،  $3^\circ$  ح د ،  $3^\circ$  ح د

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب ح د = مساحة الشكل د م ه و

#### ٦ في الشكل المقابل :

$6^\circ \parallel 5^\circ$  ،  $3^\circ$  ح د ،  $3^\circ$  ح د

،  $3^\circ$  ح د من مستطيل ،  $6^\circ \parallel 5^\circ$  ح د

أوجد : مساحة الشكل أ ب ح د

١ إذا كان :  $69^\circ = 30^\circ$  سم

فأوجد : طول العمود النازل من ب على ٤

#### ٧ في الشكل المقابل :

أ ب ح د ،  $3^\circ$  ح د متوازي أضلاع

،  $3^\circ$  ح د ، مساحة  $\triangle$  ح د ه =  $15^\circ$  سم<sup>٢</sup>

أوجد : مساحة  $\square$  أ ب ح د

#### ٨ في الشكل المقابل :

أ ب ح د ،  $1^\circ$  ح د متوازي أضلاع

،  $3^\circ$  ح د بحيث  $6^\circ \parallel 1^\circ$

أثبت أن :

١ أ ب ح د متوازي أضلاع.

٢ مساحة  $\square$  أ ب ح د = مساحة  $\square$  د م ه و



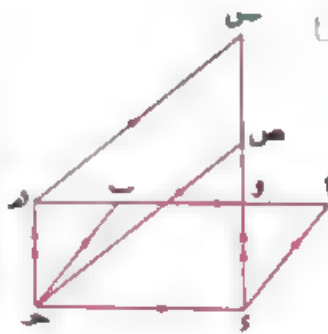
في الشكل المقابل :

ب د و ه ، د و ح د متوازي أضلاع

، د و ح د

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب د و ه = مساحة الشكل د و ح

في كل من الأشكال التالية بين أن متوازيات الأضلاع الثلاثة متساوية المساحة :

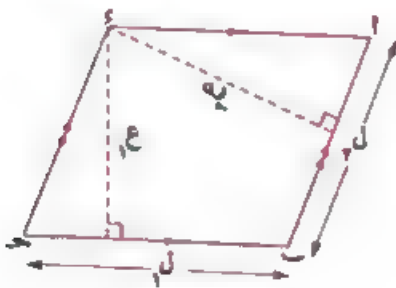
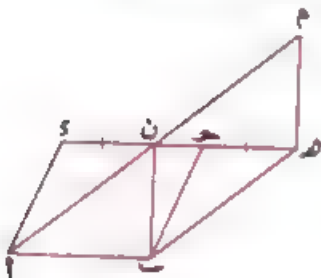


في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، ب د م ن متوازي أضلاع

، م ح د = د ن حيث م د و ح د ، م ن

أثبت أن : مساحة أ ب ح د = مساحة م د ب م ن



١٦ سم

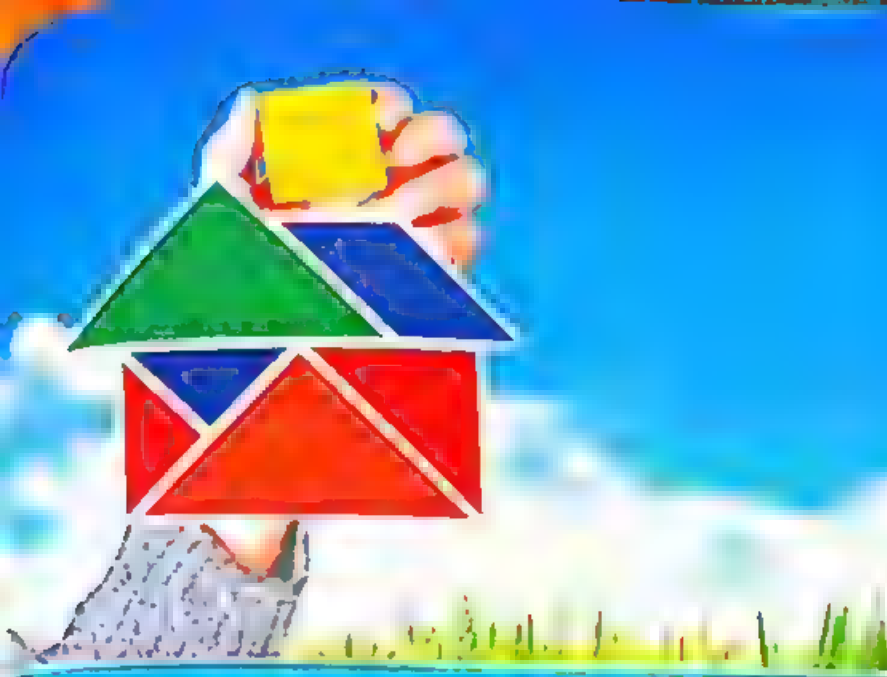
للمتقنين

في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع مساحته = ٢٤٠ سم<sup>٢</sup>

، ل : م = ٣ : ٥ ، ل : م = ٣ : ٤

أوجد : م



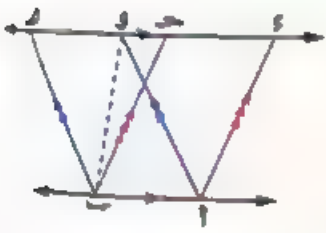
الدرس

2

## تابع لتابع نظرية (1)

### نتيجة ٤

مساحة المثلث تساوي نصف مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.



• ويمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلي :

$\overline{AD} \parallel \overline{BE}$  ،  $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$  ،  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$  ومتوازي أضلاع

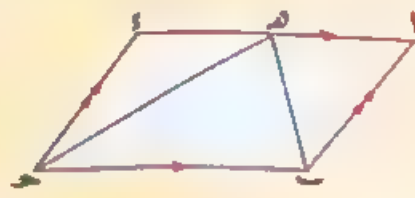
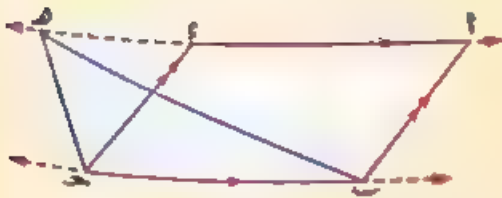
،  $\overline{AD}$  و  $\overline{BE}$  في متوازي الأضلاع  $\overline{ABDE}$  و

∴ مساحة المثلث  $\triangle ABC = \frac{1}{2}$  مساحة  $\square ABDE$  و

، ∴ مساحة  $\square ABDE =$  مساحة  $\square ACDE$  (نظرية)

∴ مساحة المثلث  $\triangle ABC = \frac{1}{2}$  مساحة  $\square ACDE$

ملاحظة



في كل من الشكلين السابقين : مساحة  $\triangle BEF = \frac{1}{4}$  مساحة  $\square ABCD$



# مثال ١

في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، أ ه و ن متوازي أضلاع

، ه د ح ع ، ع ن و

أثبت أن : مساحة أ ب ح د = مساحة أ ه و ن

## الحل

المعطيات أ ب ح د ، أ ه و ن متوازي أضلاع.

المطلوب إثبات أن : مساحة أ ب ح د = مساحة أ ه و ن

البرهان :  $\Delta$  أ ه د يشترك مع أ ب ح د في القاعدة أ ه ، ه د ح ع ، ع ن و

(١)  $\therefore$  مساحة  $\Delta$  أ ه د =  $\frac{1}{4}$  مساحة أ ب ح د

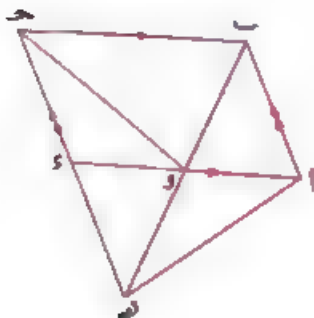
،  $\Delta$  أ ه د يشترك مع أ ه و ن في القاعدة أ ه ، ع ن و

(٢)  $\therefore$  مساحة  $\Delta$  أ ه د =  $\frac{1}{4}$  مساحة أ ه و ن

من (١) ، (٢) ينتج أن :

(وهو المطلوب)

مساحة أ ب ح د = مساحة أ ه و ن



## حاول بنفسك ١

في الشكل المقابل :

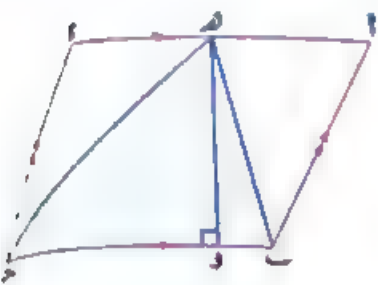
أ ب ح د متوازي أضلاع

، ه د ح ع ، ع ن و

أثبت أن : مساحة  $\Delta$  أ ب ه = مساحة  $\Delta$  ب و ح

المراجعة ( 5 )

مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  طول القاعدة  $\times$  الارتفاع المناظر لها.



• ويمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلي :

$\therefore$  مساحة  $\triangle$  ب ح د =  $\frac{1}{2}$  مساحة  $\square$  ب ح د

$\therefore$  مساحة  $\square$  ب ح د = ب ح د  $\times$  هـ و

$\therefore$  مساحة  $\triangle$  ب ح د =  $\frac{1}{2}$  ب ح د  $\times$  هـ و

حيث ب ح د طول قاعدة المثلث

، هـ و ارتفاع المثلث المناظر للقاعدة ب ح د

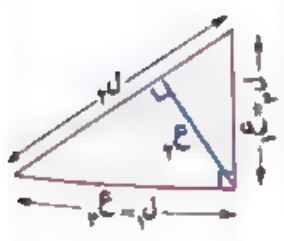
لاحظ أن :

ارتفاع المثلث هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من رأس المثلث إلى الضلع المقابل لها.

ملاحظة

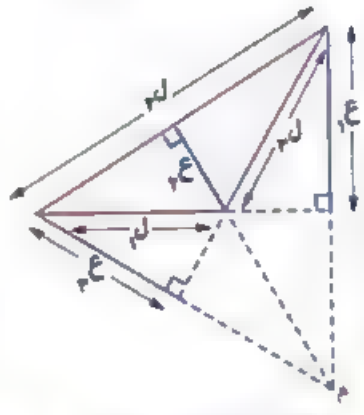
يمكن اعتبار أى ضلع من أضلاع المثلث كقاعدة ، وعلى هذا فإن للمثلث ثلاث قواعد ، ولكل قاعدة ارتفاع مناظر هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من الرأس إلى القاعدة المقابلة لهذا الرأس ، والمستقيمت الحاملة لهذه القطع المستقيمة العمودية تتقاطع في نقطة واحدة كما في الأشكال التالية :

المثلث القائم الزاوية



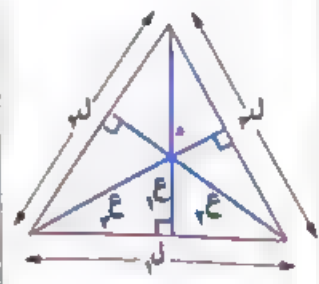
نقطة التقاطع هي رأس القائمة

المثلث المنفرج الزاوية



نقطة التقاطع تقع خارج المثلث

المثلث حاد الزوايا



نقطة التقاطع تقع داخل المثلث

مثال ١

- ١ مثلث طول قاعدته ٨ سم وارتفاعه المناظر لها ٥ سم أوجد مساحته.
- ٢ مثلث مساحته ٢٤ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٤ سم أوجد طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع.
- ٣ مثلث قائم الزاوية في ب فيه :  $ب ح = ١٠$  سم ،  $أ ب = ٨$  سم أوجد مساحته.

الحل

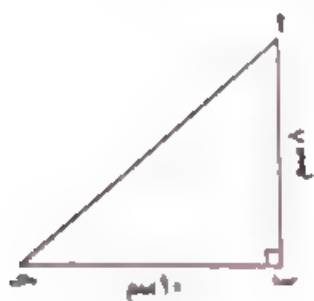
١ : مساحة المثلث =  $\frac{1}{2} \times$  طول القاعدة  $\times$  الارتفاع المناظر لها

$\therefore$  مساحة المثلث =  $\frac{1}{2} \times ٨ \times ٥ = ٢٠$  سم<sup>٢</sup>

٢ : مساحة المثلث =  $\frac{1}{2} \times$  طول القاعدة  $\times$  الارتفاع المناظر لها

$\therefore ٢٤ = \frac{1}{2} \times$  طول القاعدة  $\times ٤$

$\therefore ٢٤ \times ٢ =$  طول القاعدة  $\times ٤$   $\therefore$  طول القاعدة =  $\frac{٢٤}{٢} = ١٢$  سم



٣ :  $أ ب ح$  مثلث قائم الزاوية في ب

$\therefore$   $أ ب$  هو الارتفاع المناظر للقاعدة  $ب ح$

$\therefore$  مساحة  $\Delta أ ب ح = \frac{1}{2} \times ب ح \times أ ب$

$= \frac{1}{2} \times ٨ \times ١٠ = ٤٠$  سم<sup>٢</sup>

حاول بنفسك ٢

أكمل ما يأتي :

- ١ إذا كان طول قاعدة مثلث ٤ سم وارتفاعه المناظر لها ٣ سم فإن مساحته = .....
- ٢ إذا كانت مساحة مثلث ٣٦ سم<sup>٢</sup> وطول قاعدته ٩ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = .....

ملاحظة



إذا كان  $\Delta أ ب ح$  قائم الزاوية في أ

$\exists$   $س د$  بحيث  $س د \perp ب ح$  فإن :

مساحة  $\Delta أ ب ح = \frac{1}{2} \times ب ح \times س د = \frac{1}{2} \times س د \times أ ب$

$\therefore \frac{1}{2} \times ب ح \times س د = \frac{1}{2} \times س د \times أ ب$   $\therefore ب ح \times س د = س د \times أ ب$

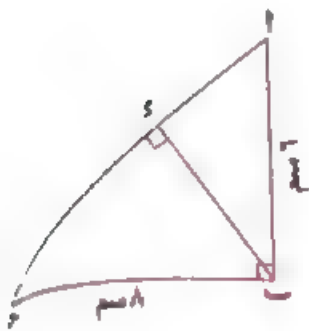
### مثال ٣

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ،  $\exists$  د أ ح بحيث  $\overline{د ب} \perp \overline{د أ ح}$

إذا كان : أ ب = ٦ سم ، ب ح = ٨ سم

فأوجد : طول د ب



### الحل

المعطيات : أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ،  $\overline{د ب} \perp \overline{د أ ح}$  ، أ ب = ٦ سم ، ب ح = ٨ سم

المطلوب : إيجاد : طول د ب

البرهان :  $\Delta$  أ ب ح قائم الزاوية في ب

$$\therefore (\text{أ ب})^2 = (\text{ب ح})^2 + (\text{أ ح})^2 \quad \therefore 100 = 64 + 36 = (\text{أ ح})^2 \quad \therefore \text{أ ح} = 10 \text{ سم}$$

$$\therefore \overline{د ب} \perp \overline{د أ ح} \quad \therefore \text{أ ب} \times \text{ب ح} = \text{أ ح} \times \text{د ب}$$

$$\therefore 8 \times 6 = 10 \times \text{د ب} \quad \therefore \text{د ب} = \frac{8 \times 6}{10} = 4.8 \text{ سم (وهو المطلوب)}$$

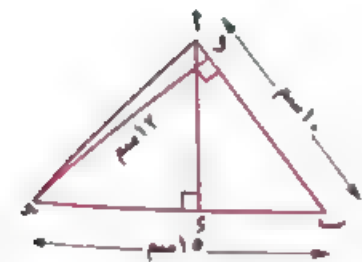
### حاول بنفسك ٢

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : أ ب = ١٠ سم ، ب ح = ١٥ سم

، رسم د ب  $\perp$  ب ح قطعها في د ، ح و  $\perp$  أ ب قطعها في و

فإذا كان ح و = ١٢ سم فأوجد : طول د ب



١٧٨

١٧٨

١٧٨

١٧٨

١٧٨

# تمارين 2

مادة الرياضيات - السنة الأولى



اختبار  
تفاعلي



أسئلة كتاب الوزارة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مساحة المثلث ..... مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة ورأسه على المستقيم الموازي لهذه القاعدة.

(أ) تساوي (ب) نصف (ج) ضعف (د) ربع

٢ مساحة المثلث = ..... طول القاعدة  $\times$  الارتفاع المناظر لها.

(أ) ٢ (ب)  $\frac{1}{2}$  (ج)  $\frac{1}{4}$  (د)  $\frac{1}{3}$

٣ النسبة بين مساحة متوازي الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين .....

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (ج) ٢ : ١ (د) ٢ : ٢

٤ إذا كان طول قاعدة مثلث ٤ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٣ سم فإن مساحته ..... .

(أ) ٦ سم<sup>٢</sup> (ب) ١٢ سم<sup>٢</sup> (ج) ٢٤ سم<sup>٢</sup> (د) ٢٤ سم<sup>٢</sup>

٥ المثلث الذي طول قاعدته ١٢ سم ومساحته ٤٨ سم<sup>٢</sup> يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ..... .

(أ) ٢ سم (ب) ٤ سم (ج) ٦ سم (د) ٨ سم

٦ إذا كانت مساحة مثلث ٤٢ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٧ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع .....

(أ) ١٥ سم (ب) ١٢ سم (ج) ٨ سم (د) ٤ سم

٧ مساحة المثلث القائم الزاوية الذي طول ضلعي القائمة فيه ٦ سم ، ٩ سم تساوي ..... .

(أ) ٥٤ سم<sup>٢</sup> (ب) ٦٠ سم<sup>٢</sup> (ج) ٢٧ سم<sup>٢</sup> (د) ١٥ سم<sup>٢</sup>

٨ إذا كان  $\triangle ABC$  متوازي أضلاع مساحته ١٠٠ سم<sup>٢</sup> ،  $AD \perp BC$

فإن مساحة  $\triangle ABC =$  .....

(أ) ٢٥ سم<sup>٢</sup> (ب) ٥٠ سم<sup>٢</sup> (ج) ١٠٠ سم<sup>٢</sup> (د) ٢٠٠ سم<sup>٢</sup>



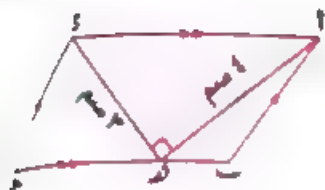
٢ في الشكل المقابل :

١)  $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$  ،  $\Delta AEF$  مساحته  $20 \text{ سم}^2$  ،

أكمل : (١) مساحه  $\Delta DEF = \dots\dots\dots$  مساحه  $\square ABCD$  =

٢) إذا كانت مساحه  $\Delta DEF$  تساوى  $20 \text{ سم}^2$

فإن مساحه  $\square ABCD$  تساوى  $\dots\dots\dots \text{ سم}^2$



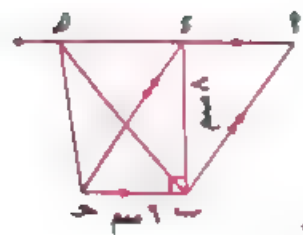
٣ في الشكل المقابل :

١)  $\overline{EF} \perp \overline{AC}$  ،  $\Delta AEF$  مساحته  $20 \text{ سم}^2$  ،

٢)  $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$  ،  $\Delta AEF$  مساحته  $20 \text{ سم}^2$  ،

أكمل : (١) مساحه  $\Delta AEF = \dots\dots\dots \text{ سم}^2$

(٢) مساحه  $\square ABCD = \dots\dots\dots \text{ سم}^2$



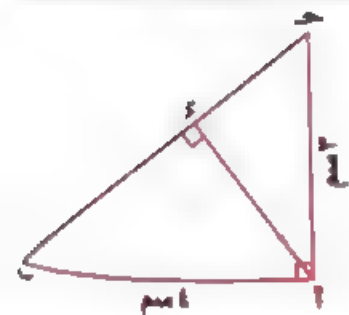
٤ في الشكل المقابل :

١)  $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$  ،  $\Delta AEF$  مساحته  $20 \text{ سم}^2$  ،

٢)  $\overline{EF} \perp \overline{AC}$  ،  $\Delta AEF$  مساحته  $20 \text{ سم}^2$  ،

أكمل : ١) مساحه متوازي الاضلاع  $ABCD = \dots\dots\dots \text{ سم}^2$

(٢) مساحه  $\Delta AEF = \dots\dots\dots \text{ سم}^2$



٥ في الشكل المقابل :

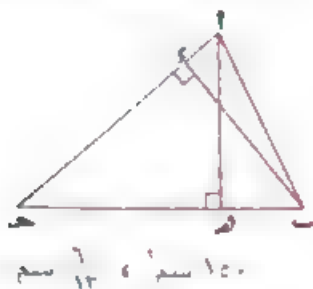
١)  $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$  ،  $\Delta AEF$  مساحته  $20 \text{ سم}^2$  ،

٢)  $\overline{EF} \perp \overline{AC}$  ،  $\Delta AEF$  مساحته  $20 \text{ سم}^2$  ،

أوجد : (١) مساحه  $\Delta AEF$

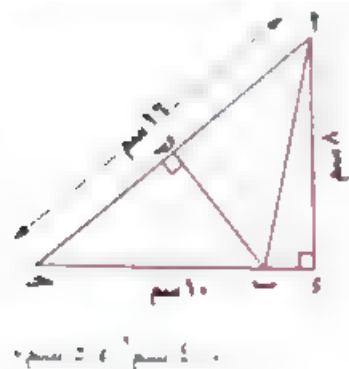
(٢) طول  $\overline{AC}$

٦. سم ٢.٤ ، ٢.٤ سم



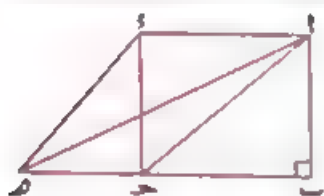
٦ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : ب ح = ٦ سم ، أ ح = ٥ سم  
 أ هـ ⊥ ب ح ، ب هـ ⊥ أ ح ، ب هـ = ٥ سم  
 أوجد : أ مساحة  $\triangle$  أ ب ح ، أ طول أ هـ



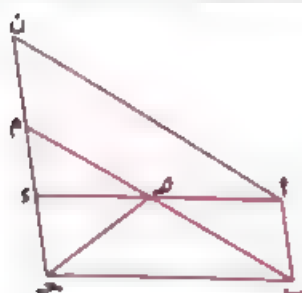
٧ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث ، ب ح ⊥ أ ح ، ب هـ ⊥ أ ح ، ب هـ = ١٦ سم  
 ب ح = ١٠ سم ، ب هـ = ٨ سم  
 أوجد : أ مساحة  $\triangle$  أ ب ح  
 أ طول ب هـ



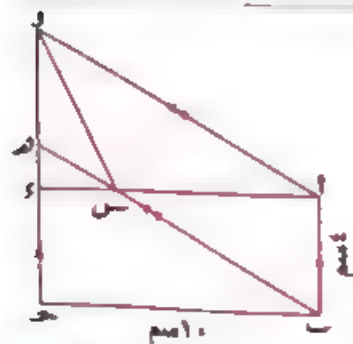
٨ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل ، هـ ⊂ ب ح  
 برهن أن : مساحة  $\triangle$  أ ب هـ = مساحة  $\triangle$  أ ب ح



٩ في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، أ ب م ن متوازي أضلاع  
 م ⊂ ح د  
 برهن أن : مساحة  $\triangle$  م ب ح =  $\frac{1}{4}$  مساحة  $\square$  أ ب م ن



١٠ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل ، أ ب هـ و متوازي أضلاع  
 ب هـ ⊂ ح د ، ب هـ ⊂ ب ح ، ب هـ ⊂ ح د  
 أ ب = ٤ سم ، ب ح = ١٠ سم أوجد بالبرهان :  
 أ مساحة  $\square$  أ ب هـ و ، أ مساحة  $\triangle$  ب هـ و

« ٤٠ سم<sup>٢</sup> ، ٢٠ سم<sup>٢</sup> »





١١ في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، م ح د و متوازي أضلاع

$$\{م\} = \overline{AD} \cap \overline{ME}$$

برهن أن : مساحة  $\triangle APM$  = مساحة  $\triangle APE$



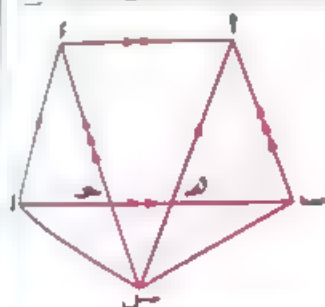
١٢ في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، م ح د و متوازي أضلاع

$$\{ل\} = \overline{AC} \cap \overline{ME} ، م \in \overline{AD} ، ع \in \overline{BC}$$

برهن أن : (١) مساحة  $\triangle AML$  = مساحة  $\triangle AEL$  وحل

٢ : مساحة الشكل أ ب ح د = مساحة الشكل و ح د ل

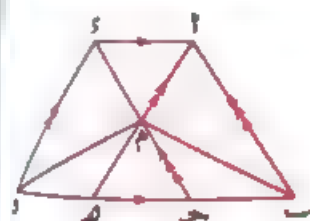


١٣ في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، أ م د و متوازي أضلاع

$$\{س\} = \overline{AC} \cap \overline{ME}$$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ASM$  = مساحة  $\triangle ASE$  و س

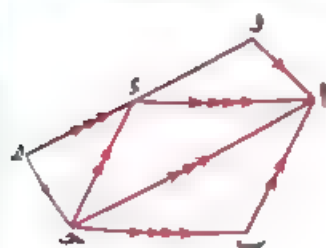


١٤ في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، أ م د و متوازي أضلاع

$$\{م\} = \overline{AC} \cap \overline{ME} ، حيث م \in \overline{AD} ، ع \in \overline{BC}$$

أثبت أن : مساحة  $\triangle APM$  = مساحة  $\triangle APE$  و م و

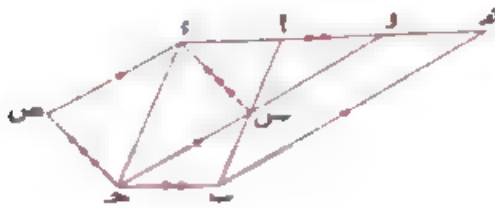


١٥ في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، أ ح د و متوازي أضلاع

$$\overline{ME} \cap \overline{AD} = م$$

أثبت أن : مساحة  $\square APM$  = مساحة  $\square APE$  و



١٦ ا. في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{هـ} // \overrightarrow{بـ} ، \overrightarrow{سـ} // \overrightarrow{حـ}$$

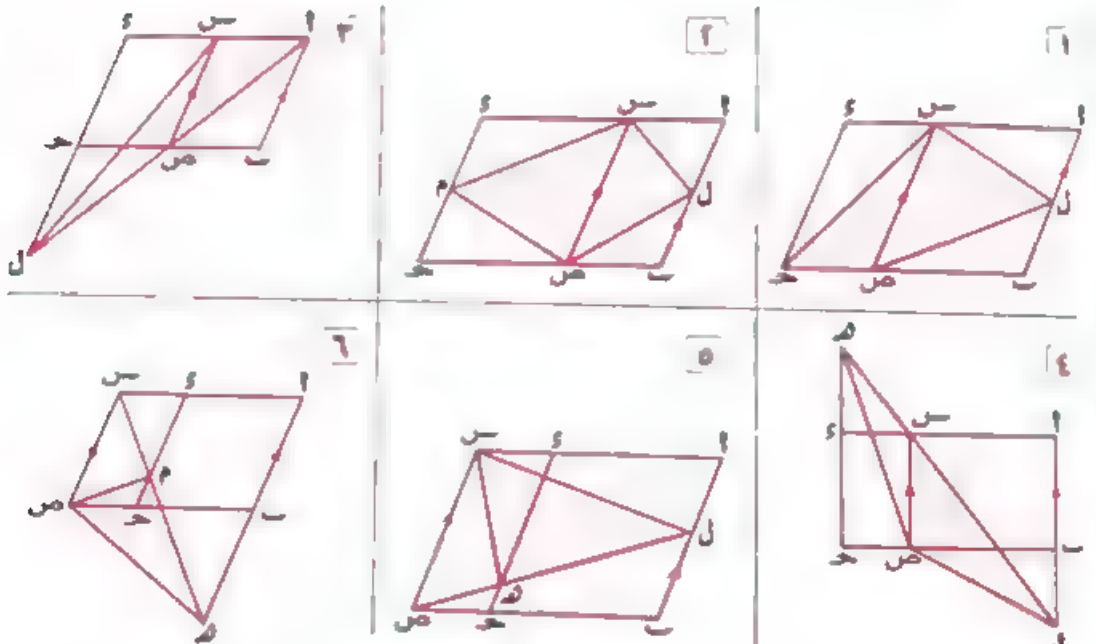
$$\overrightarrow{هـ} // \overrightarrow{وـ} ، \overrightarrow{وـ} // \overrightarrow{حـ}$$

$$\overrightarrow{سـ} \equiv \overrightarrow{وـ} ، \overrightarrow{وـ} \equiv \overrightarrow{هـ} ، \overrightarrow{سـ} \equiv \overrightarrow{هـ}$$

برهن أن : متوازيات الأضلاع هـ ب ح و ، س ح و ، و س ح و متساوية المساحة.

١٧ ا. في كل من الأشكال التالية س ص // أ ب ، بين أن مساحة الشكل الملون نصف مساحة

متوازي الأضلاع أ ب ح و :

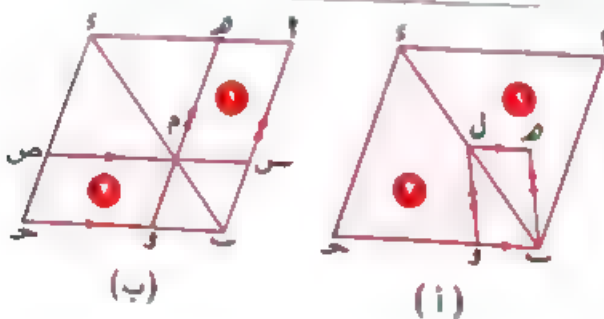


١٨ ا. في كل من الشكلين :

أ ب ح و متوازي أضلاع.

لماذا تكون مساحة الشكل (١)

تساوي مساحة الشكل (٢) ؟



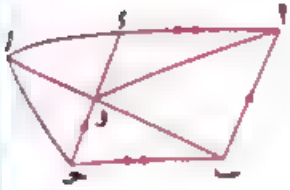


١٩ في الشكل المقابل :

ل م ن ه متوازي أضلاع

برهن أن :

$$\text{مساحة المثلث ل ه و} + \text{مساحة المثلث م و ن} = \text{مساحة المثلث ل ه م}$$

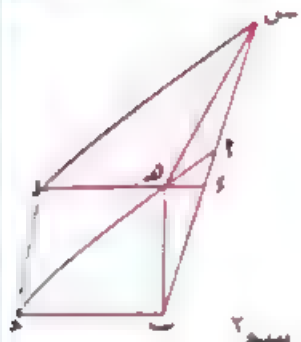


٢٠ في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع ، ه  $\in$  أ د

$$\{و\} = \overline{ح د} \cap \overline{أ ب}$$

برهن أن : مساحة  $\triangle أ و ه$  = مساحة  $\triangle م و ح$



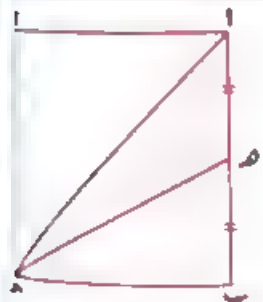
٢١ في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع مساحته ٨٠ سم<sup>٢</sup> ، ه  $\in$  أ د

أ ح و س متوازي أضلاع ، ه  $\in$  أ ب

برهن أن : ١ مساحة  $\triangle م ب ح$  = مساحة  $\triangle م و س$

$$٢ \text{ مساحة } \triangle أ س ه + \text{مساحة } \triangle م ح و = ٤٠ \text{ سم}^٢$$



٢٢ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مربع ، ه منتصف أ ب

محيط المربع أ ب ح د = ٤٨ سم

أوجد : مساحة  $\triangle أ ه ح$

٢٦٠ سم<sup>٢</sup>



٢٣ في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع محيطه ٤٨ سم ، ب ح = ٢ سم

مساحة  $\triangle أ ب ح$  = ٥ سم<sup>٢</sup> ، ه منتصف أ ب

أوجد : ١ ارتفاع متوازي الأضلاع أ ب ح د

$$٢ \text{ مساحة } \triangle أ ه ح$$

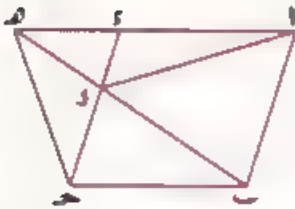
١٤٠ سم ، ٧ سم ، ٢٨ سم



### للتطبيق الثاني

الشكل المقابل يوضح تصميمًا لقطعة أرض مستطيلة الشكل أبعادها ١٥ مترًا ، ٦ أمتار مقسمة إلى أربعة أماكن متطابقة لانتظار السيارات كل منها على شكل متوازي أضلاع ، ومكانين متطابقين لزراعة الزهور كل منهما على شكل مثلث ، بالإضافة إلى ممر للسيارات على شكل مستطيل عرضه ٣ أمتار أوجد : ١ المساحة المستخدمة لانتظار السيارات. ٢٦ م<sup>٢</sup> . ٢ المساحة المستخدمة لزراعة الزهور. ٩ م<sup>٢</sup> .

### للمعوقين



٢٥ في الشكل المقابل :

١ ا ب ح د متوازي أضلاع ، و  $\exists$  ح د ، و  $\overline{a} \cap \overline{b} = \{e\}$  أثبت أن : مساحة  $\triangle aoe$  = مساحة  $\triangle eoc$

٢٦ ا ب ح مثلث قائم الزاوية في ب فيه :  $\angle d = 30^\circ$  ،  $\overline{a} \perp \overline{c}$  يقطعها في د

أثبت أن :  $\overline{a} = \frac{2 \times \overline{b} \times \overline{c}}{a}$

## الآن

يمكنك  
حل الاختبارات التفاعلية  
عن طريق قراءة كود QR Code

من خلال

٢

فتح البرنامج لم تصوير QR code الموجود بكل تمرين

١

تحميل برنامج QR reader للهواتف



الدرس

3

## مساحى مثلثين متثلين

• رأيت فى الدرس السابق أن مساحة المثلث  $= \frac{1}{2} \times \text{طول قاعدته} \times \text{الارتفاع المناظر لها}$

ونتيجة لذلك فإنه :

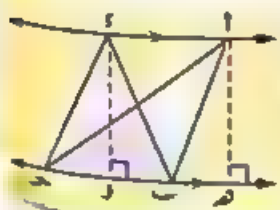
إذا تساوى طولى قاعدتى مثلثين وتساوى ارتفاعاهما المناظران لهاتين القاعدتين كان هذان المثلثان متساويين فى المساحة.

• وفى هذا الدرس سندرس بعض الحالات المختلفة لتساوى مساحتى مثلثين.

### النظرية

المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان متساويين فى المساحة.

المعطيات :  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  ، المثلثان  $\triangle ABC$  ،  $\triangle ACD$  يشتركان فى القاعدة  $\overline{AC}$



المطلوب : إثبات أن : مساحة  $\triangle ABC$  = مساحة  $\triangle ACD$

العمل : نرسم  $\overline{BE} \perp \overline{AC}$  ،  $\overline{CF} \perp \overline{AC}$

البرهان :  $\because \overline{AO} \parallel \overline{BO}$  ،  $\overline{AO} \perp \overline{BO}$  عموديين على  $\overline{AB}$

$\therefore AO = BO$  مستطيل

(١)  $\therefore$  مساحة  $\triangle ABO = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AO}$

(٢)  $\therefore$  مساحة  $\triangle ABO = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BO} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AO}$

من (١) ، (٢) :  $\therefore$  مساحة  $\triangle ABO =$  مساحة  $\triangle ABO$  (وهو المطلوب)

### مثال ١

في الشكل المقابل :

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  فيه :  $\overline{AC} \cap \overline{BD} = E$  ،  $\overline{AD} \cap \overline{BC} = F$  ،  $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$

أثبت أن : مساحة  $\triangle AEF =$  مساحة  $\triangle BCF$

الحل

المعطيات :  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  ،  $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$

المطلوب : إثبات أن : مساحة  $\triangle AEF =$  مساحة  $\triangle BCF$

البرهان :  $\because \triangle AEF$  ،  $\triangle BCF$  ،  $\triangle AEF$  مشتركان في القاعدة  $\overline{EF}$  ،  $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$

$\therefore$  مساحة  $\triangle AEF =$  مساحة  $\triangle BCF$

وبإضافة مساحة  $\triangle AEF$  للطرفين :

$\therefore$  مساحة  $\triangle AEF +$  مساحة  $\triangle BCF =$  مساحة  $\triangle AEF +$  مساحة  $\triangle BCF$

(وهو المطلوب)  $\therefore$  مساحة  $\triangle AEF =$  مساحة  $\triangle BCF$

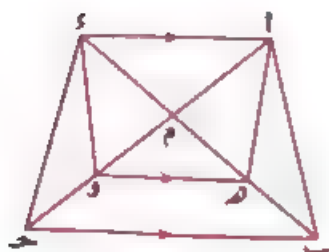
### حاول بنفسك ١

في الشكل المقابل :

$\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  شكل رباعي تقاطع قطراه في  $M$

$\overline{AM} \parallel \overline{DM}$  ،  $\overline{BM} \parallel \overline{CM}$

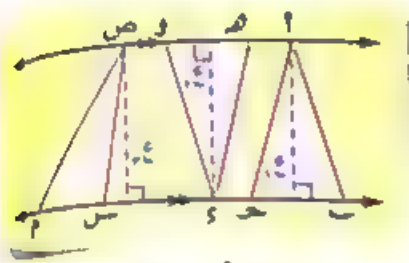
أثبت أن : مساحة  $\triangle AOM =$  مساحة  $\triangle BOM$



## تقديم هامة

### النتيجة (١)

المثلثات التي قواعدها متساوية في الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية في المساحة.



في الشكل المقابل :

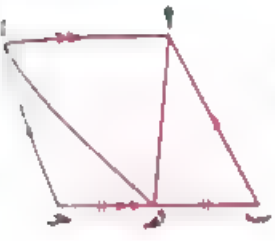
إذا كان :  $\overline{أه} // \overline{بج}$

$$، ب ه = ه و = و س م$$

فإن : مساحة  $\triangle أ ب ه =$  مساحة  $\triangle ه و س =$  مساحة  $\triangle و س م$  (لاحظ أن :  $أ ه = ه و = و س = ع$  )

### مثال ٢

في الشكل المقابل :



$أ ب ه د$  متوازي أضلاع مساحته  $٢٢ \text{ سم}^٢$  ،  $ه$  منتصف  $\overline{بج}$

أوجد : مساحة  $\triangle أ ب ه$

### الحل

المعطيات  $أ ب ه د$  متوازي أضلاع مساحته  $٢٢ \text{ سم}^٢$  ،  $ه$  منتصف  $\overline{بج}$

المطلوب إيجاد : مساحة  $\triangle أ ب ه$

البرهان  $\therefore \triangle أ ه د$  يشترك مع  $أ ب ه د$  في القاعدة  $\overline{أه}$

$$، ه \in \overline{بج} \therefore \text{مساحة } \triangle أ ه د = \frac{1}{٢} \text{ مساحة } \square أ ب ه د$$

$$\therefore \text{مساحة } \triangle أ ب ه = \text{مساحة } \triangle أ ه د = \frac{1}{٢} \text{ مساحة } \square أ ب ه د$$

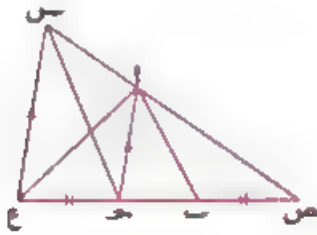
$$= \frac{٢٢}{٢} = ١١ \text{ سم}^٢$$

$$، \therefore ب ه = ه و ، \overline{أه} // \overline{بج}$$

$$\therefore \text{مساحة } \triangle أ ب ه = \text{مساحة } \triangle أ ه د = \frac{١١}{٢} = ٥.٥ \text{ سم}^٢ \text{ (وهو المطلوب)}$$



## ٢ حاول بنفسك



في الشكل المقابل :

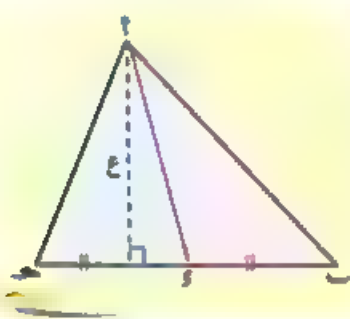
س ح ع مثلث ، ح ب = ح ع

، س ع // ح ب

اثبت أن : مساحة  $\triangle$  ا ح ب = مساحة  $\triangle$  ا س ح

## ٢ التلخيص

متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحي مثلثين متساويين في المساحة.



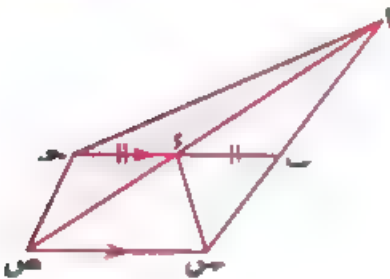
ففي الشكل المقابل :

إذا كان : أ د متوسطاً في  $\triangle$  ا ب ح

فإن : مساحة  $\triangle$  ا ب د = مساحة  $\triangle$  ا د ح

لاحظ أن : المثلثين لهما نفس الارتفاع « ع » ، ب د = د ح

## ٣ مثال



في الشكل المقابل :

س ح // ب ح ، د منتصف ب ح

اثبت أن : مساحة  $\triangle$  ا س د = مساحة  $\triangle$  ا ح د

## الحل

المعطيات س ح // ب ح ، د منتصف ب ح

المطلوب إثبات أن : مساحة  $\triangle$  ا س د = مساحة  $\triangle$  ا ح د

البرهان : ب د = د ح ، ب ح // س ح

(١)  $\therefore$  مساحة  $\triangle$  ب س د = مساحة  $\triangle$  ح س د

،  $\therefore$  د منتصف ب ح  $\therefore$  أ د متوسط في  $\triangle$  ا ب ح

(٢)  $\therefore$  مساحة  $\triangle$  ا ب د = مساحة  $\triangle$  ا ح د

بجمع (١) ، (٢) :

∴ مساحة  $\triangle ب س د$  + مساحة  $\triangle ا ب د$  = مساحة  $\triangle ح ص د$  + مساحة  $\triangle ا ح د$  (وهو المطلوب)

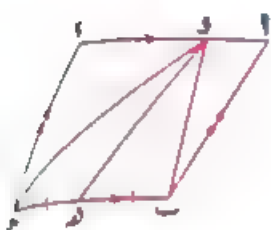
∴ مساحة  $\triangle ا ب د$  = مساحة  $\triangle ا ح د$

### ٣ حاول بنفسك

في الشكل المقابل :

$ا ب ح د$  متوازي أضلاع ،  $و \in ا ب$  ،  $هـ$  منتصف  $ب ح$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ب هـ و$  =  $\frac{1}{4}$  مساحة  $\square ا ب ح د$



### ٣ النتيجة

المثلثات التي أطوال قواعدها متساوية ، وعلى مستقيم واحد ومشاركة في الرأس تكون متساوية في المساحة.

في الشكل المقابل :

مساحة  $\triangle ا ب ن$  = مساحة  $\triangle ن ح د$

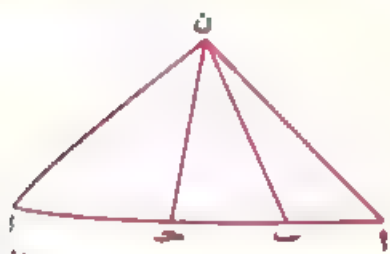
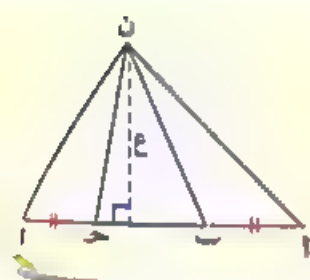
لاحظ أن : المثلثين لهما نفس الارتفاع «ع» ،  $ا ب = ح د$

### ١١ ملاحظة

في الشكل المقابل :

إذا كان :  $ا ب = \frac{1}{4} ح د$

فإن : مساحة  $\triangle ا ب ن$  =  $\frac{1}{4}$  مساحة  $\triangle ن ح د$



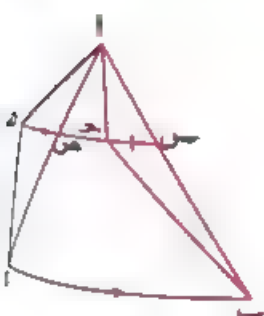
### ٤ مثال

في الشكل المقابل :

$س هـ // ب د$  ،  $ح \in س هـ$

،  $ص \in س هـ$  بحيث  $س ح = ص هـ$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ا ب ح$  = مساحة  $\triangle ا د هـ$



### الحل

المعطيات  $\overline{SM} // \overline{ST}$  و  $\overline{ST} \perp \overline{SC}$  و  $\overline{SC} = 12$  و  $\overline{SM} = 8$

المطلوب إثبات أن : مساحة  $\Delta ABC =$  مساحة  $\Delta AED$

البرهان  $\Delta \Delta$  - س ح ب ، ثم ص ، قواعدهما متساوية في الطول ، س ص // س ح ،

(١)  $\therefore$  مساحة  $\Delta$  من حوب = مساحة  $\Delta$  من صر

، ∆∆ ١-س ح ، ١٠ ص مشتركان في الرأس ١

، س ح = ص ه وهما على مستقيم واحد.

(٢)  $\therefore$  مساحة  $\Delta$  ا ب ح = مساحة  $\Delta$  ا ب د

بجمع (١) ، (٢) :

∴ مساحة  $\Delta$  من حوب + مساحة  $\Delta$  من حـ

$$= \text{مساحة } \Delta \text{ م ص و} + \text{مساحة } \Delta \text{ و م ح}$$

∴ مساحة  $\Delta ABC =$  مساحة  $\Delta AED$  (وهو المطلوب)



## حاول المسئلة

في الشكل المقابل :  $\angle \alpha$  حـ مثلث فيه :

[illegible]

برهن أن : مساحة  $\Delta ABC =$  مساحة  $\Delta ADE$  وحسب

[**تذکرہ** : درج ذیل کے مسائل = حل شدہ مسائل اور مسائل جاریہ (آئندہ) ]

$$\nabla \cdot \mathbf{f} = \frac{1}{\Delta x} \left[ \mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_N \right]$$
[illegible]

א-ב-ג-ד-ה-ו-ז-ח-ט-י-כ-ל-מ-נ-ס-ע-פ-צ-ק-ר-ש-ת-יחידות

[illegible]

# تمارين 3



أسئلة كتاب الوزارة

أكمل ما يأتي :

١ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأسهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة يكونان ... ..

٢ المثلثات التي قواعدها متساوية في الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون ... ..

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى .....

٤ إذا كان :  $AB$  ح مثلث ،  $E$  منتصف  $AC$  فإن : مساحة  $\triangle ABE$  = مساحة  $\triangle ABC$  ...

٥ إذا كان :  $KL$  متوسطاً في  $\triangle ABC$  فإن مساحة  $\triangle ABC$  = ..... مساحة  $\triangle KLC$

فإن مساحة  $\triangle ABC$  = ..... مساحة  $\triangle KLC$

٦ المثلث  $ABC$  فيه :  $L \in AC$  بحيث  $AL = \frac{1}{4} AC$

فإن مساحة المثلث  $ABC$  = ..... مساحة المثلث  $ABC$

٧ في الشكل المقابل :



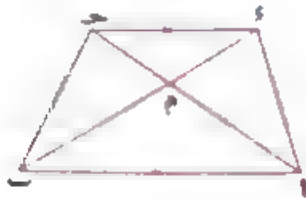
$AB$  ح مثلث فيه :  $AD$  متوسط ،  $E \in AC$  ، رسم  $BE$  ،  $CE$   
برهن أن : مساحة  $\triangle ABE$  = مساحة  $\triangle ABC$  لذلك أكمل :  
∴  $AD$  متوسط في المثلث .....

∴ مساحة  $\triangle ABE$  = مساحة .....

∴ ..... متوسط في  $\triangle ABC$

∴ مساحة  $\triangle ABE$  = مساحة .....

بطرح طرفي (٢) من طرفي (١) ينتج أن : مساحة  $\triangle ABE$  = ..... (وهو المطلوب)



٣ في الشكل المقابل :

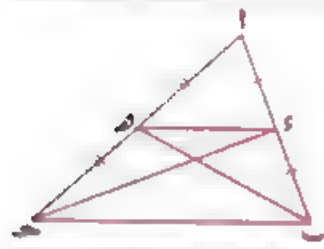
$$\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AD} \cap \overline{BC} = \{M\}$$

أكمل وفسر إجابتك :

١ مساحة  $\triangle AEF$  = مساحة ..... لأن .....

٢ مساحة  $\triangle AEF$  = مساحة ..... لأن .....

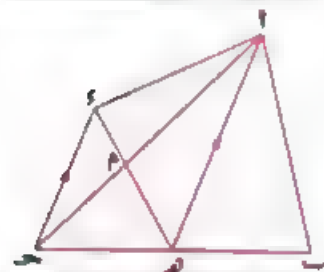
٣ مساحة  $\triangle AEF$  = مساحة ..... لأن .....



٤ في الشكل المقابل :

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{AD} = \overline{DB}$  ،  $\overline{AE} = \overline{EC}$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ADE$  = مساحة  $\triangle BDE$

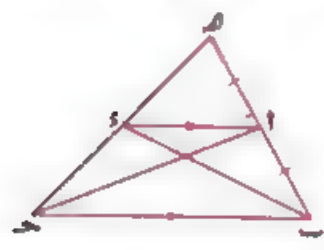


٥ في الشكل المقابل :

$\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  شكل رباعي ،  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  حيث  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

$$\{M\} = \overline{AC} \cap \overline{BD}$$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ADE$  = مساحة الشكل  $\triangle BDE$

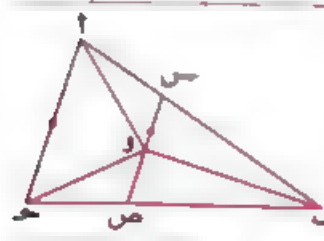


٦ في الشكل المقابل :

$\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  شكل رباعي فيه :

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \overline{AD} \cap \overline{BC} = \{M\} \text{ بحيث } \overline{AD} = \overline{BC}$$

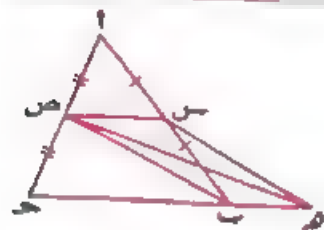
أثبت أن : مساحة  $\triangle ADE$  = مساحة  $\triangle BDE$



٧ في الشكل المقابل :

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  ، و  $\overline{AD} = \overline{BC}$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ADE$  = مساحة  $\triangle BDE$



٨ في الشكل المقابل :

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{AD} = \overline{BC}$  ،  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{AD} = \overline{BC}$  ،  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

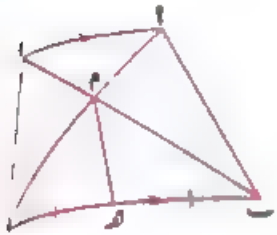
أثبت أن : مساحة  $\triangle ADE$  = مساحة  $\triangle BDE$

في الشكل المقابل :

$$\{M\} = \overline{AE} \cap \overline{AC}, \overline{AE} // \overline{AC}$$

،  $\overline{AM}$  منتصف  $\overline{BC}$

أثبت أن : مساحة الشكل  $AMB =$  مساحة الشكل  $AME$

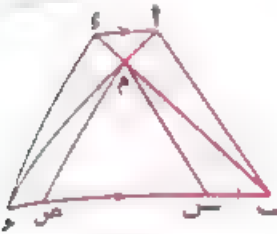


في الشكل المقابل :

$$\{M\} = \overline{AE} \cap \overline{AC}, \overline{AE} // \overline{AC}$$

،  $BS = CS$

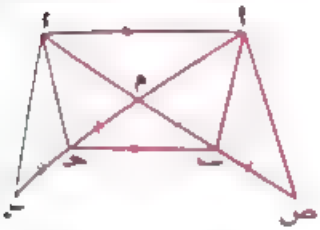
أثبت أن : مساحة الشكل  $AMS =$  مساحة الشكل  $AME$



في الشكل المقابل :

$$\overline{AE} // \overline{AC}, \overline{AM} \text{ منتصف } \overline{BC}, \overline{AM} \text{ منتصف } \overline{DE}$$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ADE =$  مساحة  $\triangle ABC$

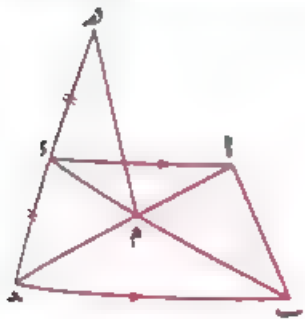


في الشكل المقابل :

$$\{M\} = \overline{AE} \cap \overline{AC}, \overline{AE} // \overline{AC}$$

،  $\overline{AM}$  منتصف  $\overline{BC}$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ADE =$  مساحة  $\triangle ABC$

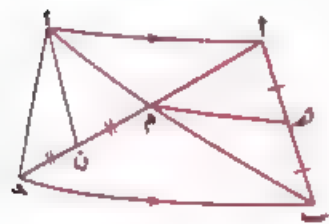


في الشكل المقابل :

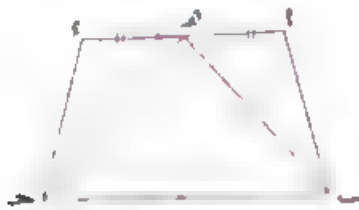
$$\overline{AE} // \overline{AC}, \overline{AM} \text{ منتصف } \overline{BC}, \overline{AM} \text{ منتصف } \overline{DE}$$

،  $\overline{AM}$  منتصف  $\overline{BC}$  ،  $\overline{AN}$  منتصف  $\overline{DE}$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ADE =$  مساحة  $\triangle ABC$



١٤ في الشكل المقابل :



$\overline{EF} \parallel \overline{AD}$  ،  $\overline{EF}$  منتصف  $\overline{AD}$  أثبت أن :

مساحة الشكل  $ABCD =$  مساحة الشكل  $EFCD$  ،  $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$

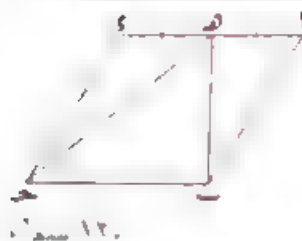
١٥ في الشكل المقابل :



$\overline{DE} \parallel \overline{AC}$  ،  $\overline{DE}$  منتصف  $\overline{AC}$  أثبت أن :

مساحة المثلث  $ABC = \frac{1}{4}$  مساحة متوازي الأضلاع  $ABDE$

١٦ في الشكل المقابل :

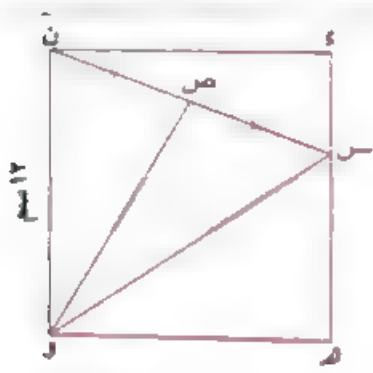


$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{DE}$  منتصف  $\overline{AC}$

، مساحة متوازي الأضلاع  $ABDE = 48 \text{ سم}^2$

أوجد : مساحة  $\triangle ABC$

١٧ في الشكل المقابل :



و  $DE \parallel AC$  ،  $DE$  طول ضلعه  $12 \text{ سم}$  ،  $E$  منتصف  $\overline{BC}$

،  $\overline{DE}$  منتصف  $\overline{AC}$

أوجد : مساحة  $\triangle ABC$

١٨ في الشكل المقابل :

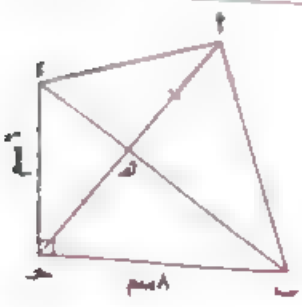


$\overline{DE} \parallel \overline{AC}$  ،  $\overline{DE}$  منتصف  $\overline{AC}$

، مساحة  $\triangle ABC = 5 \text{ سم}^2$

احسب : مساحة  $\triangle ABC$

١٩ في الشكل المقابل :

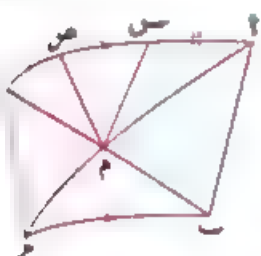


$\angle AEB = 90^\circ$  ، شكل رباعي فيه .  $AE = 8$  ،  $BE = 6$  ،  $CE = 8$  ،  $DE = 6$  ،  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

،  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$  ،  $\overline{AC}$  منتصف  $\overline{BD}$  ،  $\overline{BD}$  منتصف  $\overline{AC}$

أثبت أن : مساحة الشكل  $ABCD = 48 \text{ سم}^2$





٢٠ في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي تقاطع قطراه في م فيه :

$\overline{AM} = \overline{CM}$  ،  $\overline{BM} = \overline{DM}$  ،  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  ،  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  بحيث  $\angle A = \angle C$  و  $\angle B = \angle D$

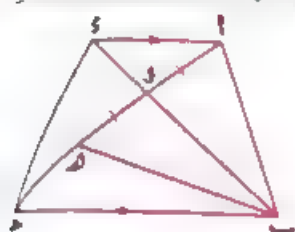
برهن أن : مساحة الشكل أ ب م س = مساحة الشكل د ح م ص



٢١ في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع ،  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  حيث  $\overline{AD} = \overline{EC}$  و  $\overline{AE} = \overline{CD}$

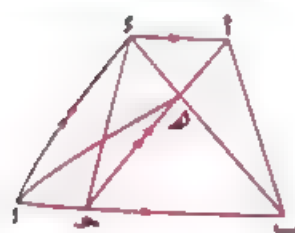
برهن أن : مساحة  $\triangle ADE$  و  $\triangle DEC$  = مساحة  $\square ABCD$  أ ب ح د



٢٢ في الشكل المقابل :

$\overline{AO} = \overline{CO}$  ،  $\overline{BO} = \overline{DO}$  ،  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  ،  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  بحيث  $\angle A = \angle C$  و  $\angle B = \angle D$

أثبت أن : مساحة  $\triangle AOB$  و  $\triangle COD$  = مساحة  $\triangle AOC$  و  $\triangle BOD$

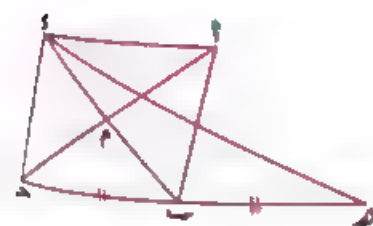


٢٣ في الشكل المقابل :

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$  و  $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$

$\{O\} = \overline{AC} \cap \overline{DE}$  ،  $\{M\} = \overline{AD} \cap \overline{BC}$  ،

أثبت أن : مساحة  $\triangle ADE$  و  $\triangle BCD$  = مساحة  $\triangle AOC$  و  $\triangle BOD$

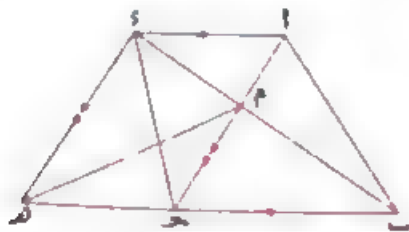


٢٤ في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع تقاطع قطراه في م فيه :

$\overline{AM} = \overline{CM}$  ،  $\overline{BM} = \overline{DM}$  ،  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  ،  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ADE$  و  $\triangle BCD$  = مساحة  $\triangle AOC$  و  $\triangle BOD$



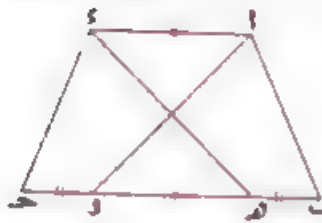
في الشكل المقابل :

$$\overline{AM} \parallel \overline{BC}, \overline{BM} \parallel \overline{AC}$$

$$\{M\} = \overline{AM} \cap \overline{BM}, \overline{AM} \parallel \overline{BC}, \overline{BM} \parallel \overline{AC}$$

برهن أن : ١ مساحة  $\triangle ABM$  = مساحة  $\triangle BMC$  = مساحة  $\triangle AMC$

٢ مساحة  $\triangle ABC$  = مساحة  $\triangle BMC$



في الشكل المقابل :

$$\overline{AM} \parallel \overline{BC}, \overline{BM} \parallel \overline{AC}$$

أثبت أن : مساحة الشكل  $ABM$  = مساحة الشكل  $AMC$



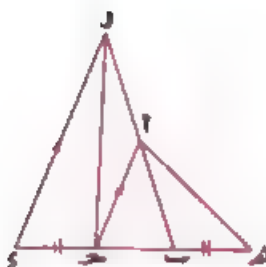
في الشكل المقابل :

$$\overline{AM} \parallel \overline{BC}$$

برهن أن : مساحة  $\triangle ABM$  = مساحة  $\triangle BMC$

، وإذا كانت مساحة  $\triangle BMC$  = ٢٠ سم<sup>٢</sup> ، مساحة  $\triangle ABM$  = ٢ أمثال مساحة  $\triangle BMC$  ، احسب مساحة المستطيل المنشأ على  $\overline{BC}$  بحيث تقع قاعدته الأخرى على  $\overline{AM}$  .

التمتعوا بكم



في الشكل المقابل :

١  $AB \parallel MC$  ،  $AM \parallel BC$  ،  $BM \parallel AC$  ،  $MC \parallel AB$

٢  $AM \parallel BC$  ،  $BM \parallel AC$  ،  $MC \parallel AB$  ،  $AB \parallel MC$

أثبت أن : مساحة  $\triangle BMC$  = مساحة  $\triangle ABM$

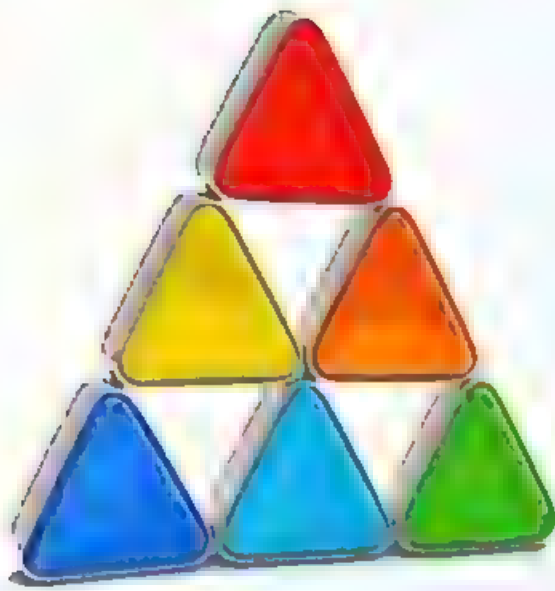


في الشكل المقابل :

١  $AB \parallel MC$  ،  $AM \parallel BC$  ،  $BM \parallel AC$  ،  $MC \parallel AB$

٢ رسم  $AM \parallel BC$  ،  $BM \parallel AC$  ،  $MC \parallel AB$  ،  $AB \parallel MC$

أثبت أن : مساحة  $\triangle BMC$  =  $\frac{1}{4}$  مساحة  $\triangle ABC$



الدرس

4

## ربع تساوي مساحتي مثلين

ملاحظة

المثلثان المتساويان في مساحتهما ، المرسومان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأسهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة.

المعطيات مساحة  $\triangle ABC =$  مساحة  $\triangle DEF$

،  $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$  قاعدة مشتركة للمثلثين.

المطلوب إثبات أن :  $\overline{AE} \parallel \overline{DF}$

العمل نرسم  $\overline{AM} \perp \overline{BC}$  نقطعه في  $M$

،  $\overline{DN} \perp \overline{EF}$  نقطعه في  $N$

البرهان  $\therefore$  مساحة  $\triangle ABC =$  مساحة  $\triangle DEF$

$$\therefore \frac{1}{2} \times BC \times AM = \frac{1}{2} \times EF \times DN$$

$$\therefore AM = DN$$

$$\therefore \overline{AM} \perp \overline{BC}, \overline{DN} \perp \overline{EF} \therefore \overline{AM} \parallel \overline{DN}$$

$$\therefore \text{الشكل } AMDN \text{ مستطيل.} \therefore \overline{AE} \parallel \overline{DF}$$

(وهو المطلوب)

مثال ١

في الشكل المقابل :

مساحة  $\triangle ABC =$  مساحة الشكل  $DEFG$

أثبت أن :  $AD \parallel EG$



الحل

مساحة  $\triangle ABC =$  مساحة الشكل  $DEFG$

إثبات أن :  $AD \parallel EG$

$\therefore$  مساحة  $\triangle ABC =$  مساحة الشكل  $DEFG$

وبطرح مساحة  $\triangle DEF$  من الطرفين :

$\therefore$  مساحة  $\triangle ABC -$  مساحة  $\triangle DEF =$

$=$  مساحة الشكل  $DEFG -$  مساحة  $\triangle DEF =$

$\therefore$  مساحة  $\triangle ADE =$  مساحة  $\triangle BEF$

وهما مشتركان في  $E$  وفي جهة واحدة منها.

$\therefore AD \parallel EG$

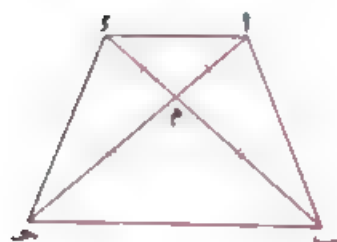
(وهو المطلوب)

مثال ٢

في الشكل المقابل :

$ABCD$  شكل رباعي تقاطع قطراه في  $M$

$AM = CM, BM = DM$  أثبت أن :  $AD \parallel BC$



الحل

$AM = CM, BM = DM$

إثبات أن :  $AD \parallel BC$

$\therefore \triangle AMB \cong \triangle CMD$  في  $M$ ،  $AM = CM$ ،  $BM = DM$  فيهما :

$AM = CM$  (معطى)

$BM = DM$  (معطى)

$\therefore \angle DMB = \angle BMA$  (بالتقابل بالرأس)

$\therefore \Delta \text{ ا ب م} \equiv \Delta \text{ ح م س}$  وينتج أن : مساحة  $\Delta \text{ ا ب م} =$  مساحة  $\Delta \text{ ح م س}$

وبإضافة مساحة  $\Delta \text{ ا م س}$  للطرفين.

$\therefore$  مساحة  $\Delta \text{ ا ب م} +$  مساحة  $\Delta \text{ ا م س} =$  مساحة  $\Delta \text{ ح م س} +$  مساحة  $\Delta \text{ ا م س}$

$\therefore$  مساحة  $\Delta \text{ ا ب م} =$  مساحة  $\Delta \text{ ح م س}$  وهما مشتركان في  $\text{ا م}$  وفي جهة واحدة من

(وهو المطلوب)

$\therefore \overline{\text{ا م}} \parallel \overline{\text{ح س}}$

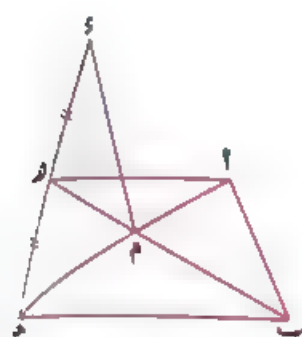
### حاول نفسك ١

في الشكل المقابل :

$\text{م}$  منتصف  $\text{ح س}$  ،  $\overline{\text{ا ح}} \cap \overline{\text{ب م}} = \{\text{م}\}$

، مساحة  $\Delta \text{ ا ب م} =$  مساحة  $\Delta \text{ ح م س}$

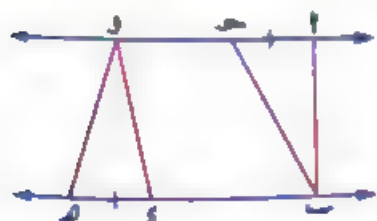
أثبت أن :  $\overline{\text{ا م}} \parallel \overline{\text{ح س}}$



### ٢٢ ملاحظة

إذا كان هناك مثلثان متساويان في المساحة ومحصوران بين مستقيمين ، وقاعداهما الواقعتان على هذين المستقيمين متساويتان في الطول ، كان المستقيمان متوازيين.

٢ وفي الشكل المقابل :



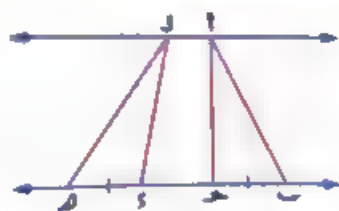
إذا كان :  $\text{ا ح} \equiv \text{ح س}$  ،  $\text{ا م} \equiv \text{م س}$  ،

$\text{ا ح} = \text{ح س}$

، مساحة  $\Delta \text{ ا ب م} =$  مساحة  $\Delta \text{ ح م س}$  ،

فإن :  $\overline{\text{ا م}} \parallel \overline{\text{ح س}}$

١ ففي الشكل المقابل :



إذا كان :  $\text{ا ح} \equiv \text{ح س}$  ،  $\text{ا م} \equiv \text{م س}$  ،

مستقيم واحد ،  $\text{ا ح} = \text{ح س}$  ،

، مساحة  $\Delta \text{ ا ب م} =$  مساحة  $\Delta \text{ ح م س}$  ،

فإن :  $\overline{\text{ا م}} \parallel \overline{\text{ح س}}$





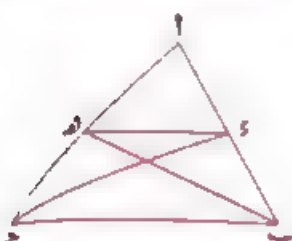
# تمارين 4

أسئلة كتاب الوراثة



1. في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي تقاطع قطراه في م  
مساحة  $\triangle AEM =$  مساحة  $\triangle CFM$   
برهن أن :  $AE \parallel FC$



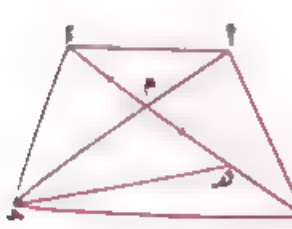
2. في الشكل المقابل :

أ ب ح د مثلث ،  $AE \parallel FC$  ،  $BF \parallel ED$   
بحيث مساحة  $\triangle AEM =$  مساحة  $\triangle CFM$   
أثبت أن :  $EF \parallel BC$



3. في الشكل المقابل :

أ ب ح د = أ ب ح د ،  $AE \perp CF$  ،  $BF \perp AD$   
برهن أن :  $EF \parallel BC$   
مساحة  $\triangle AEM =$  مساحة  $\triangle CFM$



4. في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي تقاطع قطراه في م  
مساحة  $\triangle AEM =$  مساحة  $\triangle CFM$   
برهن أن :  $AE \parallel FC$

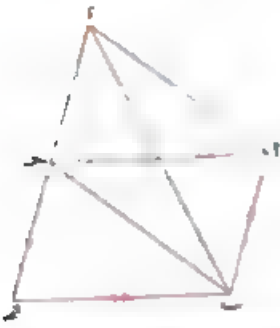


5. في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي فيه :  
 $AE \parallel FC$  ،  $BF \parallel ED$  ،  $AE \cap BF = M$   
مساحة  $\triangle AEM =$  مساحة  $\triangle CFM$   
برهن أن :  $EF \parallel AC$



٦. في الشكل المقابل :

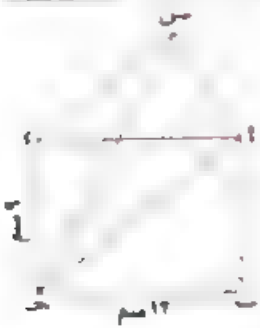


أ ب ح متوازي أضلاع

،  $\exists$  د ه ح بحيث مساحة  $\triangle$  د ه ح = مساحة  $\triangle$  د ب ح

برهن أن :  $\overline{د ه} \parallel \overline{ب ح}$

٧. في الشكل المقابل :

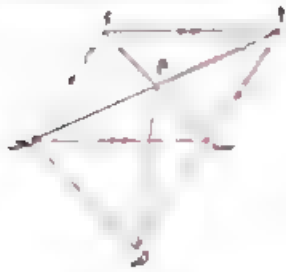


أ ب ح د مستطيل ،  $ب ح = ١٢$  سم ،  $د ح = ٩$  سم

، مساحة  $\triangle$  ب ح د = ٥٤ سم<sup>٢</sup>

أثبت أن :  $\overline{ب د} \parallel \overline{أ ح}$

٨. في الشكل المقابل :



أ ب ح د متوازي أضلاع ،  $\{م\} = \overline{ب د} \cap \overline{أ ح}$

،  $\exists$  د ه ح بحيث كانت مساحة  $\triangle$  د ه ح = مساحة  $\triangle$  د ب ح

برهن أن : الشكل ب ه ح د متوازي أضلاع.

٩. في الشكل المقابل :



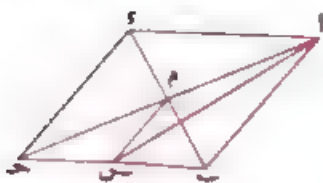
أ ب ح د متوازي أضلاع ،  $\exists$  د ه ح

، ونقطة خارج متوازي الأضلاع ، رسم و ح ، و ه ، و ب

بحيث مساحة  $\triangle$  و ح ه = مساحة  $\triangle$  د ه ح + مساحة  $\triangle$  د ه ب

أثبت أن :  $\overline{ب د} \parallel \overline{أ ح}$

١٠. في الشكل المقابل :



أ ب ح د متوازي أضلاع

، مساحة  $\triangle$  أ ب ح = مساحة  $\triangle$  د ه ح

أثبت أن :  $\overline{ب د} \parallel \overline{أ ح}$

في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي ،  $\overline{س} \exists \overline{أ} \cap \overline{د}$  ،  $\overline{ص} \exists \overline{أ} \cap \overline{ب}$

بحيث  $س = ص$  ، مساحة  $\triangle أ ب م =$  مساحة  $\triangle د ح م$

برهن أن :  $\overline{أ} \parallel \overline{د}$

في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي ، مساحة  $\triangle أ ب د =$  مساحة  $\triangle أ ح د$

أثبت أن : مساحة  $\triangle أ م د =$  مساحة  $\triangle أ ح د$

في الشكل المقابل :

م منتصف  $\overline{ب ح}$  ،  $\overline{أ} \cap \overline{د} = \{م\}$

، مساحة  $\triangle أ ب م =$  مساحة  $\triangle د ح م$

أثبت أن : مساحة  $\triangle أ م ب =$  مساحة  $\triangle د م ح$

في الشكل المقابل :

إذا كان  $\overline{أ} \parallel \overline{د}$  ، مساحة  $\triangle أ ب م =$  مساحة  $\triangle د ح م$

أثبت أن :  $\overline{أ} \parallel \overline{د}$

في الشكل المقابل :

$\overline{أ} \parallel \overline{د}$  ،  $\overline{أ} \cap \overline{د} = \{م\}$

،  $\overline{س}$  منتصف  $\overline{أ} \cap \overline{د}$  ،  $\overline{ص}$  منتصف  $\overline{ب} \cap \overline{ح}$

أثبت أن :  $\overline{س} \parallel \overline{ص}$

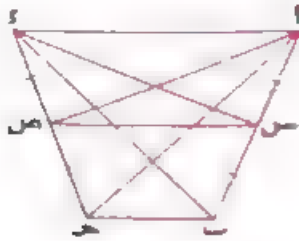
في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي فيه :  $\overline{أ} \parallel \overline{د}$

، م منتصف  $\overline{أ} \cap \overline{د}$  ، و منتصف  $\overline{ب} \cap \overline{ح}$

أثبت أن :  $\overline{أ} \parallel \overline{د}$

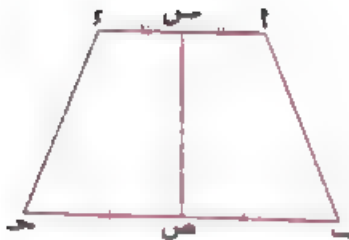
١٧ في الشكل المقابل :



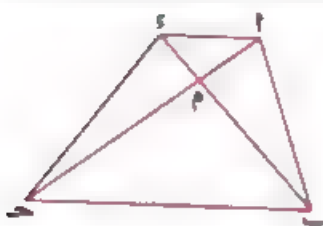
أ ب ح د شكل رباعي ،  $\overline{EF} = \overline{EG}$  متوسط  
في  $\triangle AEF$  ،  $\overline{EF} = \overline{EG}$  متوسط في  $\triangle BGD$   
، مساحة  $\triangle AEF =$  مساحة  $\triangle BGD$   
أثبت أن :  $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{EF}$



١٨ في الشكل المقابل :

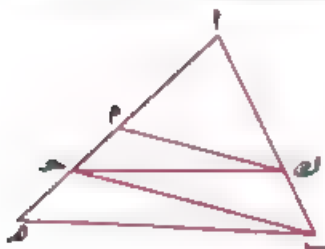


أ ب ح د شكل رباعي ،  $\overline{EF} = \overline{EG}$  منتصف  $\overline{AD}$   
،  $\overline{EF} = \overline{EG}$  منتصف  $\overline{BC}$  بحيث كان :  
مساحة الشكل أ ب ح د = مساحة الشكل د ح ع س  
برهن أن :  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$



١٩ في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي ، م نقطة تقاطع قطريه  
فإذا كان  $\overline{AM} = \overline{CM}$  ،  $\overline{BM} = \overline{DM}$   
أثبت أن :  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$



٢٠ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مثلث ،  $\overline{AD} = \overline{BE}$  ،  $\overline{AE} = \overline{BD}$  ، م منتصف  $\overline{AB}$   
، مساحة  $\triangle ADE = 2$  مساحة  $\triangle BDE$   
أثبت أن :  $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$



الدرس

5

مساحة بعض الأشكال الهندسية



تذكر أن

• المعين هو متوازي أضلاع أضلاعه متساوية الطول.

أي أن :  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  ،  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

$AB = CD = AD = BC$

• قطرا المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

أي أن :  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

$AO = CO$  ،  $BO = DO$



وفيما يلي ندرس كيفية إيجاد مساحة المعين بطريقتين :

١) بمعلومية طول ضلعه وارتفاعه.

٢) بمعلومية طولي قطريه.

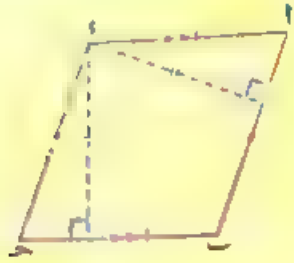
## المساحة المعين بمعلومية طول ضلعه وارتفاعه

∴ المعين هو متوازي أضلاع.

∴ مساحة المعين = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

وحيث أن أضلاع المعين متساوية في الطول فإن ارتفاعات المعين متساوية.

أي أن: مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه



فمثلاً: المعين الذي طول ضلعه ٥ سم وارتفاعه ٣ سم تكون مساحته  $٣ \times ٥ = ١٥$  سم<sup>٢</sup>

### مثال ١

١ معين محيطه ٢٠ سم وارتفاعه ٤ سم أوجد مساحته.

٢ معين محيطه ٢٤ سم ومساحته ٢٠ سم<sup>٢</sup> أوجد ارتفاعه.

### الحل

١ ∴ محيط المعين = طول ضلعه × ٤ ∴  $٢٠ = \text{طول الضلع} \times ٤$

∴ طول ضلع المعين =  $\frac{٢٠}{٤} = ٥$  سم

∴ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه =  $٤ \times ٥ = ٢٠$  سم<sup>٢</sup>

٢ ∴ محيط المعين = ٢٤ سم

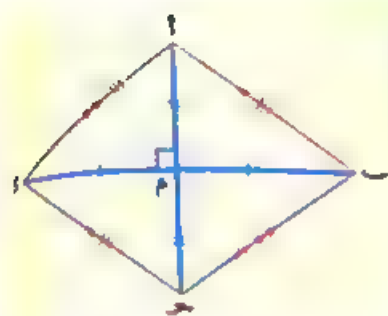
∴ طول ضلع المعين =  $\frac{٢٤}{٤} = ٦$  سم

∴ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

∴  $٢٠ = ٦ \times \text{الارتفاع}$

∴ الارتفاع =  $\frac{٢٠}{٦} = ٥$  سم

## ثانياً مساحة المعين بمعلومية طولى قطريه



الشكل المقابل يمثل معين أ ب ح د تقاطع قطراه فى م

∴ مساحة المعين أ ب ح د

$$= \text{مساحة } \triangle ا ب م + \text{مساحة } \triangle ب ح م$$

$$= \frac{1}{2} \times م ا \times ح د + \frac{1}{2} \times م ب \times ح د$$

$$= \frac{1}{2} \times ح د (م ا + م ب) = \frac{1}{2} \times ح د \times ا ب$$

أى أن : مساحة المعين =  $\frac{1}{2}$  حاصل ضرب طولى قطريه

### ملاحظة

∴ المربع هو معين قطراه متساويان فى الطول

∴ مساحة المربع =  $\frac{1}{2}$  مربع طول قطره

### مثال ٢

- معين طولاً قطريه ٨ سم ، ٦ سم أوجد مساحته.
- مربع طول قطره ٨ سم أوجد مساحته.
- معين مساحته ٢٤ سم<sup>٢</sup> وطول أحد قطريه ٤ سم أوجد طول القطر الآخر.
- معين محيطه ٤٠ سم وطول أحد قطريه ١٢ سم أوجد مساحته.
- معين طول ضلعه ٨ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠° أوجد مساحته.

### الحل

١ مساحة المعين =  $\frac{1}{2}$  حاصل ضرب طولى قطريه =  $\frac{1}{2} \times ٨ \times ٦ = ٢٤$  سم<sup>٢</sup>

٢ مساحة المربع =  $\frac{1}{2}$  مربع طول قطره =  $\frac{1}{2} \times ٨^2 = ٣٢$  سم<sup>٢</sup>

٣ : مساحة المعين =  $\frac{1}{4}$  حاصل ضرب طولى قطريه

$$\therefore 24 = \frac{1}{4} \times 4 \times \text{طول القطر الآخر}$$

$$\therefore \text{طول القطر الآخر} = \frac{2 \times 24}{4} = 12 \text{ سم}$$

٤ : محيط المعين = ٤٠ سم

$$\therefore \text{طول ضلعه} = \frac{40}{4} = 10 \text{ سم}$$

وبرسم المعين كما بالشكل بحيث  $AC = 12$  سم

$$\therefore AC \perp BD \text{ ، } \therefore AC = 12 \text{ سم ، } \therefore AC = 12 \text{ سم}$$

$$\therefore (AB)^2 - (AO)^2 = (BO)^2 \therefore (AB)^2 = 100 = 36 + BO^2 \therefore BO^2 = 64$$

$$\therefore BO = \sqrt{64} = 8 \text{ سم } \therefore BD = 16 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{مساحة المعين} = AC \times BD \times \frac{1}{4} = 12 \times 16 \times \frac{1}{4} = 96 \text{ سم}^2$$



٥ : برسم المعين  $ABCD$  الذى طول ضلعه ٨ سم ،  $\angle B = 60^\circ$

، : قطر المعين ينصف زاويتى الرأس.

$$\therefore \angle BAO = \angle DAO = 30^\circ$$

، : قطرى المعين متعامدان.  $\therefore \angle AOB = 90^\circ$

، : فى المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية  $30^\circ$  يساوى نصف طول الوتر.

$$(1) \therefore AO = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ سم } \therefore BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ سم}$$

$$\therefore \angle BAO = \angle DAO = 30^\circ \therefore \angle AOB = 90^\circ$$

$$\therefore (AB)^2 = BO^2 + AO^2 \therefore 64 = BO^2 + 16 \therefore BO^2 = 48 \therefore BO = 4\sqrt{3} \text{ سم}$$

$$(2) \therefore BD = 2BO = 8\sqrt{3} \text{ سم}$$

من (١) ، (٢) :

$$\therefore \text{مساحة المعين} = AC \times BD \times \frac{1}{4} = 8 \times 8\sqrt{3} \times \frac{1}{4} = 16\sqrt{3} \text{ سم}^2$$



## حاول بنفسك

أكمل ما يأتي :

١. المعين الذي طول قاعدته ٧ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته .....
٢. المعين الذي طول قطريه ٤ سم ، ٦ سم تكون مساحته .....
٣. المربع الذي طول قطره ٦ سم تكون مساحته .....
٤. المعين الذي مساحته ٢١ سم<sup>٢</sup> وطول أحد قطريه ٧ سم يكون طول قطره الآخر .....
٥. المربع الذي مساحته ٣٢ سم<sup>٢</sup> يكون طول قطره .....

## سنة المنحرف



• هو شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان.

الضلعان المتوازيان يسميان بقاعدتي شبه المنحرف

والضلعان غير المتوازيين يسميان بساقي شبه المنحرف.

• شبه المنحرف له ارتفاع واحد (ع) هو البعد العمودي بين قاعدتيه.

## شبه المنحرف المتساوي الساقين

شبه المنحرف المتساوي الساقين هو شبه منحرف ساقاه متساويان في الطول.

وفيما يلي خواص شبه المنحرف المتساوي الساقين :

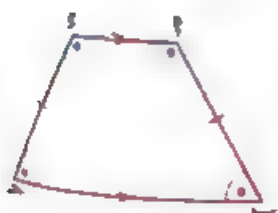
١. زاويتا كل من قاعدتي شبه المنحرف المتساوي الساقين متساويتان في القياس

ففي الشكل المقابل :

إذا كان :  $\overline{سأ} // \overline{سب}$  ،  $سأ = سب$

فإن :  $\angle أ = \angle ب$  (د ح)

،  $\angle د = \angle هـ$  (د د)





فمثلاً : إذا كان  $AB$  حـ و شبه منحرف طولاً قاعدتيه المتوازيين  $5$  سم ،  $13$  سم فإن :

$$\text{طول القاعدة المتوسطة} = \frac{13+5}{2} = 9 \text{ سم}$$

وفيما يلي ندرس كيفية إيجاد مساحة شبه المنحرف بطريقتين :

١ بمعلومية طولي قاعدتيه المتوازيين وارتفاعه.

٢ بمعلومية طول قاعدته المتوسطة وارتفاعه.

### أولاً : مساحة شبه المنحرف بمعلومية طولي قاعدتيه المتوازيين وارتفاعه

في الشكل المقابل :

مساحة شبه المنحرف  $ABCD$  :

$$= \text{مساحة } \triangle ADE + \text{مساحة } \triangle BDE$$

$$= \frac{1}{2} \times AD \times E + \frac{1}{2} \times BC \times E$$

$$= \frac{1}{2} \times AD \times E + \frac{1}{2} \times BC \times E$$

$$= \frac{1}{2} \times (AD + BC) \times E$$

أي أن : مساحة شبه المنحرف =  $\frac{1}{2}$  مجموع طولي القاعدتين المتوازيين  $\times$  الارتفاع

### ثانياً : مساحة شبه المنحرف بمعلومية طول قاعدته المتوسطة وارتفاعه

∴ طول القاعدة المتوسطة =  $\frac{1}{2}$  مجموع طولي القاعدتين المتوازيين.

∴ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة  $\times$  الارتفاع

ففي الشكل المقابل :

إذا كان  $AB$  حـ و شبه منحرف فيه :

$AD \parallel BC$  ،  $M$  منتصف  $AB$

،  $N$  منتصف  $CD$  ،  $DM \parallel CN$

بحيث  $DM \perp BC$

فإن : مساحة شبه المنحرف  $ABCD$  =  $DM \times BC$

مثال ٣

- ١ شبه منحرف طولاً قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ٩ سم وارتفاعه ٥ سم أوجد مساحته.
- ٢ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٨ سم وارتفاعه ١٢ سم أوجد مساحته.
- ٣ شبه منحرف مساحته ١٢٦ سم<sup>٢</sup> وطول قاعدته المتوسطة ٢١ سم أوجد ارتفاعه.
- ٤ شبه منحرف مساحته ٦٢ سم<sup>٢</sup> وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم وارتفاعه ٩ سم أوجد طول قاعدته الأخرى.

الحل

- ١ مساحة شبه المنحرف =  $\frac{1}{2}$  مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين  $\times$  الارتفاع  

$$= \frac{1}{2} \times (9 + 7) \times 5 = 5 \times 8 = 5 \times 16 \times \frac{1}{2} = 40 \text{ سم}^2$$
- ٢ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة  $\times$  الارتفاع  $= 12 \times 8 = 96 \text{ سم}^2$
- ٣  $\therefore$  مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة  $\times$  الارتفاع  

$$126 = 21 \times \text{الارتفاع} \therefore \text{الارتفاع} = \frac{126}{21} = 6 \text{ سم}$$
- ٤  $\therefore$  مساحة شبه المنحرف =  $\frac{1}{2} (a + b) \times h$   

$$62 = \frac{1}{2} (a + 8) \times 9 \therefore 9 \times (a + 8) = 2 \times 62$$
  

$$9a + 72 = 124 \therefore 9a = 124 - 72 = 52 \therefore a = \frac{52}{9} = 5.77 \text{ سم}$$

حاول بنفسك ٢

أكمل ما يأتي :

- ١ شبه المنحرف الذي طولاً قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ٧ سم وارتفاعه ٤ سم تكون مساحته .....
- ٢ شبه المنحرف الذي طول قاعدته المتوسطة ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته .....
- ٣ شبه المنحرف الذي مساحته ٦٠ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٦ سم يكون طول قاعدته المتوسطة .....
- ٤ شبه المنحرف الذي مساحته ١٠٠ سم<sup>٢</sup> وطولاً قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ١٥ سم يكون ارتفاعه .....

قواعد حساب مساحات ومكافئ بعض الأشكال الهندسية المشابهة

ملخص

| المساحة  | المحيط  | الشكل   |                |
|--|---|---|----------------|
| $\frac{1}{2}$ طول القاعدة $\times$ الارتفاع المنظر لها $= \frac{1}{2} \times ل \times ع$   | مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة                      |    | المثلث         |
| $\frac{1}{2}$ طول القاعدة $\times$ الارتفاع المنظر لها $= \frac{1}{2} \times ل \times ع = \frac{1}{2} \times ل \times ع$   | مجموع طولي ضلعين متجاورين $\times 2 = 2(ل + ل)$ |    | متوازي الأضلاع |
| الطول $\times$ العرض $= ل \times ل$  | $2(الطول + العرض) = 2(ل + ل)$                   |    | المستطيل       |
| $\frac{1}{2}$ مربع طول الضلع $= ل^2$<br>$\frac{1}{2}$ مربع طول قطره $= \frac{1}{2} \times ل^2$   | طول الضلع $\times 4 = 4 \times ل$               |   | المربع         |
| $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي القطرين $= \frac{1}{2} \times ل \times ل$<br>$\frac{1}{2}$ طول الضلع $\times$ الارتفاع $= ل \times ع$  | طول الضلع $\times 4 = 4 \times ل$               |  | المعين         |
| $\frac{1}{2}$ مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين $\times$ الارتفاع $= \frac{1}{2} (ل + ل) \times ع$<br>$\frac{1}{2}$ طول القاعدة المتوسطة $\times$ الارتفاع $= ل \times ع$ | مجموع أطوال أضلاعه الأربعة                      |  | شبه المتحرف    |

1.  $ل \times ل$  2.  $ل \times ل$  3.  $ل \times ل$  4.  $ل \times ل$  5.  $ل \times ل$  6.  $ل \times ل$  7.  $ل \times ل$  8.  $ل \times ل$  9.  $ل \times ل$  10.  $ل \times ل$

# تمارين 5

التمرين الأول : المساحة في المثلثات

احتساب  
تفاعله



لما أسئلة كتاب الوزارة

أكمل ما يأتي :

- ١ مساحة المعين = طول ضلعه  $\times$  ..... =  $\frac{1}{4}$  حاصل ضرب
- ٢ مساحة المربع = مربع طول ..... =  $\frac{1}{4}$  .....
- ٣ طول القاعدة المتوسطة في شبه المنحرف يساوي .....
- ٤ مساحة شبه المنحرف = نصف مجموع طولي قاعدتيه المتوازيين  $\times$  ..... =  
طول .....  $\times$  الارتفاع
- ٥ زاويتا كل من قاعدتي شبه المنحرف متطابق الساقين
- ٦ [ ] قطرا شبه المنحرف المتساوي الساقين يكونان .....

أوجد مساحة كل من الأشكال الآتية :

- ١ [ ] معين طول ضلعه ٦ سم وارتفاعه ٥ سم
- ٢ [ ] معين طول ضلعه ١٢ سم وارتفاعه ٨ سم
- ٣ [ ] معين طول قطريه ٨ سم ، ١٠ سم
- ٤ [ ] معين طول قطريه ٢٤ سم ، ١٠ سم
- ٥ [ ] مربع طول قطره ١٠ سم
- ٦ [ ] مربع طول قطره ٨ سم
- ٧ شبه منحرف طول قاعدتيه المتوازيين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ١٢ سم
- ٨ شبه منحرف طول قاعدتيه المتوازيين ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم
- ٩ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٧ سم وارتفاعه ٦ سم
- ١٠ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ١٢ سم وارتفاعه ٨ سم

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ معين مساحته ٢٠ سم<sup>٢</sup> وطول أحد قطريه ٥ سم فإن طول القطر الآخر .....
- (أ) ٨ سم (ب) ٤ سم (ج) ١٠ سم (د) ١٥ سم

٢ إذا كانت مساحة مربع ٥٠ سم<sup>٢</sup> فإن طول قطره .....

- (١) ٢٥ سم (ب) ٥ سم (ج) ١٠ سم (د) ٢٠ سم

٣ مساحة المربع الذي طول ضلعه ٦ سم ... مساحة المربع الذي طول قطره ٨ سم

- (١) < (ب) > (ج) = (د) ≡

٤ إذا كان محيط معين ٢٤ سم ومساحته ٣٠ سم<sup>٢</sup> فإن ارتفاعه .....

- (١) ٤ سم (ب) ٥ سم (ج) ٦ سم (د) ١٢ سم

٥ إذا كان حاصل ضرب طولى قطرى معين ٩٦ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٦ سم

فإن طول ضلعه .....

- (١) ١٢ سم (ب) ٨ سم (ج) ٦ سم (د) ٤ سم

٦ شبه المنحرف الذى طولاً قاعدتيه المتوازيين ١٥ سم ، ١١ سم

يكون طول قاعدته المتوسطة .....

- (١) ٢٦ سم (ب) ١٥ سم (ج) ١٣ سم (د) ١١ سم

٧ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٣٢ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٤ سم

فإن طول قاعدته المتوسطة .....

- (١) ٤ سم (ب) ٨ سم (ج) ١٤ سم (د) ١٦ سم

٨ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٤٥٠ سم<sup>٢</sup> ، وطولاً قاعدتيه المتوازيين ٢٤ سم ،

١٢ سم فإن ارتفاعه .....

- (١) ١٢,٥ سم (ب) ٢٥ سم (ج) ٣٦ سم (د) ٥٢ سم

٩ شبه المنحرف الذى طول إحدى قاعدتيه المتوازيين ١٥ سم ، ومساحته ١٠٨ سم<sup>٢</sup>

وارتفاعه ٨ سم يكون طول القاعدة الأخرى .....

- (١) ١٥ سم (ب) ٤ سم (ج) ١٢ سم (د) ٢٧ سم

١٠ شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ٣ سم وارتفاعه نصف طول قاعدته

المتوسطة تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

- (١) ٣ سم<sup>٢</sup> (ب)  $\frac{٣}{٢}$  سم<sup>٢</sup> (ج)  $\frac{٣}{٤}$  سم<sup>٢</sup> (د)  $\frac{٣}{٨}$  سم<sup>٢</sup>



٤ في الشكل المقابل :



١ سم ٥ مربع ، ه نقطة داخله بحيث يكون  $\triangle ه ١ ٥$  قائم الزاوية في ه ،  $ه ١ = ٤$  سم ،  $ه ٥ = ٣$  سم أوجد مساحة الجزء المظلل.

١٩٠ سم<sup>٢</sup>

٥ مربع مساحته تساوى مساحة مستطيل بعده ٢ سم ، ٩ سم أوجد طول قطر المربع . ٦٠ سم

٦ قطعتان من الأرض متساويتان فى المساحة ، الأولى على شكل مربع والثانية على شكل معين طولاً قطريه ٨ أمتار ، ١٦ متراً ، أوجد محيط قطعة الأرض المربعة الشكل . ٣٢ متراً

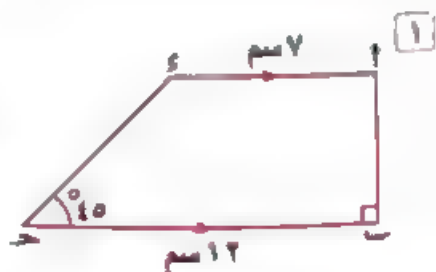
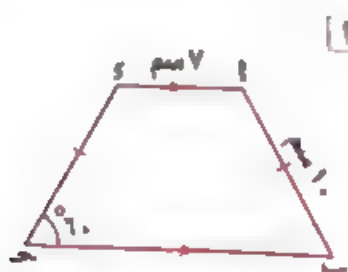
٧ (أ) قطعتا أرض متساويتان فى المساحة ، الأولى على شكل معين طولاً قطريه ١٨ متراً ، ٢٤ متراً ، والآخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه ١٢ متراً ، أوجد طول قاعدته المتوسطة . ١٨ متراً

٨ معين طولاً قطريه ١٢ سم ، ١٦ سم أوجد ارتفاعه . ٩.٦ سم

٩ معين معين محيطه ٥٢ سم وطول أحد قطريه ١٠ سم أوجد مساحته . ١٢٠ سم<sup>٢</sup>

١٠ معين محيطه ٦٤ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠° أوجد مساحته . ١٢٨ سم<sup>٢</sup>

١١ في كل من الشكلين الآتيين استخدم العلامات المعطاة على الشكل لإيجاد مساحة كل شكل :



٤٧.٥ سم<sup>٢</sup> ، ٣٦ سم<sup>٢</sup>

١٢ إذا كانت النسبة بين طولى قطري معين ٣ : ٤ وطول القطر الأصغر ٩ سم أوجد مساحة المعين . ٥٤ سم<sup>٢</sup>

١٣ معين النسبة بين طولى قطريه ٥ : ٨ فإذا كانت مساحته ٢٠٠٠ سم<sup>٢</sup> أوجد طول كل واحد من قطريه.

١٤ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٣٠ سم والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٢ : ١ أوجد طول كل منهما وإذا كان ارتفاعه ٢٤ سم فما مساحته ؟

١٥ شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ١٢ سم ، والنسبة بين طولى قاعدتيه ٢ : ١ فما طول كل منهما ؟

١٦ (١) قطعة أرض على شكل شبه منحرف. النسبة بين طولى كل من قاعدتيه المتوازيتين وارتفاعه كنسبة ٢ : ٤ : ٥ على الترتيب. أوجد طول قاعدته المتوسطة إذا كانت مساحته ٤٠٠٠ سم<sup>٢</sup>

١٧ قطعتان من الأرض الأولى على شكل شبه منحرف طول قاعدتيه المتوازيتين ٧٦ مترًا ، ٦٤ مترًا والبعد العمودى بينهما ٤٥ مترًا والثانية على شكل معين طول قطريه ٧٤ مترًا ، ٩٠ مترًا استبدلت القطعتان بقطعة مستطيلة الشكل مساحتها تساوى مجموع مساحتهما والنسبة بين طولها وعرضها ٥ : ٤ فما طول كل من بعديها ؟

١٨  $\overline{AB}$  شبه منحرف فيه :  $\overline{SA} // \overline{SB}$  ،  $\overline{SA} = ٧$  سم ،  $\overline{SB} = ١٠$  سم ، مساحة شبه المنحرف = ٢٥ سم<sup>٢</sup> أوجد طول  $\overline{SA}$  ، طول البعد العمودى بين  $\overline{SA}$  ،  $\overline{SB}$  ،

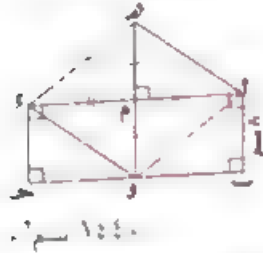
١٩  $\overline{AB}$  شبه منحرف فيه :  $\overline{SA} // \overline{SB}$  ،  $\overline{SA} = ٢٧$  سم ،  $\overline{SB} = ٤٥$  سم فإذا كانت مساحة المثلث  $\overline{SAB} = ٢٢٥$  سم<sup>٢</sup> فأوجد مساحة شبه المنحرف.

٢٠  $\overline{AB}$  شبه منحرف فيه :  $\overline{SA} // \overline{SB}$  ،  $\angle A = ٩٠^\circ$  ،  $\overline{SA} = ٤$  سم ،  $\overline{SB} = ٢٤$  سم ،  $\overline{SA} \perp \overline{SB}$  تقطعه فى  $\overline{SC}$  بحيث  $\overline{SC} = ١٤,٤$  سم أوجد مساحة شبه المنحرف  $\overline{AB}$



كل من  $\overline{AC}$  ،  $\overline{BD}$  ،  $\overline{EF}$  عمودية على  $\overline{AB}$   
 باستخدام الأطوال المبينة على الرسم  
 أوجد : مساحة الشكل  $ABCD$  و  $EF$

١٦٨ سم<sup>٢</sup>



$ABCD$  مستطيل مساحته ١٤٤ سم<sup>٢</sup> فإذا كان  $AC = 18$  سم ،  
 $EF \perp AC$  ،  $M$  منتصف  $AC$  من  $AE$  ،  $EF$   
 أوجد : مساحة الشكل  $ABCD$  و  $EF$

١٤٤ سم<sup>٢</sup>

١.  $ABCD$  مستطيل فيه  $AC = 10$  سم ،  $BD = 8$  سم ،  $EF$  ،  $GH$  ،  $KL$  ،  $M$   
 منتصفات أضلاعه  $AB$  ،  $BC$  ،  $CD$  ،  $DA$  على الترتيب.  
 ٢. برهن أن : الشكل  $EFKL$  معين وأوجد مساحته.

٣. أوجد : ارتفاع المعين  $EFKL$  من  $L$  م

٢٤ سم<sup>٢</sup> ، ٨ سم ، ٤ سم



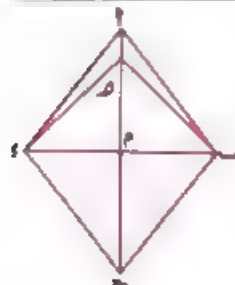
$ABCD$  شبه منحرف ،  $EF \parallel AB$  ،  $EF$  ،  $GH$  ،  $KL$  ،  $M$   
 مساحة الشكل  $ABCD$  = ثلاثة أمثال مساحة الشكل  $EFKL$  و  $EF$   
 أوجد : قيمة  $EF$

٣٠



١. شبه منحرف متساوي الساقين مساحته ١٢٠ سم<sup>٢</sup> ومحيطه ٦٠ سم فإذا كان طول  
 قاعدته المتوسطة ٢٠ سم أوجد : طول كل من قاعدتيه.

١٢ سم ، ٢٨ سم



٩٠ سم<sup>٢</sup>

$ABCD$  معين فيه :  $M$  نقطة تقاطع قطريه  
 $AC = 10$  ،  $BD = 24$  سم ،  $EF$  ،  $GH$  ،  $KL$  ،  $M$   
 $EF \parallel AC$  ،  $GH \parallel BD$  ،  $KL \parallel AC$  ،  $EF$  ،  $GH$  ،  $KL$  ،  $M$   
 أوجد : مساحة الجزء المظلل.



## ملاحظات الوحدة الرابعة

### ☆ نظرية (١) :

سطحا متوازيي الأضلاع المشتركين في القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يعمل هذه القاعدة متساويان في المساحة.

### ☆ نتيجة (١) :

مساحة متوازي الأضلاع تساوي مساحة المستطيل المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

### ☆ نتيجة (٢) :

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة  $\times$  الارتفاع المناظر لها.

### ☆ نتيجة (٣) :

متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التي على أحد هذين المستقيمين متساوية في الطول تكون مساحاتها متساوية.

### ☆ نتيجة (٤) :

مساحة المثلث تساوي نصف مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يعمل القاعدة المشتركة.

### ☆ نتيجة (٥) :

مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  طول القاعدة  $\times$  الارتفاع المناظر لها.

### ☆ نظرية (٢) :

المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة يكونان متساويين في المساحة.

### ☆ نتيجة (١) :

المثلثات التي قواعدها متساوية في الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية في المساحة.

⑤ نتيجة (٢) :

متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحي مثلثين متساويين في المساحة.

⑤ نتيجة (٣) :

المثلثات التي أطوال قواعدها متساوية ، وعلى مستقيم واحد ومشاركة في الرأس تكون متساوية في المساحة.

⑤ نظرية (٣) :

المثلثان المتساويان في مساحتهما ، المرسومان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأسهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة.

⑤ إذا كان هناك مثلثان متساويان في المساحة ومحصوران بين مستقيمين وقاعدتهما الواقعتان على أحد هذين المستقيمين متساويتان في الطول ، كان المستقيمان متوازيين.

⑤ مساحة المربع = طول ضلعه × ارتفاعه

$$= \frac{1}{4} \text{ حاصل ضرب طول قطريه.}$$

⑤ مساحة المربع = مربع طول ضلعه

$$= \frac{1}{4} \text{ مربع طول قطره.}$$

⑤ زاويتا كل من قاعدتي شبه المنحرف المتساوي الساقين متساويتان في القياس.

⑤ قطرا شبه المنحرف المتساوي الساقين متساويان في الطول.

⑤ شبه المنحرف المتساوي الساقين له محور تماثل واحد هو المستقيم الذي ينصف قاعدتيه.

⑤ القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلا من قاعدتيه المتوازيتين وطولها يساوي نصف مجموع طوليها.

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2} \text{ مجموع طول القاعدتين المتوازيتين} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \text{طول القاعدة المتوسطة} \times \text{الارتفاع.}$$



# امتحانات على الوحدة الرابعة

## النموذج الأول

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ طول قاعدة المثلث الذي مساحته ٣٠ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٦ سم يساوى .....  
 (١) ٥ سم (ب) ١٠ سم (ج) ١٥ سم (د) ٢٠ سم
- ٢ مساحة متوازي الأضلاع الذى طولاً ضلعين متجاورين فيه ٧ سم ، ٥ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم تساوى .....  
 (١) ٣٥ سم<sup>٢</sup> (ب) ٢٥ سم<sup>٢</sup> (ج) ٢٨ سم<sup>٢</sup> (د) ٤٩ سم<sup>٢</sup>
- ٣ مساحة المعين الذى طولاً قطريه ٦ سم ، ٨ سم تساوى .....  
 (١) ٢ سم<sup>٢</sup> (ب) ١٤ سم<sup>٢</sup> (ج) ٢٤ سم<sup>٢</sup> (د) ٤٨ سم<sup>٢</sup>
- ٤ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .....  
 (١) متطابقين. (ب) متساويين فى المساحة.  
 (ج) متساويى الساقين. (د) قائمى الزاوية.
- ٥ معين مساحته ٦٠ سم<sup>٢</sup> وطول أحد قطريه ١٠ سم فإن طول القطر الآخر يساوى .....  
 (١) ٤ سم (ب) ٨ سم (ج) ١٠ سم (د) ١٢ سم
- ٦ النسبة بين مساحة متوازي الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين تساوى .....  
 (١) ٢ : ١ (ب) ٣ : ١ (ج) ١ : ٢ (د) ٢ : ٣

٢ أكمل ما يأتى :

- ١ شبه منحرف ارتفاعه ٥ سم ومساحته ٣٠ سم<sup>٢</sup>  
 فإن طول قاعدته المتوسطة يساوى ..... سم

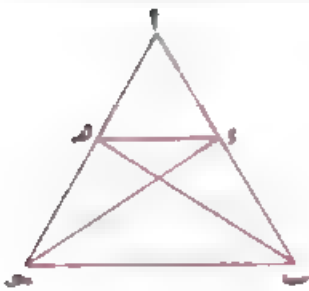
٢ سطحاً متوازي الأضلاع المشتركين في القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين .

٣ المربع الذي مساحته ٥٠ سم<sup>٢</sup> طول قطره يساوى ... سم

٤ المثلثان المتساويان في المساحة والمرسومان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها ...

٥ زاويتا كل من قاعدتي شبه المنحرف متطابق الساقين .

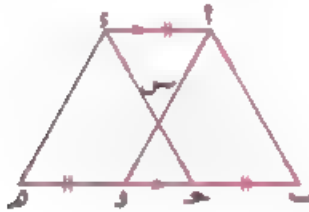
٢ (١) في الشكل المقابل :



إذا كانت مساحة المثلث أ د ه = مساحة المثلث أ ب ح

فأثبت أن : د ه // ب ح

(ب) في الشكل المقابل :



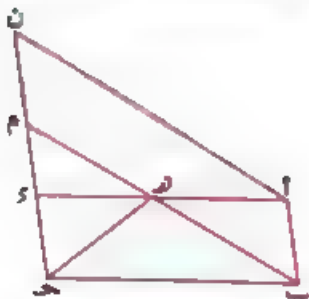
أ ب ح د ، أ و ه د متوازي أضلاع

، د ه // ب ح ، د ه // ب ح

، {س} = أ و د ح

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب ح د س = مساحة الشكل د ه و س

٤ (١) في الشكل المقابل :



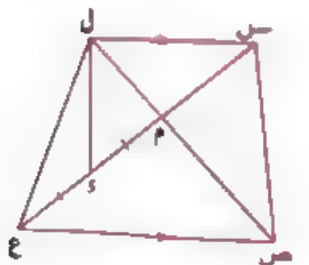
أ ب ح د ، أ ب م ن متوازي أضلاع

، م ن // ب ح

برهن أن :

مساحة  $\Delta$  م ب ح =  $\frac{1}{4}$  مساحة  $\square$  أ ب م ن

(ب) في الشكل المقابل :



س ل // ص ع ، س ع // ل م

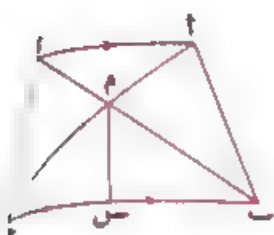
، م منتصف م ع

أثبت أن : مساحة  $\Delta$  ل م س =  $\frac{1}{4}$  مساحة  $\Delta$  س م ص





- ٥ (١) شبه منحرف مساحته ٨٨ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٨ سم وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم  
أوجد طول القاعدة الأخرى.



(ب) في الشكل المقابل :

$\overline{س} \parallel \overline{ح} ، س$  منتصف  $\overline{ب-ح}$

اثبت أن :

- ١) مساحة  $\triangle م-أ-ب =$  مساحة  $\triangle م-س-ح$   
٢) مساحة الشكل  $أ-ب-س-م =$  مساحة الشكل  $س-ح-س-م$

### ٣) النموذج الثالث

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١) إذا كانت مساحة متوازي أضلاع ٢٤ سم<sup>٢</sup> وطول قاعدته ٦ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى .....

(١) ١٤٤ سم (ب) ٨ سم (ج) ٤ سم (د) ١٢ سم

٢)  $\overline{أ-ب} \parallel \overline{س-ح} ، س \in \overline{أ-ب}$  متوازي أضلاع ،

فإن : مساحة  $\triangle س-ب-ح =$  مساحة  $\square أ-ب-س-ح$  .....

(١)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج) ٢ (د)  $\frac{1}{4}$

- ٣) إذا كانت مساحة شبه منحرف ٤٠ سم<sup>٢</sup> ، وطول قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ٩ سم فإن ارتفاعه .....

(١) ١٠ سم (ب) ٧ سم (ج) ٨ سم (د) ٥ سم

٤) مساحة المثلث القائم الزاوية الذى طولاً ضلعى القائمة فيه ٨ سم ، ٩ سم

تساوى ..... سم<sup>٢</sup>

(١) ٣٦ (ب) ٧٢ (ج) ١٨ (د) ١٤٤

ه إذا كان  $أ ب ح د$  متوازي أضلاع فيه :  $أ ب = ٢$  سم ،  $ب ح = ٨$  سم وارتفاعه الأصغر  $٦$  سم فإن ارتفاعه الأكبر يساوى .....

(أ) ٨ سم (ب) ١٦ سم (ج) ١٨ سم (د) ٢٠,٢٥ سم  
٦ مربع طول قطره ١٢ سم فإن مساحته = .....

(أ) ٢٤ سم<sup>٢</sup> (ب) ٣٦ سم<sup>٢</sup> (ج) ١٤٤ سم<sup>٢</sup> (د) ٧٢ سم<sup>٢</sup>

٢ اكمل ما يأتى :

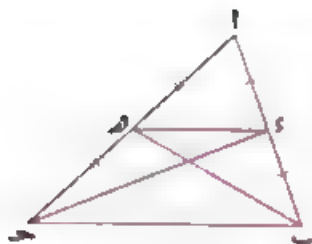
١ مساحة المثلث تساوى ..... مساحة متوازي الاضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.  
[متوسط المثلث يقسم سطحه إلى .....

٢ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين يكونان .....

٤ معين محيطه ٢٠ سم ومساحته ٢٠ سم<sup>٢</sup> فإن ارتفاعه ....

ه المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون .....

٢ (أ) فى الشكل المقابل :

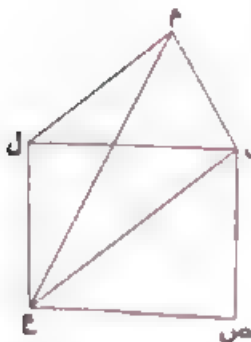


د منتصف  $أ ب$  ، ه منتصف  $أ ح$

أثبت أن :

مساحة  $\triangle ب د ه$  = مساحة  $\triangle ح د ه$

(ب) فى الشكل المقابل :



مساحة الشكل س ح ع م = مساحة الشكل ح ص ع ل

برهن أن :  $س ح // ع ل$

٤ (أ) في الشكل المقابل :

$$\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD} \cap \overrightarrow{AB}$$

$$, \overrightarrow{AC} // \overrightarrow{BD}, \text{ مستطيل } , \overrightarrow{AC} // \overrightarrow{BD}$$

١ أوجد مساحة الشكل  $ABCD$

٢ إذا كان :  $AC = 20$  سم أوجد طول العمود الساقط من  $C$  على  $AB$

(ب) في الشكل المقابل :

$ABCD$  ،  $E$  ،  $F$  حو متوازي أضلاع

$$\{M\} = \overline{AC} \cap \overline{EF}$$

برهن أن : مساحة  $\triangle AEF$  = مساحة  $\triangle CEF$

٥ (١) معين محيطه ٤٠ سم وطول أحد قطريه ١٦ سم احسب مساحته.

(ب) في الشكل المقابل :

$$\{M\} = \overline{AC} \cap \overline{EF}, \overline{AC} // \overline{EF}$$

$E$  ،  $F$  منتصف  $AB$  ،  $CD$

أثبت أن : مساحة  $\triangle AEF$  = مساحة  $\triangle CEF$

المحاضر

للتقوية المستمر

تشمل

✓ اختبارات قصيرة على كل درس.

✓ مشروعات بحثية.

✓ امتحانات نهائية تشمل امتحانات الكتاب المدرسي.



# مشروع بحثي

## على الوحدة الرابعة

### أهداف المشروع

- التعرف على خواص شبه المنحرف المتساوي الساقين.
- حساب مساحة شبه المنحرف.
- ربط الرياضيات بالدراسات الاجتماعية.

### المطلوب

« يمتلك الوطن العربي الكثير من مقومات الجذب السياحي ».

في ضوء ذلك قُم بإعداد مشروع بحثي يتضمن ما يلي :

١ اكتب عن السياحة في الوطن العربي ، مقوماتها وأنواعها وأهميتها ، موضحاً جهود الحكومات العربية لتحقيق التنمية السياحية العربية.

٢ باستخدام الأدوات الهندسية صمم شعاراً على شكل شبه منحرف متساوي الساقين لأحد الشركات السياحية. احسب مساحة شبه المنحرف.

# النشابة وعكس نظرية فيثاغورس ونظرية إقليدس

الوحدة

5



## دروس الوحدة

الدرس 1 النشابة.

الدرس 2 عكس نظرية فيثاغورس.

الدرس 3 المساقط.

الدرس 4 نظرية إقليدس.

الدرس 5 التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه.



يمكنك حل  
التحديات  
التفاعلية على  
الدروس من خلال  
مسح **QR code**  
الخاص بكل امتحان

مشروع بحثي على الوحدة الخامسة

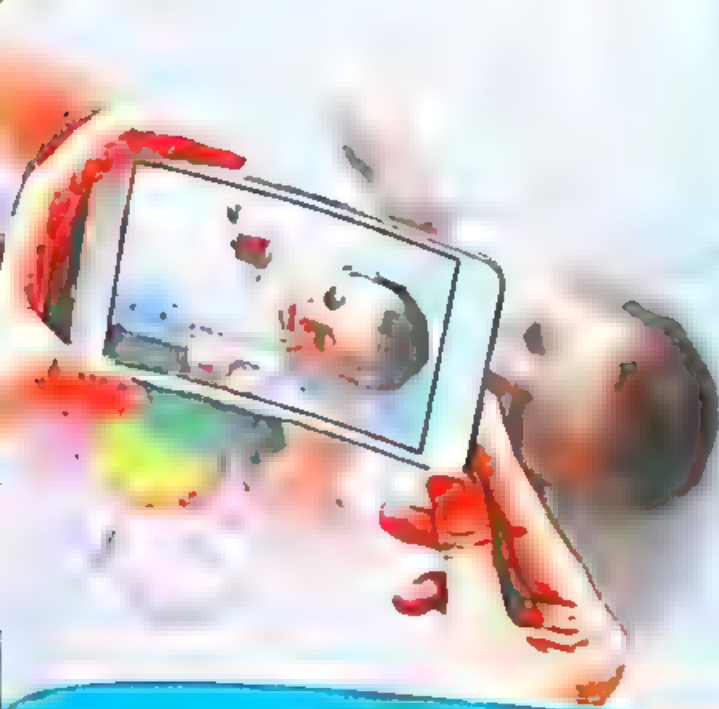
## أهداف الوحدة :

بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف شرطي تشابه مضلعين.
- يتعرف متى يتشابه مثلثان.
- يستخدم التشابه لحل بعض المشكلات الحياتية في الهندسة.
- يستدعي ما تم دراسته سابقًا عن نظرية فيثاغورث.
- يطبق عكس نظرية فيثاغورث لتحديد ما إذا كان مثلث قائم الزاوية أم لا.
- يتعرف مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم.
- يحدد العلاقة بين طول القطعة المستقيمة وطول مسقطها على مستقيم.
- يتعرف نظرية إقليدس.
- يستخدم نظرية إقليدس لإيجاد بعض أطوال الأضلاع المجهولة في المثلث.
- يتعرف على نوع المثلث بالنسبة لزاوياته متى عُلمت أطوال أضلاعه.
- يحدد نوع زاوية في مثلث بمعلومية أطوال أضلاع المثلث.
- يقدر دور الهندسة في الحياة العملية.



يمكنك حل  
الامتحانات  
التفاعلية على  
الدروس من خلال  
مصحح QR code  
الخاص بكل امتحان



## الدرس

# 1

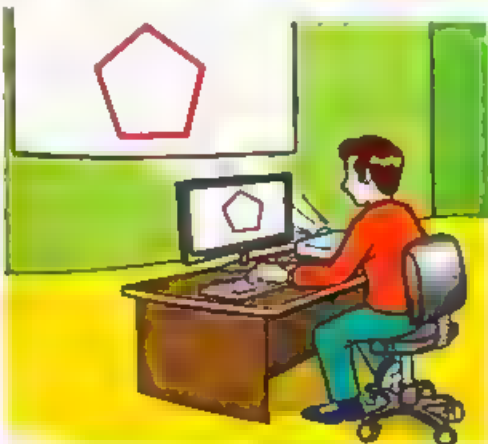
## الدرس

\* إن مفهوم التشابه يُستخدم كثيرًا في حياتنا اليومية.

فمثلًا :



- عندما تلتقط صورة لك بإحدى الكاميرات تظهر صورتك مصغرة على الشاشة وفي هذه الحالة يقال أن الأصل والصورة متشابهان.



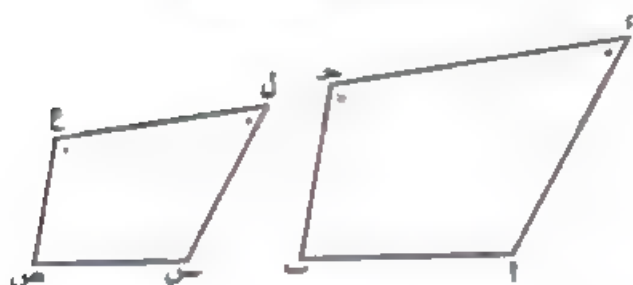
- يقوم جهاز العرض (Data Show) بنقل صورة مكبرة من جهاز الكمبيوتر إلى شاشة العرض وفي هذه الحالة يقال أن الصورة على شاشة العرض والصورة على شاشة الكمبيوتر متشابهان.



يُقال لمضلعين (لهما نفس العدد من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان الآتيان معاً :  
١ - زواياهما المتناظرة متساوية في القياس . ٢ - أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة .

والرمز ~ يستخدم للتعبير عن التشابه ، فنكتب المضلع أ ب ح د ~ المضلع س ص ع ل  
ونقرأ المضلع أ ب ح د يشابه المضلع س ص ع ل

وبناءً على التعريف السابق ، إذا كان أ ب ح د ، س ص ع ل مضلعين فيهما :



$$١ \quad \frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب ح}{ص ع} = \frac{ح د}{ع ل} = \frac{د أ}{ل س}$$

$$\frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب ح}{ص ع} = \frac{ح د}{ع ل} = \frac{د أ}{ل س}$$

$$\frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب ح}{ص ع} = \frac{ح د}{ع ل} = \frac{د أ}{ل س}$$

$$\frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب ح}{ص ع} = \frac{ح د}{ع ل} = \frac{د أ}{ل س}$$

أى أن : الزوايا المتناظرة في المضلعين متساوية في القياس.

$$٢ \quad \frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب ح}{ص ع} = \frac{ح د}{ع ل} = \frac{د أ}{ل س} = \text{مقدار ثابت.}$$

أى أن : أطوال الأضلاع المتناظرة في المضلعين متناسبة.

فإنه من ١ ، ٢ ينتج أن : المضلع أ ب ح د ~ المضلع س ص ع ل

### ملاحظة ١

في المضلعين المتشابهين م ، م ، تُسمى النسبة الثابتة بين أطوال أضلاع م ، وأطوال أضلاع م ، المناظرة بنسبة التكبير أو التصغير كما تُسمى أحياناً بمقياس الرسم.  
وإذا كانت النسبة الثابتة :

فإن : المضلع م ، يكون تكبيراً للمضلع م .

فإن : المضلع م ، يكون تصغيراً للمضلع م .

فإن : المضلع م ، يطابق المضلع م .

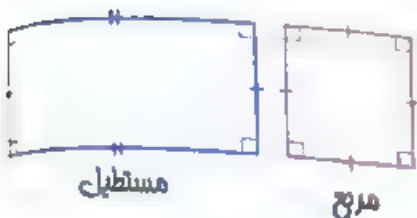
• أكبر من الواحد الصحيح

• أصغر من الواحد الصحيح

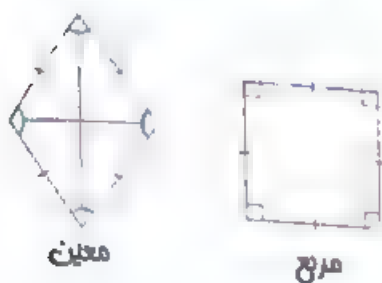
• تساوى الواحد الصحيح

ملاحظة ٢ لكي يتشابه مضلعان يجب أن يتحقق شرطاً التشابه معاً ولا يكفي تحقق أحدهما دون الآخر.

فمثلاً :



• المربع والمستطيل مضلعان غير متشابهين  
فبرغم تساوي قياسات زواياهما المتناظرة (كل =  $90^\circ$ )  
إلا أن أطوال أضلاعهما المتناظرة غير متناسبة.



• كذلك المربع والمعين مضلعان غير متشابهين  
فبرغم أن أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة  
إلا أن زواياهما المتناظرة غير متساوية القياس  
فالربع زواياه قوائم بينما المعين زواياه ليست قوائم.

### ملاحظة ٣

المضلعات المتطابقة تكون متشابهة ، ولكن المضلعات المتشابهة ليس من الضروري أن تكون متطابقة.

### ملاحظة ٤

كل المضلعات المنتظمة التي لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة.

فمثلاً : جميع المربعات متشابهة.

### ملاحظة ٥

المضلعان المشابهان لثالث متشابهان.

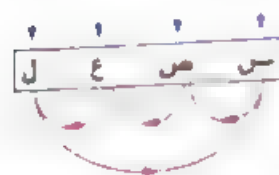
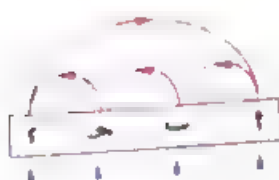
يراعى عند كتابة المضلعين المتشابهين أن نكتبهما بنفس ترتيب رؤوسهما المتناظرة حتى يسهل كتابة التناسب بين أطوال الأضلاع واستنتاج الزوايا المتساوية في القياس.

٢٢

فمثلاً: إذا كتبنا أن المضلع أ ب ح د ~ المضلع س ص ع ل

فإننا نستنتج مباشرة أن :

$$\frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب ح}{ص ع} = \frac{ح د}{ع ل} = \frac{د أ}{ل س} \quad (١)$$



$$\angle أ = \angle س , \angle ب = \angle ص , \angle ح = \angle ع , \angle د = \angle ل \quad (٢)$$

$$\angle د ح أ = \angle ل ع س , \angle د أ ب = \angle ل س ص , \angle أ ب ح = \angle س ص ع , \angle أ ح د = \angle س ع ل$$

مثال ١

في الشكل المقابل :

المضلع أ ب ح د ~ المضلع س ص ع ل

أوجد قياسات الزوايا وأطوال الأضلاع

المجهولة في كلا المضلعين ، وما هي نسبة التكبير ؟

الحل

المعطيات : المضلع أ ب ح د ~ المضلع س ص ع ل ،  $\angle أ = ٦٠^\circ$  ،  $\angle ب = ١٣٥^\circ$  ،  $\angle ح = ٧٠^\circ$  ،  $\angle د = ١٢٥^\circ$

$$\angle أ = ٦٠^\circ ، \angle ب = ١٣٥^\circ ، \angle ح = ٧٠^\circ ، \angle د = ١٢٥^\circ$$

$$س ص = ٤ سم ، ص ع = ٣ سم ، ع ل = ٢ سم ، ل س = ١ سم$$

المطلوب : إيجاد : ١  $\angle أ$  ،  $\angle ب$  ،  $\angle ح$  ،  $\angle د$  ،  $\angle س$  ،  $\angle ص$  ،  $\angle ع$  ،  $\angle ل$

، طول كل من : أ ب ، ب ح ، ح د ، د أ ، أ ل ، ل س

٢ نسبة التكبير.

الدوران : المثلث  $ABC \sim$  المثلث  $DEF$  (معطى)

$$\therefore \angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F, \text{ و } \angle D = \angle E = \angle F = 90^\circ$$

$$\angle D = \angle E = \angle F = 90^\circ$$

$$\therefore \angle D = 90^\circ, \angle E = 60^\circ, \angle F = 30^\circ$$

$$\therefore \text{مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي} = 360^\circ$$

$$\therefore \angle D = \angle E = \angle F = 360^\circ - (90^\circ + 60^\circ + 30^\circ) = 90^\circ \text{ (المطلوب)}$$

المثلث  $ABC \sim$  المثلث  $DEF$  (معطى)

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} \text{ (من التعريف)}$$

$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{AC}{DF} \therefore \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{AC}{DF} \therefore \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{AC}{DF}$$

$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{AC}{DF} \therefore \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{AC}{DF} \therefore \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{AC}{DF}$$

$$\text{ونسبة التكبير (النسبة الثالثة بين أطوال الأضلاع المتناظرة)} = \frac{AC}{DF} = \frac{3}{6} \text{ (المطلوب ثانياً)}$$

### ملاحظة

في المثال السابق نلاحظ أن :

$$\text{محيط المثلث } ABC = 2 + 3 + 4 = 9 \text{ سم}$$

$$\text{محيط المثلث } DEF = 4 + 6 + 9 = 19 \text{ سم}$$

$$\frac{\text{محيط المثلث } ABC}{\text{محيط المثلث } DEF} = \frac{9}{19} = \frac{3}{6} = \text{نسبة التكبير}$$

أي أن :

النسبة بين محيطي مثلعين متشابهين = النسبة بين طولي ضلعي متناظرين فيهما.

مثال ٢

مضلعان متشابهان أحدهما أطوال أضلاعه ٢، ٥، ٦، ٨، ١٠ من السنتيمترات والآخر محيطه ٤٨ سم. أوجد أطوال أضلاع المضلع الثاني.

الحل

المعطيات: أ ب ح د هـ مضلع أطوال أضلاعه أ ب ، ب ح ، ح د ، د هـ ، هـ أ هي على الترتيب ٢، ٥، ٦، ٨، ١٠ من السنتيمترات.

أ ب ح د هـ مضلع آخر محيطه ٤٨ سم

المضلع أ ب ح د هـ ~ المضلع أ ب ح د هـ

المطلوب: إيجاد أطوال أضلاع المضلع أ ب ح د هـ

البرهان: المضلع أ ب ح د هـ ~ المضلع أ ب ح د هـ

$$\therefore \frac{\text{محيط المضلع أ ب ح د هـ}}{\text{محيط المضلع أ ب ح د هـ}} = \text{نسبة التكبير}$$

$$\therefore \frac{2}{5} = \frac{48}{10 + 8 + 6 + 5 + 2}$$

$$\therefore \frac{2}{5} = \frac{20}{25} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20}$$

$$\therefore \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{12}{30}$$

$$\therefore \text{أ ب} = 4.0 \text{ سم} ، \text{ب ح} = 7.0 \text{ سم} ، \text{ح د} = 9 \text{ سم}$$

$$\text{د هـ} = 12 \text{ سم} ، \text{هـ أ} = 10 \text{ سم} \quad (\text{وهو المطلوب})$$

حاول بنفسك ١

في الشكل المقابل:

□ أ ب ح د ~ □ ع ف غ هـ

أوجد: (١) ع (د ص) (٢) طول ح ص



## تشابه المثلثات

رأيت أنه لكي يتشابه مضعان يجب أن يتحقق شرطا التشابه معاً ولا يكفي تحقق أحد الشرطين دون الآخر ، أما في حالة المثلثات فإنه يكفي تحقق شرط واحد فقط من شرطى التشابه.

## نقطة هامة

يتشابه المثلثان إذا توفر أحد الشرطين التاليين :

- ١ تساوت قياسات زواياهما المتناظرة. ٢ تناسب أطوال أضلاعهما المتناظرة.

بناءً على النقطة السابقة :

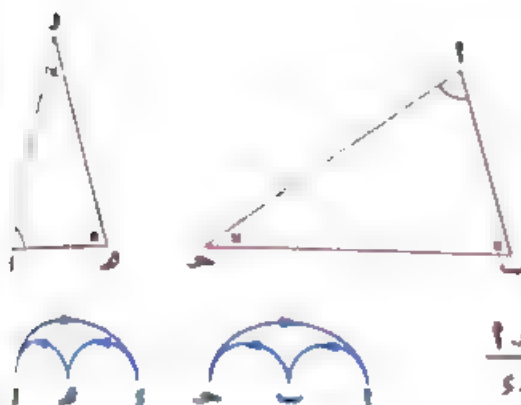
- ١ إذا كان  $\Delta ABC$  و  $\Delta DEF$  مثلثين فيهما :

$$\angle A = \angle D , \angle B = \angle E , \angle C = \angle F$$

$$\angle A = \angle D , \angle B = \angle E$$

فإن :  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\text{ونتيجة لتشابههما يكون : } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$



- ٢ إذا كان  $\Delta ABC$  و  $\Delta DEF$  مثلثين فيهما :

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

فإن :  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

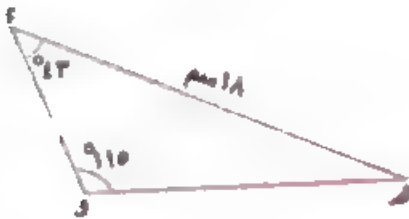
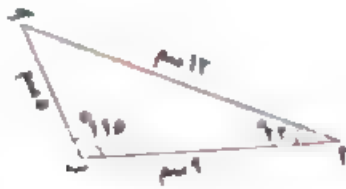
ونتيجة لتشابههما يكون :

$$\angle A = \angle D , \angle B = \angle E , \angle C = \angle F$$



## ملاحظة

- ١ يتشابه المثلثان القائمة الزاوية إذا ساءى قياس زاوية حادة في أحدهما قياس نظيرتها في الآخر.
- ٢ المثلثان المتطابقا الأضلاع متشابهان.
- ٣ المثلثان المتطابقا الساقين يكونان متشابهين إذا ساءى قياس إحدى الزوايا في أحدهما قياس نظيرتها في الآخر.



في الشكل المقابل :

أ ب ح ، ه و د مثلثان قيهما :

$$\angle (د) = \angle (ب) = 110^\circ ، \angle (د) = \angle (أ) = 22^\circ$$

$$\angle (د) = \angle (د) = 43^\circ ، \angle (د) = \angle (ب) = 9^\circ ، \angle (د) = \angle (أ) = 5^\circ$$

$$\angle (د) = 12^\circ ، \angle (د) = 18^\circ$$

أوجد : طول كل من ه و ، و د

الحل

المعطيات  $\angle (د) = \angle (ب) = 110^\circ ، \angle (د) = \angle (أ) = 22^\circ ، \angle (د) = \angle (د) = 43^\circ$

أ ب ح ، ه و د ،  $\angle (د) = 5^\circ ، \angle (د) = 9^\circ ، \angle (د) = 12^\circ ، \angle (د) = 18^\circ$

المطلوب إيجاد : طول كل من ه و ، و د

الدوران : مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة =  $180^\circ$

في  $\triangle أ ب ح$  :  $\angle (د) = 110^\circ - (\angle (أ) + \angle (ب)) = 22^\circ$

في  $\triangle ه و د$  :  $\angle (د) = 180^\circ - (\angle (د) + \angle (د)) = 43^\circ$

،  $\angle (د) = \angle (ب) = 110^\circ ، \angle (د) = \angle (أ) = 22^\circ ، \angle (د) = \angle (د) = 43^\circ$

،  $\angle (د) = \angle (د) = 22^\circ$

،  $\triangle أ ب ح \sim \triangle ه و د$

،  $\frac{أ ب}{ه و} = \frac{ب ح}{و د} = \frac{أ ح}{ه د}$

،  $\frac{2}{3} = \frac{12}{18} = \frac{5}{9} = \frac{9}{18}$

،  $\angle (د) = 12^\circ ، \angle (د) = 18^\circ$  (وهو المطلوب)  $7.5 = \frac{2 \times 5}{2} = 5$  سم ،  $12.5 = \frac{2 \times 9}{2} = 9$  سم



## مثال ٤

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : أ ح =  $\frac{1}{4}$  أ ب = ٦ سم ، ب ح = ٩ سم، ثم  $\exists$  أ ب بحيث د ب = ٥ سم ، د و // ب ح

أوجد : طول كل من د و ، ح و

## الحل

المعطيات : أ ح =  $\frac{1}{4}$  أ ب = ٦ سم ، ب ح = ٩ سم ، د ب = ٥ سم ، د و // ب ح

المطلوب : إيجاد : طول كل من د و ، ح و

البرهان :  $\therefore \frac{1}{4}$  أ ب = ٦ سم  $\therefore$  أ ب = ١٢ سم  $\therefore$  أ د = ١٢ - ٥ = ٧ سم،  $\therefore$  د و // ب ح  $\therefore$  ق (د أ د و) = ق (د ب) (بالتناظر)

، ق (د أ د و) = ق (د ح) (بالتناظر)

،  $\therefore$  د أ مشتركة في  $\Delta$  د أ د و ،  $\Delta$  د أ د ح،  $\therefore \Delta$  د أ د و  $\sim \Delta$  د أ د ح وينتج أن  $\frac{أ د}{أ ح} = \frac{د و}{ب ح} = \frac{أ د}{أ ب}$ 

$$\therefore \frac{أ د}{٦} = \frac{د و}{٩} = \frac{٧}{١٢}$$

$$\therefore د و = \frac{٧ \times ٩}{١٢} = \frac{٧ \times ٦}{١٢} = ٣ \frac{1}{٢} \text{ سم ، } أ د = \frac{٧ \times ٦}{١٢} = ٣ \frac{1}{٢} \text{ سم}$$

$$\therefore ح و = ٢ \frac{1}{٢} = ٣ \frac{1}{٢} - ٦ = ٢ \frac{1}{٢} \text{ سم}$$

(وهو المطلوب)

## مثال ٥

في الشكل المقابل :

أ ب ح ، س س ع مثلثان فيهما :

أ ب = ٤ سم ، ب ح = ٦ سم

، أ ح = ٢ سم ، س س = ١٠ سم

، س ع = ١٥ سم ، س ع = ٧.٥ سم

١ أثبت أن :  $\Delta$  أ ب ح  $\sim \Delta$  س س ع

٢ أوجد : ق (د أ) + ق (د س) + ق (د ع)



المعطيات:  $أب = ٤$  سم ،  $أح = ٦$  سم ،  $أد = ٢$  سم ،  $دع = ١٠$  سم

،  $صع = ١٥$  سم ،  $دع = ٧.٥$  سم

المطلوب: ١ إثبات أن:  $\Delta أ ب ح \sim \Delta د ص ع$

٢ إيجاد:  $د(أ) + د(ص) + د(ع)$

البرهان: في  $\Delta أ ب ح$  ،  $د ص ع$  :

$$\therefore \frac{أب}{دص} = \frac{٤}{١٥} = \frac{٢}{٧.٥} = \frac{أح}{دع} ، \frac{٢}{٥} = \frac{٦}{١٥} = \frac{أح}{دع} ، \frac{٢}{٥} = \frac{٦}{١٥} = \frac{أح}{دع}$$

$$\therefore \frac{أب}{دص} = \frac{أح}{دع} = \frac{أح}{دع}$$

(المطلوب أولاً)

$\therefore \Delta أ ب ح \sim \Delta د ص ع$

$$\therefore د(أ) = د(ص) = د(ع) \quad (١)$$

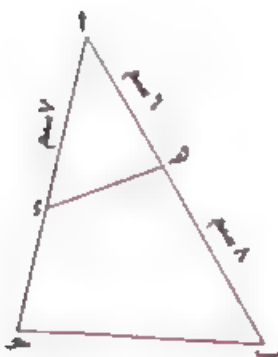
،  $\therefore$  مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة  $= ١٨٠^\circ$

، من  $\Delta د ص ع$  :  $\therefore د(ص) + د(ع) + د(أ) = ١٨٠^\circ$

وبالتعويض من (١) :

(المطلوب ثانياً)

$$\therefore د(أ) + د(ص) + د(ع) = ١٨٠^\circ$$



في الشكل المقابل :

$\Delta أ د ع \sim \Delta أ ب ح$  ،  $أد = ٢$  سم ،  $أب = ٤$  سم

،  $أع = ٧$  سم ،  $أب = ٨$  سم

أوجد :

١ طول  $دح$       ٢ النسبة  $\frac{دع}{أب}$

## مثال ٦

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في أ

،  $\text{د} \in \text{ب ح}$  بحيث  $\text{أ د} \perp \text{ب ح}$ أثبت أن : ١  $\Delta \text{أ ب د} \sim \Delta \text{أ ح د}$ ٢  $\Delta \text{أ ب د} \sim \Delta \text{أ ح د}$ 

## الحل

المعطيات : أ ب ح مثلث فيه :  $\text{د} \in \text{ب ح}$  ،  $\text{أ د} \perp \text{ب ح}$  ،  $90^\circ$ المطلوب : إثبات أن : ١  $\Delta \text{أ ب د} \sim \Delta \text{أ ح د}$  ٢  $\Delta \text{أ ب د} \sim \Delta \text{أ ح د}$ البرهان : في  $\Delta \text{أ ب د}$  :  $\angle \text{ب د أ} = 90^\circ$ :  $\angle \text{ب د أ} + \angle \text{د ب أ} = 90^\circ$ ، :  $\angle \text{د ب أ} + \angle \text{د ح أ} = 90^\circ$  :  $\angle \text{د ب أ} = \angle \text{د ح أ}$ في  $\Delta \text{أ ب د}$  ،  $\Delta \text{أ ح د}$  ::  $\angle \text{ب د أ} = \angle \text{د ب أ}$  (إثباتا)، :  $\angle \text{د أ ب} = \angle \text{د أ ح} = 90^\circ$  :  $\angle \text{د أ ب} = \angle \text{د أ ح}$ 

(المطلوب أولاً)

:  $\Delta \text{أ ب د} \sim \Delta \text{أ ح د}$ ، في  $\Delta \text{أ ب د}$  ،  $\Delta \text{أ ح د}$  ::  $\angle \text{ب د أ} = \angle \text{د ب أ} = 90^\circ$  ،  $\text{د ب}$  مشتركة:  $\angle \text{د ب أ} = \angle \text{د ح أ}$  :  $\Delta \text{أ ب د} \sim \Delta \text{أ ح د}$  (المطلوب ثانياً)

من المثال السابق نستنتج أن :

في المثلث القائم الزاوية العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر يقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين كل منهما يشبه المثلث الأصلي.



اختبار  
تفاعلي



لما أسئلة كتاب الوزارة

أكمل كلاً من الجمل الآتية :

- ١ إذا تشابه مضلعان فإن ..... المتناظرة متساوية في القياس.
- ٢ إذا تشابه مضلعان فإن ..... المتناظرة تكون متناسبة.
- ٣ المضلعان المشابهان لثالث .....
- ٤ يشابه المثلثان إذا كانت ..... المتناظرة متناسبة.
- ٥ إذا كانت قياسات الزوايا المتناظرة في مثلثين متساوية كان المثلثان .....
- ٦ إذا كان لدينا مضلعان زواياهما المتناظرة ..... وأطوال أضلاعهما المتناظرة ..... كان المضلعان متشابهين.
- ٧ إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين في مثلثين متشابهين تساوى ١ فإن المثلثين ..... ..
- ٨ إذا تشابه مضلعان ، وكانت النسبة بين ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٤ فإن النسبة بين محيطيهما هي .....
- ٩ في المثلث القائم الزاوية العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر يقسم المثلث إلى مثلثين .....

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ يوجد اثنان من المثلثات في الشكل التالي متشابهان هما ..... ..



(أ)

٤ ، ٢ ، ١



(ب)

٤ ، ١ ، ١



(ج)

٣ ، ١ ، ١



(د)

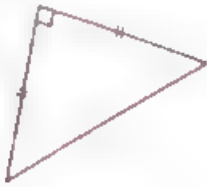
٢ ، ١ ، ١

٢ يوجد اثنان من المثلثات في الشكل التالي متشابهان هما .....



(٤)

٤ ، ١ (د)



(٣)

٤ ، ٢ (ج)



(٢)

٢ ، ١ (ب)



(١)

٢ ، ١ (ا)

٣ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  و  $DE = 5$

فإن :  $EF = \dots$

(١) ٥ سم

(ب) ٦ سم

٤ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  و  $DE = 10$

فإن :  $BC = (د) \dots$

(١) ٢٠

(ب) ٦٠

(ج) ٨٠

(د) ١٠٠

٥ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  و  $AB = 14$

،  $BC = 6$  ،  $AC = 7$  ،  $DE = 12$  ،  $EF = 7$  ،  $DF = 14$

فإن :  $BC = \dots$

(١) ٦ سم

(ب) ٧ سم

(ج) ١٢ سم

(د) ١٤ سم

٦ إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين في مربعين تساوى ١

وكان محيط أحدهما ٢٠ سم فإن مساحة الآخر تساوى .....

(١) ٢٠ سم<sup>٢</sup>

(ب) ٢٥ سم<sup>٢</sup>

(ج) ١٦ سم<sup>٢</sup>

(د) ٢٥ سم

٧ إذا كان :  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  و  $DE = 10$  وكان :  $AB = \frac{1}{10}$  و  $BC = \frac{1}{10}$

فإن : محيط  $\Delta ABC = \dots$  محيط  $\Delta DEF$

(١) ٥

(ب) ١

(ج)  $\frac{1}{10}$

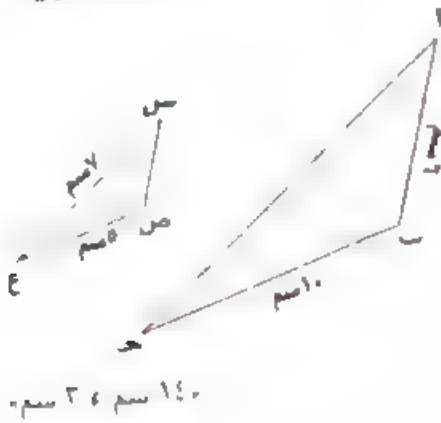
(د)  $\frac{2}{5}$

في الشكل المقابل :

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

أوجد :

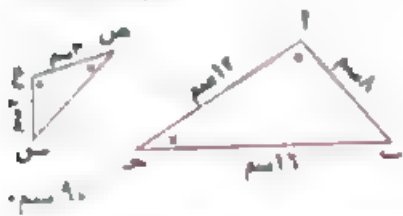
$AB$  ،  $BC$  ،  $AC$



بالاستعانة بالمعطيات المدونة بالرسم :

أثبت أن :  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  ،  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  متشابهان.

ثم أوجد : محيط المثلث  $ABC$

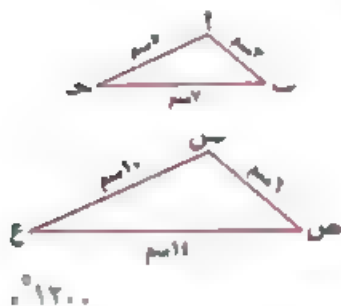


في الشكل المقابل :

أثبت أن :  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  ،  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  متشابهان.

إذا كان :  $\angle A = 60^\circ$  ،  $\angle B = 70^\circ$  ،  $\angle C = 90^\circ$

فأوجد :  $\angle D$  ،  $\angle E$  ،  $\angle F$

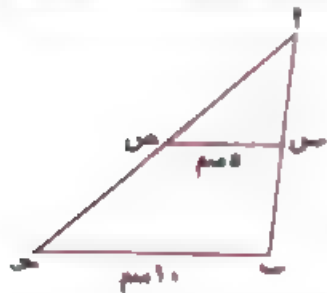


في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  ،  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  متشابهان

،  $AB = 10$  ،  $BC = 5$  ،  $AC = 8$

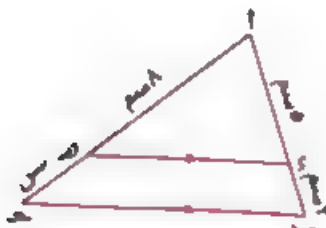
أثبت أن :  $DE \parallel BC$  ،  $DF \parallel AC$  ،  $EF \parallel AB$



في كل من الأشكال التالية أوجد قيمة  $x$  (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات) :

أ

ب

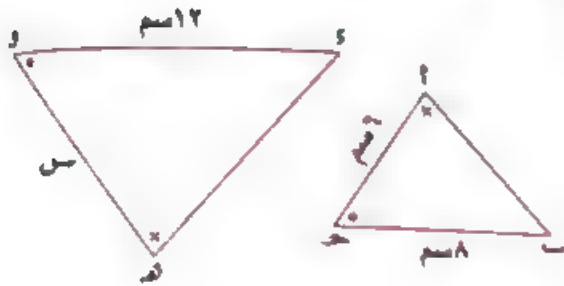




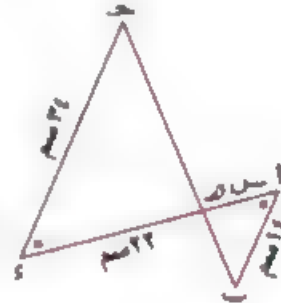
٤



٣



٦



٥

في الشكل المقابل :

إذا كان الشكل ١ ب ح د ~ الشكل ٣ ص ع ل

١ احسب : ح (د ب ح د)

٢ احسب : طول ح ل وحدد نسبة التكبير.

٣ إذا كان محيط الشكل ١ ب ح د = ٢٦ سم فما محيط الشكل ٣ ص ع ل ؟



$$100^\circ \text{ و } 1.8 \text{ سم} \text{ و } \frac{1}{4} \text{ و } 7.8 \text{ سم}$$

في الشكل المقابل :

$$\overline{AC} // \overline{DE}, \overline{AE} \cap \overline{CD} = \{B\}$$

$$A = 50^\circ, B = 80^\circ, C = 20^\circ, D = 70^\circ, E = 100^\circ$$

١ أثبت أن :  $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ ٢ أوجد : طول كل من  $\overline{AC}$  ،  $\overline{DE}$ 

٣ أوجد : نسبة التكبير.



$$100^\circ \text{ و } 1.8 \text{ سم} \text{ و } \frac{1}{4} \text{ و } 7.8 \text{ سم}$$





سم ١٢

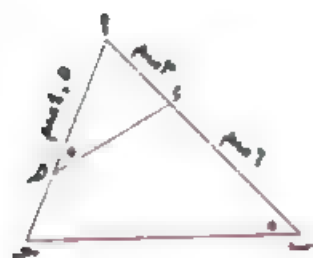
في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع ، ب منتصف أ و

، ح د = ٢ سم ، د ه = ٤ سم ، س ح = ٢ سم

أثبت أن :  $\Delta ه ح س \sim \Delta و ب س$

ثم أوجد : طول أ و



سم ١,٥

في الشكل المقابل :

و (د أ ه د) = و (د ب) ، د أ = ٢ سم

، د ه = ٤,٥ سم ، ب د = ٦ سم

١ برهن أن :  $\Delta د أ ه \sim \Delta د ب$

٢ أوجد : طول ه د



سم ٩,٣

في الشكل المقابل :

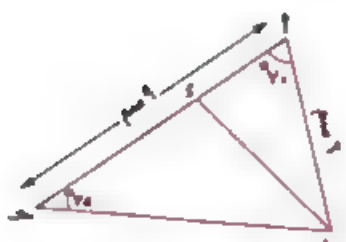
أ ب ح مثلث ، د ع أ ب ، ه د أ ح ، د ه = ٤ سم

، ه ح = ٥ سم ، ب ح = ٧,٥ سم ، د ح = ٢ سم

، و (د أ ه د) = و (د ب) ، و (د ح) = ٩٢°

١ أثبت أن :  $\Delta د أ ه \sim \Delta د ب$

٢ أوجد : طول ب د ، و (د أ ه د)



سم ٥ ، ٤,٠

في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : و (أ د) = ٧٠° ، و (د ح) = ٢٥°

، د ع أ ح فإذا كان :  $\Delta د ب \sim \Delta د ع$

فأوجد : و (د و ب ح)

، وإذا كان : أ ب = ٦ سم ، أ ح = ٩ سم فأوجد : طول ح د

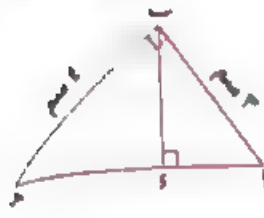
١٤ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ، د منتصف أ ب  
 $\overline{د ه} \perp \overline{أ ح}$  ،  $أ ب = ٨$  سم ،  $ب ح = ٦$  سم  
 أوجد : طول د ه



١٥ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب فيه :  $أ ب = ٢$  سم  
 $ب ح = ٤$  سم ،  $د$  على  $أ ح$   
 ١) برهن أن :  $\triangle ب أ د \sim \triangle ب ح د$   
 ٢) أوجد : طول كل من  $د أ$  ،  $د ح$

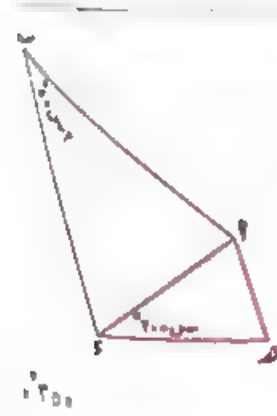


١٦ أ ب ح مثلث نُصِفَت أضلاعه أ ب ، ب ح ، ح أ في د ، ه ، و على الترتيب.

أثبت أن :  $\triangle ب أ د \sim \triangle ب ح د$

١٧ مثلثان متشابهان محيط أحدهما ٧٤ سم ، وأطوال أضلاعه الآخر ٤.٥ سم ، ٦ سم ، ٨ سم

أوجد طول أكبر الأضلاع طولاً في المثلث الأول.



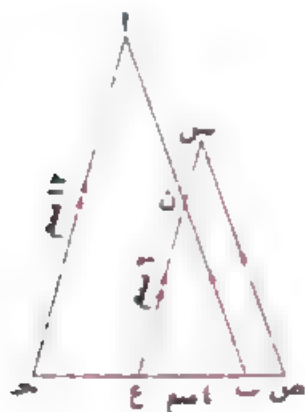
١٨ في الشكل المقابل :

$\triangle ب أ د \sim \triangle ب ح د$

$$\angle د = (\angle ب د ح) = ٢٠^\circ + س$$

$$\angle ب = (\angle ب د ح) = ٢٠^\circ + س$$

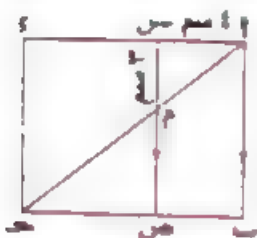
أوجد :  $\angle د$  (أ ب د)



س ١ سم.

في الشكل المقابل :

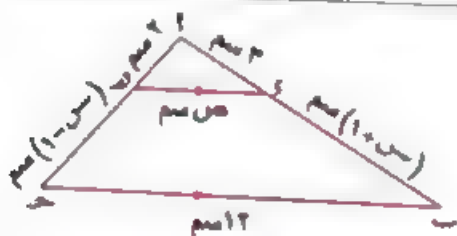
١.  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$  ،  $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$  ،  $\overline{CA} \parallel \overline{FD}$  ،  $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF} = ١٢$  سم ،  $\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FD} = ٦$  سم ،  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = ١٨$  سم .
٢. أثبت أن :  $\triangle DEF \sim \triangle ABC$  .
٣. أثبت أن :  $\overline{DE}$  منتصف  $\overline{AB}$  .
٤. أوجد : طول  $\overline{BC}$  .



١. في الشكل المقابل :

١.  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  ،  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{DM} = \overline{BM} = ١٢$  سم ،  $\overline{AM} = ٩$  سم .
٢. أثبت أن :  $\triangle ADM \sim \triangle BCM$  .
٣. أوجد : محيط  $\triangle ABC$  .
٤. برهن أن :  $\triangle ADM \sim \triangle BCM$  .
٥. هل الشكل  $\triangle ABC \sim$  الشكل  $\triangle DCM$  ؟ ولماذا ؟

س ٢ سم.



في الشكل المقابل :

١.  $\overline{AD} = ٩$  سم ،  $\overline{DB} = ٦$  سم ،  $\overline{DE} = ٤$  سم ،  $\overline{BC} = ١٢$  سم .
٢.  $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$  ،  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{AD} = ٩$  سم ،  $\overline{BE} = ٦$  سم ،  $\overline{DE} = ٤$  سم ،  $\overline{BC} = ١٢$  سم .
٣.  $\overline{AD} = ٩$  سم ،  $\overline{DB} = ٦$  سم ،  $\overline{DE} = ٤$  سم ،  $\overline{BC} = ١٢$  سم .
٤. أوجد : طول كل من  $\overline{AD}$  ،  $\overline{BE}$  ،  $\overline{DE}$  .

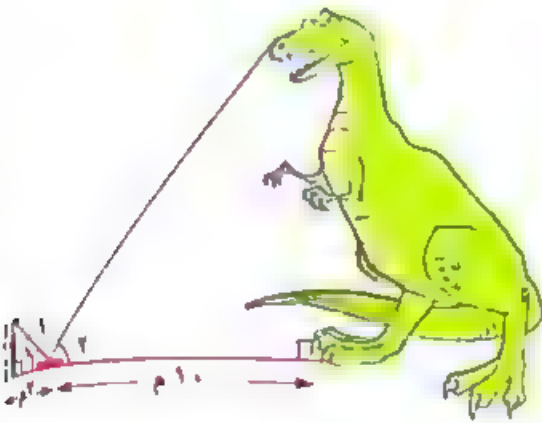


س ٢ سم.

في الشكل المقابل :

١. رجل طوله ١,٨ متر يقف أمام عمود إنارة وعلى بُعد ٢ متر من قاعدته فإذا وُجد أن طول ظل الرجل الناتج عن إنارة العمود هو ٢,٤ متر فتوجد ارتفاع العمود .

**٢٣** أراد رجل معرفة طول ديناصور في أحد المتاحف ، فوضع مرآة في وضع أفقى على الأرض على بُعد ١٠ أمتار من قدم الديناصور ورجع إلى الخلف حتى استطاع مشاهدة رأس الديناصور في المرآة فكانت المسافة التي رجعها للخلف ٢ متر فإذا كان طول الرجل ١.٨ متر وإذا علمت أن :  $\angle(د١) = \angle(د٢)$  فما ارتفاع الديناصور ؟



**٢٤** في الشكل المقابل :

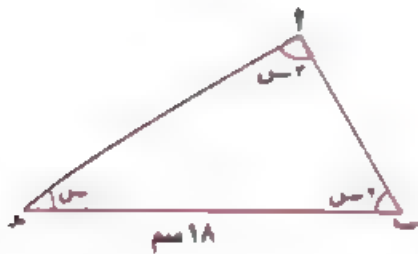
إذا كان :

$$\triangle ا ب ح \sim \triangle د ه و$$

$$ب ح = ١٨ \text{ سم}$$

$$د ه = ٣ \text{ سم}$$

فأوجد طول : د و



**٢٥** في الشكل المقابل :

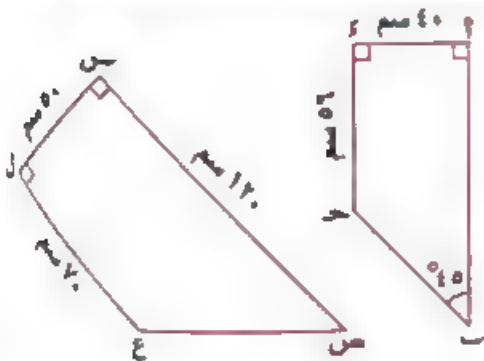
$$ا ب = ٤٠ \text{ سم}$$

$$د ه = ٥٦ \text{ سم}$$

$$ا ح = ١٢٠ \text{ سم}$$

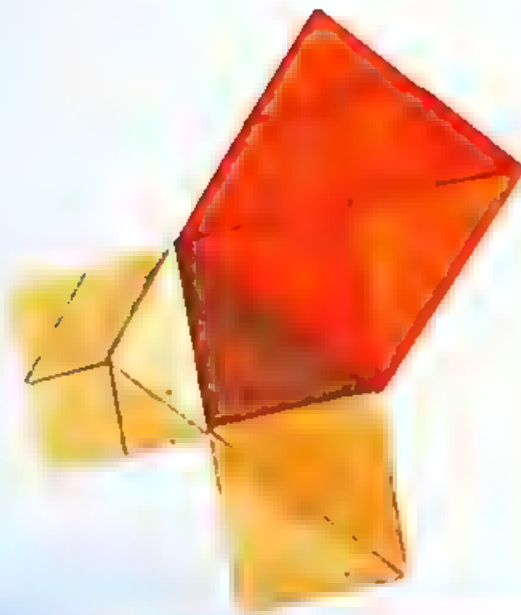
$$ا ل = ٥٠ \text{ سم}$$

$$ل ع = ٧٠ \text{ سم}$$



$$\angle(د ب) = ٤٥^\circ , \angle(د ا) = \angle(د ح) = \angle(د س) = \angle(د ل) = ٩٠^\circ$$

أثبت أن : المضلع ا ب ح د ~ المضلع س ح ص ع ل

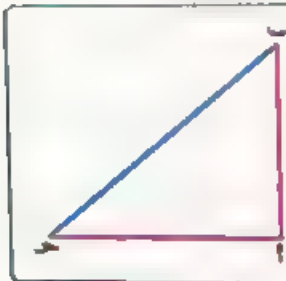


الدرس

2

## المثلث القائم الزاوية

درست في العام الماضي كيفية إيجاد طول ضلع من أضلاع مثلث قائم الزاوية بمعلومية طولى الضلعين الآخرين ، وذلك عن طريق تطبيق نظرية فيثاغورث التى تعطى علاقة بين مربعات أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية الثلاثة.



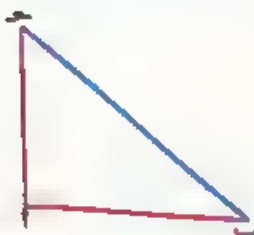
إذا كان  $\triangle ABC$  مثلثاً قائم الزاوية في  $A$

$$\text{فإن: } a^2 + b^2 = c^2$$

وفى هذا الدرس سوف نقدم كيفية تحديد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا بتطبيق عكس نظرية فيثاغورث.

### العكس لنظرية فيثاغورث

إذا كان مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعين فى مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.



أى أن: إذا كان  $\triangle ABC$  مثلث فيه :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\text{فإن: } \angle C = 90^\circ$$

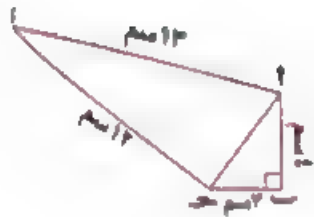
ويمكن صياغة تلك النظرية كالتالى :  
إذا كان مربع طول ضلع فى مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

### التمرين

فى  $\triangle ABC$  إذا كان  $\overline{AC}$  أكبر الأضلاع طولاً وكان  $^2(AC) \neq ^2(AB) + ^2(BC)$  فإن :  $\angle C \neq 90^\circ$  وبذلك لا يكون  $\triangle ABC$  قائم الزاوية.

### مثال ١

فى الشكل المقابل :



$\triangle ABC$  شكل رباعى فيه :  $\angle C = 90^\circ$  ،  $AC = 12$  سم ،  
 $BC = 5$  سم ،  $AB = 13$  سم  
اثبت أن :  $\angle C = 90^\circ$

### الحل

المعطيات :  $\angle C = 90^\circ$  ،  $AC = 12$  سم ،  $BC = 5$  سم

،  $AB = 13$  سم ،

المطلوب إثبات أن :  $\angle C = 90^\circ$

البرهان :  $\triangle ABC$  فيه :  $\angle C = 90^\circ$

$$\therefore ^2(AC) + ^2(BC) = ^2(AB) \text{ (فيثاغورث)}$$

$$\therefore ^2(AC) = 16 + 25 = 41 \text{ سم}^2 \therefore AC = 5 \text{ سم}$$

، فى  $\triangle ABC$  :

$$\therefore ^2(AC) = ^2(12) = 144 \text{ سم}^2 ، ^2(BC) = ^2(5) = 25 \text{ سم}^2$$

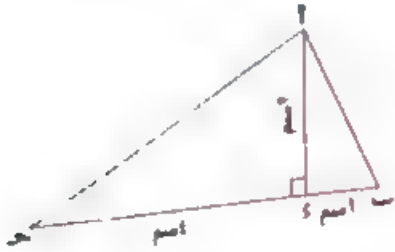
$$، ^2(AB) = ^2(13) = 169 \text{ سم}^2$$

$$\therefore ^2(AC) + ^2(BC) = ^2(AB)$$

$$\therefore \angle C = 90^\circ \text{ (عكس فيثاغورث)}$$

(وهو المطلوب)

في الشكل المقابل :



أب ح مثلث ،  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  بحيث :  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$   
 $AD = 4$  سم ،  $BD = 1$  سم ،  $DC = 9$  سم  
 أثبت أن :  $\angle BAC = 90^\circ$

الحل

المعطيات  $\Delta ABC$  فيه :  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  ،  $AD = 4$  سم ،  $BD = 1$  سم ،  $DC = 9$  سم  
 المطلوب إثبات أن :  $\angle BAC = 90^\circ$

البرهان في  $\Delta ADB$  :  $\angle BAC = 90^\circ \therefore \angle BAC = \angle BDA + \angle DAC = 90^\circ$  (فيثاغورث)  
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ$  (١)

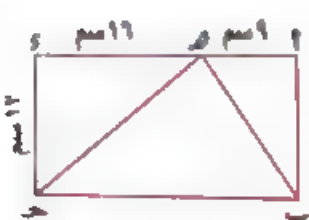
في  $\Delta ADC$  :  $\angle BAC = 90^\circ \therefore \angle BAC = \angle BDA + \angle DAC = 90^\circ$  (فيثاغورث)  
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ$  (٢)

بجمع (١) ، (٢) :  $\angle BAC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  سم  
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ$  سم

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$  سم  
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ$  سم  
 (وهو المطلوب)

حاول بنفسك

في الشكل المقابل :



أب ح د مستطيل فيه :  $\overline{BE} \perp \overline{AC}$  ،  $BE = 9$  سم ،  $AE = 12$  سم ،  $EC = 16$  سم  
 أثبت أن :  $\angle BAC = 90^\circ$

$$[(-3) + (-5)] = (-8) = (-3) + (-5)$$

ملاحظة





# تمارين 7

على حل المسائل التالية

[1] أسئلة كتاب الوزارة

في كل من الأشكال التالية أثبت أن :  $\angle = 90^\circ$



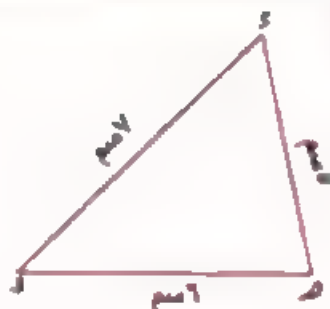
[2] أكمل ووضح أي المثلثات التالية قائم الزاوية :



$\angle (C) = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \angle (A) + \angle (B)$

$\therefore$  المثلث  $\dots\dots\dots$



$\angle (C) = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \angle (A) + \angle (B)$

$\therefore$  المثلث  $\dots\dots\dots$



$\angle (C) = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \angle (A) + \angle (B)$

$\therefore$  المثلث  $\dots\dots\dots$

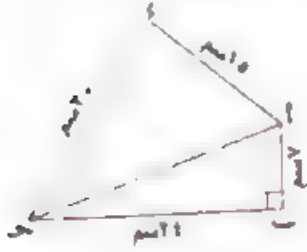


$\angle (C) = \dots\dots\dots = \angle (A) + \angle (B)$

$\dots\dots\dots = \angle (A) + \angle (B)$

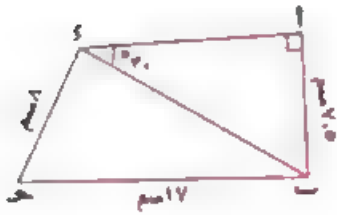
$\therefore$  المثلث  $\dots\dots\dots$

٣ ا ب ح مثلث فيه  $أب = ٤.٥$  سم ،  $ب ح = ٧.٥$  سم ،  $أ ح = ٦$  سم  
أثبت أن :  $\Delta$  ا ب ح قائم الزاوية.



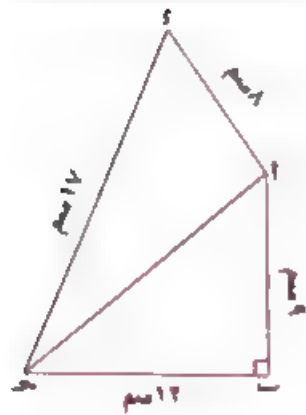
٤ في الشكل المقابل :

ا ب ح د شكل رباعي فيه :  $\angle (أ ب ح) = ٩٠^\circ$   
 $أ ب = ٧$  سم ،  $ب ح = ٢٤$  سم ،  $ح د = ٢٠$  سم  
 $د أ = ١٥$  سم أثبت أن :  $\angle (د أ ح) = ٩٠^\circ$



٥ في الشكل المقابل :

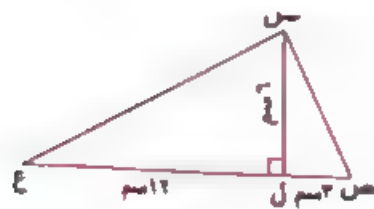
ا ب ح د شكل رباعي فيه :  $\angle (د ب أ) = ٩٠^\circ$   
 $\angle (د أ ب) = ٣٠^\circ$  ،  $أ ب = ٧.٥$  سم  
 $ب ح = ١٧$  سم ،  $ح د = ٨$  سم  
أثبت أن :  $\angle (د ب ح) = ٩٠^\circ$



٦ في الشكل المقابل :

ا ب ح د شكل رباعي فيه :  $\angle (د ب) = ٩٠^\circ$   
 $أ ب = ٩$  سم ،  $ب ح = ١٢$  سم  
 $ح د = ١٧$  سم ،  $د أ = ٨$  سم  
أثبت أن :  $\angle (د أ ح) = ٩٠^\circ$   
ثم أوجد : مساحة الشكل ا ب ح د

١١٤ سم<sup>٢</sup>



٧ في الشكل المقابل :

س ح ع مثلث ،  $\overline{س ل} \perp \overline{ص ع}$  ،  $ل ح = ٦$  سم  
 $ل ص = ٣$  سم ،  $ل ع = ١٢$  سم  
أثبت أن :  $\angle (د ص س ع) = ٩٠^\circ$

## ٨ في الشكل المقابل :

١ (د ب) =  $90^\circ$  ، و منتصف أ ح

، أ ب = ٦ سم ، ب ح = ٨ سم

، أ د = ١٢ سم ، د ح = ١٢ سم

١ أوجد : طول أ ح

٢ أثبت أن :  $\angle$  (د أ ح) =  $90^\circ$ 

## ٩ في الشكل المقابل :

١ (د ب) =  $90^\circ$  ، أ ب = ٦ سم ، ب د = ١٢ سم

، أ ح = ١٠ سم ، ح د = ٥ سم

، د ح = ٢ سم ، ح د  $\perp$  د ب

١ أوجد : طول ب ح

٢ أثبت أن :  $\angle$  (د ب) =  $90^\circ$ 

## ١٠ في الشكل المقابل :

١ أ ح د مستطيل فيه : د ح = ١٢ سم ، د ب = ٢٥ سم

، د  $\in$  أ ب بحيث أ د = ٩ سمأثبت أن : ب د  $\perp$  أ ح

## ١١ في الشكل المقابل :

١ أ ح د شبه منحرف فيه : أ ب // د ح ، د ب  $\perp$  د ح

، د ب = ١٢ سم ، ب ح = ١٢ سم ، د ح = ٢٢,٨ سم

، ب د  $\perp$  د ح

أولاً : أوجد : ١ طول كل من : أ ب ، ح د

٢ مساحة شبه المنحرف أ ب ح د

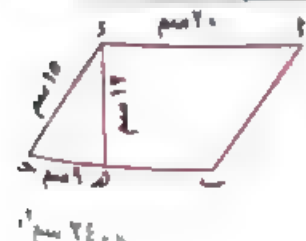
٢ طول د ب

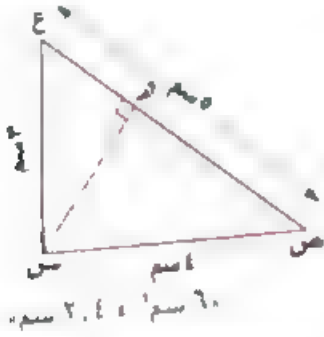
ثانياً : أثبت أن :  $\angle$  (د ب ح) =  $90^\circ$ 

٥٠ سم ، أ ب = ٢٨ سم ، د ب = ٢١,٢ سم ، د ح = ٢٧,٥ سم

## ١٢ في الشكل المقابل :

١ أ ح د متوازي أضلاع فيه : د ب = ٢٠ سم ، د ح = ١٥ سم

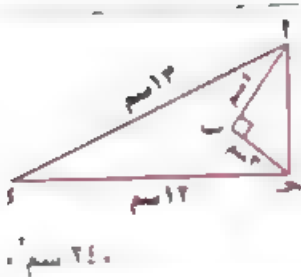
، د  $\in$  ب ح بحيث أ د = ٩ سم ، د ح = ١٢ سمأوجد : مساحة  $\square$  أ ب ح د



١٣ في الشكل المقابل :

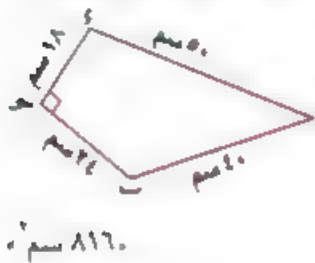
من ص ع مثلث فيه :  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  ،  $\overline{AD} \equiv \overline{DE}$  ،  
 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$  سم ،  $\overline{BC} = 2$  سم ،  $\overline{AD} = 4$  سم  
 أوجد : مساحة  $\triangle ABC$   
 ومن ثم أوجد : طول  $\overline{AD}$

١٤ أ ب ح مثلث ، رسم  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  قطعها في د فإذا كان :  
 $\overline{AD} = 20$  سم ،  $\overline{BD} = 12$  سم ،  $\overline{DC} = 9$  سم  
 أثبت أن : المثلث أ ب ح قائم الزاوية في أ



١٥ في الشكل المقابل :

ق (د ب) =  $90^\circ$  ،  $\overline{AB} = 4$  سم ،  
 $\overline{AC} = 3$  سم ،  $\overline{AD} = 12$  سم ،  $\overline{DC} = 12$  سم  
 أوجد : مساحة الشكل أ ب ح د



١٦ في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي فيه :  $\overline{AB} = 40$  سم ،  $\overline{BC} = 24$  سم ،  
 $\overline{CD} = 18$  سم ،  $\overline{AD} = 50$  سم ، ق (د ح) =  $90^\circ$   
 أوجد : مساحة الشكل أ ب ح د

١٧ أ ب ح د متوازي أضلاع فيه :  $\overline{AB} = 8$  سم ،  $\overline{AD} = 20$  سم ،  $\overline{BC} = 12$  سم  
 أثبت أن : ق (د أ ب) =  $90^\circ$  ثم أوجد : مساحة متوازي الأضلاع.



١٨ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث متساوي الساقين فيه :  $\overline{AB} = \overline{AC}$   
 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  ، نقطة د  $\in \overline{BC}$  ،  $\overline{AD} \not\equiv \overline{DC}$  ،  
 $\overline{AB} = 6$  سم ،  $\overline{BC} = 9$  سم ،  $\overline{AD} = 10$  سم  
 أثبت أن : ق (د ب أ) =  $90^\circ$

## التمرين ١٨



١٨ ا ب ح مثلث فيه :  $ا ب = ٢٤$  سم ،  $ب ح = ٧٠$  سم ،  $ب د$  متوسط في المثلث ح ب د

$ب د = ٢٧$  سم.

أثبت أن :  $د$  (د ا ب ح)  $= ٩٠^\circ$  ثم أوجد طول :  $ا ح$

(إرشاد : ارسم  $د ه$  //  $ب ح$  ويقطع  $ا ب$  في  $ه$ )

في الشكل المقابل :

ا ب ح د شبه منحرف فيه :

$ا ب // د ح$  ،  $ا ب = ١٣$  سم ،  $ب ح = ٢١$  سم

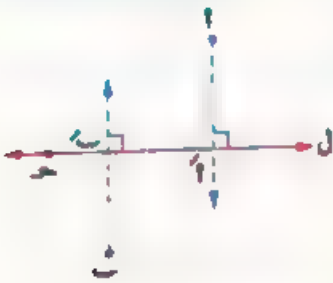
،  $ب د = ١٢$  سم ،  $د ح = ١٦$  سم

أثبت أن :  $د$  (د ح ا ب)  $= ٩٠^\circ$



## المساحة

## المسقط نقطة على مستقيم



• في الشكل المقابل :

ل مستقيم ، النقطتان أ ، ب لا تنتميان إلى ل

، رُسم من أ الشعاع  $\overrightarrow{أ ب}$  ل يقطعه في أ

، رُسم من ب الشعاع  $\overrightarrow{ب أ}$  ل يقطعه في ب

النقطة أ هي موقع العمود المرسوم من نقطة أ على المستقيم ل

وتُسمى أ المسقط العمودي لنقطة أ على المستقيم ل

أيضاً النقطة ب هي موقع العمود المرسوم من نقطة ب على المستقيم ل

وتُسمى ب المسقط العمودي لنقطة ب على المستقيم ل

• حالة خاصة :

إذا كانت نقطة ح  $\in$  المستقيم ل فإن مسقطها العمودي على المستقيم ل هو نفس النقطة ح

وبصفة عامة فإن :

1 المسقط العمودي لنقطة ما على مستقيم هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم.

2 إذا كانت النقطة تقع على المستقيم فإن مسقطها العمودي على هذا المستقيم هو نفس النقطة.

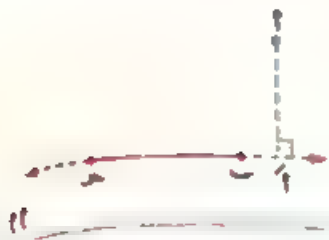
## ملاحظات

١ حيث إننا لن نتناول في دراستنا سوى المساقط العمودية لذلك فعندما نقول إن نقطة  $A$  مسقط نقطة  $B$  على المستقيم  $L$  فإننا نقصد أن نقطة  $A$  هي المسقط العمودي لنقطة  $B$  على المستقيم  $L$

على المستقيم  $L$

٢ في الشكل المقابل :

النقطة  $A$  مسقط النقطة  $B$  على المستقيم  $L$



## مسقط نقطة مستقيمة على مستقيم

في الشكل المقابل :

$\overline{AB}$  قطعة مستقيمة معلومة

$L$  مستقيم معلوم في نفس المستوى.

من خلال دراستنا لمسقط نقطة على مستقيم نستطيع

إيجاد مسقط  $A$  على المستقيم  $L$  وهو  $A$  ، وكذلك مسقط  $B$  على المستقيم  $L$  وهو  $B$

وبالمثل يمكن إيجاد مسقط أي نقطة تنتمي إلى  $\overline{AB}$  على المستقيم  $L$

فنجد أن هذا المسقط ينتمي إلى  $\overline{AB}$

فمثلاً . إذا كانت :  $C \in \overline{AB}$  فإن  $C$  مسقط  $C$  على  $\overline{AB}$

، إذا كانت :  $D \in \overline{AB}$  فإن  $D$  مسقط  $D$  على  $\overline{AB}$  ، وهكذا ...

وبالتالي تكون القطعة المستقيمة  $\overline{AB}$  هي مسقط القطعة المستقيمة  $\overline{AB}$  على المستقيم  $L$  وبصفة عامة فإن

مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم هو القطعة المستقيمة التي طرفاها هما مسقطا طرفي القطعة المستقيمة الأصلية على هذا المستقيم.



والجدول التالي يبين العلاقة بين طول القطعة المستقيمة وطول مسقطها على المستقيم  $l$  :

| العلاقة                                       | مسقطها          | القطعة المستقيمة | الشكل |
|---|-----------------|------------------|-------|
| $\angle \alpha > \angle \beta$                | $\overline{AB}$ | $\overline{AB}$  |       |
| $\angle \alpha > \angle \beta$                | $\overline{AB}$ | $\overline{AB}$  |       |
| $\angle \alpha > \angle \beta$                | $\overline{AB}$ | $\overline{AB}$  |       |
| $\angle \alpha = \angle \beta$                | $\overline{AB}$ | $\overline{AB}$  |       |
| طول المسقط أصغر من $\angle \alpha$ ويساوي صفر | النقطة ح        | $\overline{AB}$  |       |

من الجدول نلاحظ أن :

طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم  $\geq$  طول القطعة نفسها.

### ٣ مسقط الشعاع على مستقيم

١ في الشكل المقابل :

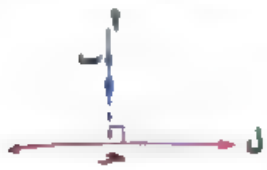


$\vec{AB}$  شعاع معلوم ،  $l$  مستقيم معلوم في نفس المستوى.  
 فإذا كان :  $A$  مسقط  $A$  على المستقيم  $l$  ،  $C$  مسقط  $B$  على المستقيم  $l$   
 فإن : الشعاع  $\vec{AB}$  هو مسقط الشعاع  $\vec{AB}$  على المستقيم  $l$   
 وإذا كانت :  $C \in \vec{AB}$  ،  $C \notin \vec{AB}$  وكانت  $C$  مسقط  $C$  على المستقيم  $l$   
 فإن :  $C \in \vec{AB}$  ،  $C \notin \vec{AB}$

وبصفة عامة :

مسقط شعاع على مستقيم غير عمودي عليه هو شعاع  $\supset$  المستقيم.

٢ في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\vec{AB} \perp l$  المستقيم  $l$   
 فإن : مسقط  $\vec{AB}$  على المستقيم  $l$  هو النقطة  $C$ .

وبصفة عامة :

الشعاع العمودي على مستقيم يكون مسقطه على هذا المستقيم نقطة تنتمي إلى المستقيم.

### ٤ مسقط مستقيم على مستقيم

١ في الشكل المقابل :

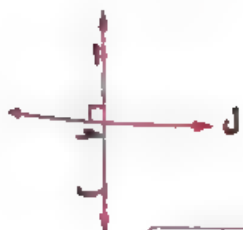


مسقط  $\vec{AB}$  على المستقيم  $l$  هو المستقيم  $\vec{AB}$  الذي هو المستقيم  $l$  نفسه

وبصفة عامة :

مسقط مستقيم على مستقيم آخر غير عمودي عليه هو ذلك المستقيم الآخر.

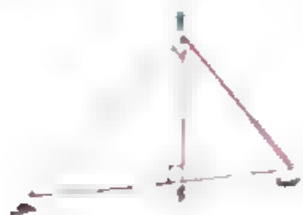
٢ في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\vec{AB} \perp l$  المستقيم  $l$   
 فإن : مسقط  $\vec{AB}$  على المستقيم  $l$  هو النقطة  $C$ .

وبصفة عامة :

مسقط مستقيم على مستقيم آخر عمودي عليه هو نقطة تقاطع المستقيمين.



مثال ١

في الشكل المقابل :

AB مثلث قائم الزاوية في A ،  $\overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{BC}$

أكمل ما يأتي :

- ١ مسقط AB على  $\overrightarrow{BC}$  هو .....
- ٢ مسقط BC على  $\overrightarrow{AB}$  هو .....
- ٣ مسقط AC على  $\overrightarrow{AE}$  هو .....
- ٤ مسقط AB على  $\overrightarrow{AE}$  هو .....

- ٢ مسقط AC على  $\overrightarrow{BC}$  هو .....
- ٤ مسقط BC على  $\overrightarrow{AB}$  هو .....
- ٦ مسقط AE على  $\overrightarrow{BC}$  هو .....

الحل

- |   |                       |
|---|-----------------------|
| ١ | $\overrightarrow{AB}$ |
| ٢ | النقطة E              |
| ٣ | $\overrightarrow{AC}$ |
| ٤ | $\overrightarrow{AE}$ |
| ٥ | $\overrightarrow{AE}$ |
| ٦ | $\overrightarrow{AE}$ |

مثال ٢

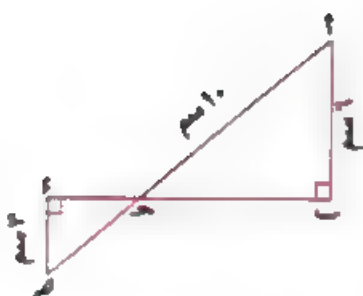
في الشكل المقابل :

$\overrightarrow{AE} \cap \overrightarrow{AD} = \{H\}$  ،  $\angle (DB) = \angle (DE) = 90^\circ$

AB = 6 سم ، AC = 10 سم ، BC = 8 سم

أوجد : طول مسقط AH على  $\overrightarrow{BC}$

الحل



$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$  ،  $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{BC}$  ،  $\therefore \overrightarrow{AD}$  مسقط AB على المستقيم BC

$\therefore \Delta ABC$  حقيقي :  $\angle (DB) = 90^\circ$

$\therefore (AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2$  ،  $(AC)^2 = (AH)^2 + (CH)^2$  ،  $64 = 2(6) - 2(10) = 2(AB)^2 - 2(AC)^2$  ،  $\therefore AB = 8$  سم

$\therefore \Delta ABC$  حقيقي ،  $\therefore \Delta AHC$  حقيقي

$\angle (DB) = \angle (DE) = 90^\circ$  ،  $\angle (DB) = \angle (DE)$  ،  $\angle (DB) = \angle (DE)$  (بالتقابل بالرأس)

$\therefore \angle (DB) = \angle (DE)$

$$\therefore \Delta \text{ ا ب ح } \sim \Delta \text{ ه د و } \text{ وينتج أن : } \frac{\text{ا ب}}{\text{ه د}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{د و}} = \frac{\text{ا ح}}{\text{ه و}}$$

$$\therefore \text{ه و} = \frac{8 \times 2}{6} = 4 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{10}{6} = \frac{8}{\text{ه و}} = \frac{7}{3}$$

$$\therefore \text{ب و} = \text{ب ح} + \text{ح و} = 8 + 4 = 12 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{طول مسقط ا ه على ب و} = 12 \text{ سم}$$

### حاول وحقق

في الشكل المقابل :

ا ب ح مثلث فيه : ا ب = ب ح = 5 سم

، ا ح = 8 سم ، ا د  $\perp$  ح ب ، ب ه  $\perp$  ا ح

أكمل ما يأتي :

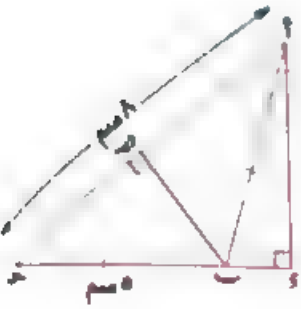
١) مسقط ا ب على ب ح هو .....

٢) طول مسقط ا ب على ا ح يساوي .....

٣) مسقط ا ب على ا د  $\equiv$  مسقط ..... على ا د

٤) طول مسقط ب ه على ا ح يساوي .....

٥) مساحة  $\Delta$  ا ب ح = .....



١) 5

٢) 4

٣) 10  
٤) 10

٥) 10

مراجعة

# تمارين 8

اخفصار  
تفاعله



أسئلة كتاب الوزارة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

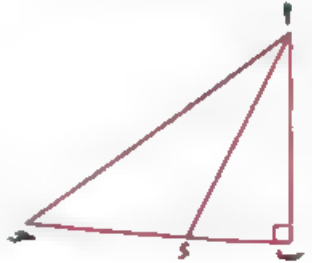
- ١ مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو .....  
 (أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (ج) شعاع. (د) مستقيم.
- ٢ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم ليس عمودياً عليها هو .....  
 (أ) شعاع. (ب) نقطة. (ج) قطعة مستقيمة. (د) مستقيم.
- ٣ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم عمودي عليها هو .....  
 (أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (ج) شعاع. (د) مستقيم.
- ٤ مسقط شعاع على مستقيم غير عمودي عليه هو .....  
 (أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (ج) شعاع. (د) مستقيم.
- ٥ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة المستقيمة نفسها.  
 (أ)  $\geq$  (ب)  $<$  (ج)  $\leq$  (د)  $=$
- ٦ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم عمودي عليها .....  
 (أ) أكبر من طول القطعة الأصلية. (ب) يساوي طول القطعة الأصلية.  
 (ج) أكبر من أو يساوي طول القطعة الأصلية.  
 (د) يساوي صفر.
- ٧ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم ..... طول القطعة الأصلية.  
 (أ)  $>$  (ب)  $<$  (ج)  $=$  (د)  $\neq$

في كل من الأشكال الآتية أوجد : ١ مسقط  $\ell$  على  $h$  ٢ مسقط  $AB$  على  $h$

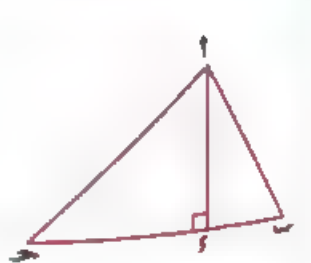


شكل (١)

٢٦٢



شكل (٢)



شكل (٣)

أكمل الجدول الآتي :

| المساقط  | الشكل | 1 | 2 | 3 |
|--|-------|---|---|---|
| مسقط $\overrightarrow{AC}$ على $\overrightarrow{BC}$ |       |   |   |   |
| مسقط $\overrightarrow{AB}$ على $\overrightarrow{BC}$ |       |   |   |   |
| مسقط $\overrightarrow{AC}$ على $\overrightarrow{AB}$ |       |   |   |   |
| مسقط $\overrightarrow{BC}$ على $\overrightarrow{AB}$ |       |   |   |   |

في الشكل المقابل :

ن (د ب) = ن (د ا ح د) = ٩٠° أكمل :

١ مسقط  $\overrightarrow{AD}$  على  $\overrightarrow{CD}$  هو .....

٢ مسقط  $\overrightarrow{AC}$  على  $\overrightarrow{CD}$  هو .....

٣ مسقط  $\overrightarrow{AC}$  على  $\overrightarrow{AB}$  هو .....

في الشكل المقابل :

$\overrightarrow{AB}$  ح مثلث قائم الزاوية في ب

$\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AD}$  ،  $\overrightarrow{CD} \perp \overrightarrow{AD}$

أكمل كلاً مما يأتي :

١ مسقط  $\overrightarrow{AD}$  على  $\overrightarrow{BC}$  = .....

٢ مسقط  $\overrightarrow{AD}$  على  $\overrightarrow{AC}$  = .....

٥ مسقط نقطة  $\overrightarrow{A}$  على  $\overrightarrow{CD}$  = .....

٧ مسقط  $\overrightarrow{AB}$  على  $\overrightarrow{CD}$  = .....

٢ مسقط  $\overrightarrow{AD}$  على  $\overrightarrow{AC}$  = .....

٤ مسقط نقطة  $\overrightarrow{C}$  على  $\overrightarrow{AB}$  = .....

٦ مسقط نقطة  $\overrightarrow{D}$  على  $\overrightarrow{AC}$  = .....

في الشكل المقابل

في القطع العمودية المرسومة من الرؤوس  
إلى الأضلاع المقابلة ومتقاطعة في م أكمل

- ١ مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{BC}$  هو .....  
 ٢ مسقط  $\overline{AC}$  على  $\overline{BC}$  هو .....  
 ٣ مسقط  $\overline{AC}$  على  $\overline{AB}$  هو .....  
 ٤ مسقط  $\overline{AM}$  على  $\overline{AB}$  هو .....  
 ٥ مسقط  $\overline{CM}$  على  $\overline{AB}$  هو .....

١. إذا كانت :  $\exists \vec{A} \vec{B}$  فإن مسقط  $\vec{A}$  على  $\vec{B}$  هو .....

- ٢ إذا كان :  $\overline{AB} \perp \overline{BC}$  فإن مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{AC}$  هو .....  
 ٣ في  $\Delta ABC$  إذا كان :  $\angle C = 90^\circ$  فإن مسقط  $\overline{BC}$  على  $\overline{AB}$  هو .....  
 ٤ في  $\Delta ABC$  القائم الزاوية في  $A$  ، مسقط  $\overline{B}$  على  $\overline{AC}$  هو .....

أب ح مث في ه : أ ب = أ ح = ٥ سم ، ب ح = ٦ سم  
أوجد :

- ١ طول مسقط  $AB$  على  $BC$   
٢ مساحة المثلث  $ABC$

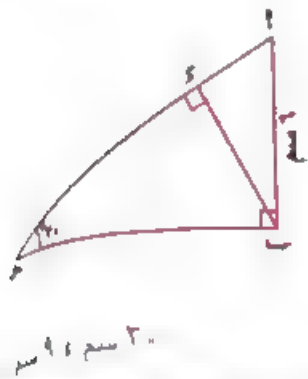
ا = س = ح = د = و = م = و = ا سم  
 م = و = ا سم  
 أوجد :

- ١ طول مسقط  $\vec{OM}$  على  $\vec{AM}$   
٢ طول مسقط  $\vec{OM}$  على  $\vec{AM}$



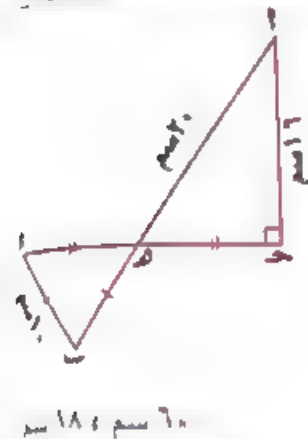
١٠ في الشكل المقابل :

- أ ب ح مثلث فيه :  $\angle (د ب) = 90^\circ$   
 $\angle (د ح) = 20^\circ$  ،  $ا ب = 6$  سم ،  $ب د \perp ا ح$   
 أوجد : ١ طول مسقط أ ب على أ ح  
 ٢ طول مسقط ب ح على أ ح



١١ في الشكل المقابل :

- أ ب ح د = { هـ } ، هـ منتصف ح د  
 $ا ح = 16$  سم ،  $ا هـ = 20$  سم  
 $ب د = ب هـ = 10$  سم  
 أوجد : ١ طول مسقط ب د على ح د  
 ٢ طول مسقط أ ب على ح د



١٢ في الشكل المقابل :

- أ ب ح د شبه منحرف فيه :  $ا ب \parallel د ح$   
 $\angle (د) = 90^\circ$  ،  $ا د = 12$  سم ،  $ب د = 13$  سم  
 $د ح = 25$  سم فإذا كان :  $ب هـ \perp د ح$   
 فأوجد : ١ طول مسقط ب ح على د ح  
 ٢ طول مسقط د ح على أ ب  
 ٣ مساحة شبه المنحرف أ ب ح د

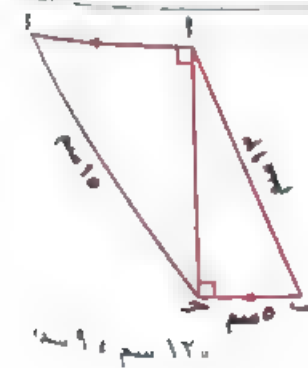


٢ طول مسقط أ ب على د ح

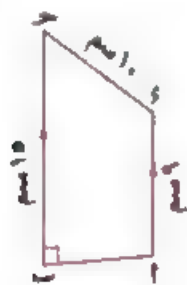
٣ مساحة شبه المنحرف أ ب ح د

١٣ في الشكل المقابل :

- $ا د \parallel ب ح$  ،  $ا ب = 13$  سم ،  $ب ح = 5$  سم  
 $\angle (د ا ح) = \angle (د ب ح) = 90^\circ$   
 أوجد : ١ طول مسقط أ ب على أ ح  
 ٢ طول مسقط ح د على ا د



١٤ إذا في الشكل المقابل :



٦ سم ، ٨ سم

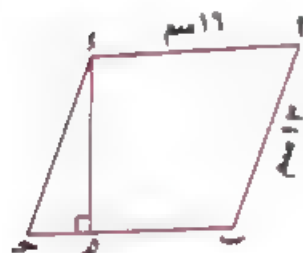
أ ب ح د شبه منحرف فيه :  $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$  ،  $\angle C = 90^\circ$  ،

، فإذا كان :  $AB = 9$  سم ،  $BC = 10$  سم ،  $AC = 15$  سم

أوجد : ١ طول مسقط  $\overline{DE}$  على  $\overline{AC}$

٢ طول مسقط  $\overline{DE}$  على  $\overline{AB}$

١٥ في الشكل المقابل :



٥ سم

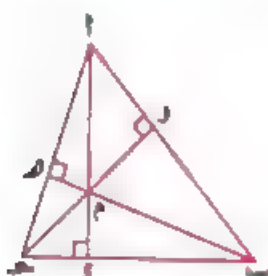
أ ب ح د متوازي أضلاع فيه :  $AB = 16$  سم

،  $BC = 12$  سم فإذا كان :  $DE \perp AB$

، مساحة متوازي الأضلاع أ ب ح د تساوي ١٩٢ سم<sup>٢</sup>

فأوجد : طول مسقط  $\overline{DE}$  على  $\overline{AB}$

١٦ في الشكل المقابل :



١٨ سم

أ ب ح د مثلث فيه :  $AD \perp BC$  ،  $BE \perp AC$  ،  $CF \perp AB$

،  $\{M\} = \overline{AD} \cap \overline{BE} \cap \overline{CF}$

١ اذكر ما يلي :

(أ) مسقط  $\overline{AD}$  على  $\overline{BC}$  (ب) مسقط  $\overline{BE}$  على  $\overline{AC}$

(ج) مسقط  $\overline{CF}$  على  $\overline{AB}$  (د) مسقط  $\overline{AM}$  على  $\overline{BC}$

٢ إذا كان :  $AM = 12$  سم ،  $BM = 10$  سم ،  $CM = 28$  سم

، مساحة  $\triangle ABC = 236$  سم<sup>٢</sup> فأوجد : طول مسقط  $\overline{AM}$  على  $\overline{BC}$



١٧ أ ب ح د مثلث فيه :  $\angle C = 120^\circ$  ،  $AB = 12$  سم

٦ سم

احسب : طول مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{AC}$



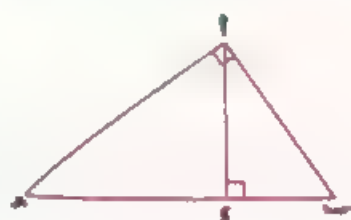
الدرس

4

## نظرية إقليدس

### نظرية إقليدس

مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية تساوي مساحة المستطيل الذي بعده طول مسقط هذا الضلع على الوتر ، وطول الوتر .



أى أن : إذا كان  $\triangle ABC$  مثلثاً قائم الزاوية في  $A$

$$D \in BC \text{ بحيث } AD \perp BC$$

فإن :

$$AB^2 = AD \times AC$$

$$AC^2 = AD \times AB$$

لاحظ أن :

$AD$  هو طول مسقط  $AB$  على  $BC$

$AD$  هو طول مسقط  $AC$  على  $BC$

### النتيجة

إذا كان  $\triangle ABC$  قائم الزاوية في  $A$  ،  $D \in BC$  بحيث  $AD \perp BC$

$$\text{فإن : } AB^2 = AD \times AC$$



يمكن استنتاج النتيجة السابقة كما يلي :

$\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $D$

$$\therefore (AB)^2 = (AD)^2 + (BD)^2 \quad (\text{فيثاغورث})$$

$$\therefore (AB)^2 - (AD)^2 = (BD)^2$$

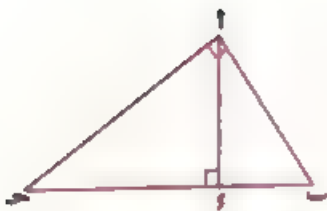
$$\text{ولكن } (AB)^2 = s^2 \times \text{ساح} \quad (\text{إقليدس})$$

$$\therefore (AD)^2 = s^2 \times \text{ساح} - (BD)^2 = s^2 - (s - \text{ساح})^2 = s^2 \times \text{ساح}$$

ملاحظة

إذا كان  $\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $A$ ،  $\exists s \in \overline{BC}$

$$\text{بحيث } \overline{AD} \perp \overline{BC} \text{ فإن : } \frac{AB \times AC}{BC} = s$$



وذلك لأن : مساحة  $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times \text{ساح} \times s = \frac{1}{2} \times AB \times AC$

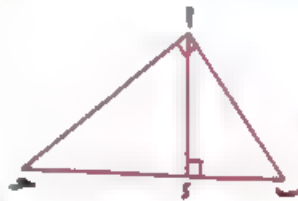
$$\therefore \frac{1}{2} \times \text{ساح} \times s = \frac{1}{2} \times AB \times AC \quad \therefore \text{ساح} \times s = AB \times AC$$

$$\therefore \frac{AB \times AC}{BC} = s$$

٢٢

يمكن استنتاج نظرية إقليدس ونتائجها باستخدام تشابه المثلثات كما يلي :

في الشكل المقابل :



$\exists s \in \overline{BC}$  بحيث  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

في  $\Delta ABC$ ،  $D \in BC$  :

$$\therefore \angle (DAB) = \angle (DBA) = 90^\circ \text{ مشتركة}$$

$$\therefore \angle (DAB) = \angle (DBA) \quad \therefore \Delta ABC \sim \Delta DAB \quad (١)$$

بالمثل في  $\Delta ABC$ ،  $D \in BC$  :  $\therefore \angle (DCA) = \angle (DCB) = 90^\circ$  مشتركة

$$\therefore \angle (DCA) = \angle (DCB) \quad \therefore \Delta ABC \sim \Delta DCA \quad (٢)$$

من (١) ، (٢) :  $\therefore \Delta ا س ح \sim \Delta س ا ح \sim \Delta ا ح س$

$$\therefore \Delta ا س ح \sim \Delta س ا ح \quad \therefore \frac{ا س}{ا ح} = \frac{ا ح}{س ح} \quad \therefore ا س \times س ح = ا ح^2$$

$$\therefore \Delta ا س ح \sim \Delta ا ح س \quad \therefore \frac{ا س}{ا ح} = \frac{ا ح}{س ح} \quad \therefore ا س \times س ح = ا ح^2$$

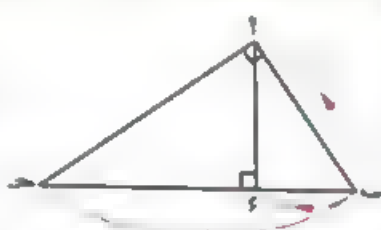
$$\therefore \Delta ا س ح \sim \Delta س ا ح \quad \therefore \frac{ا س}{س ح} = \frac{س ح}{ا ح} \quad \therefore ا س \times ا ح = س ح^2$$

$$\therefore \Delta ا س ح \sim \Delta ا ح س \quad \therefore \frac{ا ح}{ا س} = \frac{ا ح}{س ح} \quad \therefore ا ح \times س ح = ا س^2$$

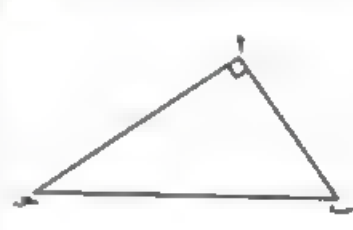
وفيما يلي ملخص لعلاقات نظرية فيثاغورث وإقليدس :



$$ا ح \times س ح = س^2$$



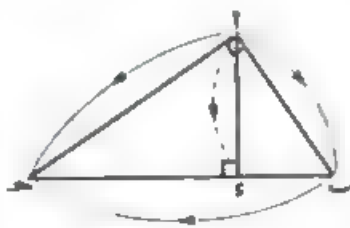
$$ا س \times س ح = ا ح^2$$



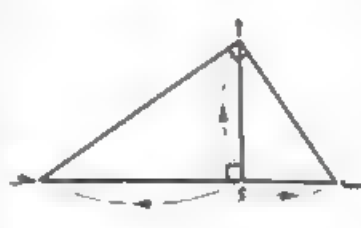
$$ا س^2 + ا ح^2 = س ح^2$$

$$ا س^2 - ا ح^2 = س^2$$

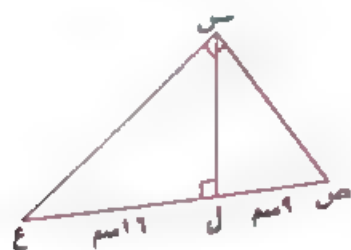
$$ا ح^2 - ا س^2 = س^2$$



$$\frac{ا س \times ا ح}{س} = س$$



$$ا س \times س ح = ا ح^2$$



في الشكل المقابل :

س ص ع مثلث قائم الزاوية في س ،  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  ع

حيث  $AD = 9$  سم ،  $BD = 16$  سم

أوجد : ١ طول س ص ٢ طول س ع ٣ طول س ل

الحل

المعطيات :  $\angle A = 90^\circ$  ،  $AD = 9$  سم ،  $BD = 16$  سم  
المطلوب : إيجاد كل من :

١ طول س ص ٢ طول س ع ٣ طول س ل

البرهان :  $\Delta$  س ص ع قائم الزاوية في س ،  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  ع

$$\therefore (س ص)^2 = ص ل \times ص ع \text{ (إقليدس)}$$

$$\therefore (س ص)^2 = ٢٥ \times ٩ = ٢٢٥ \quad \therefore س ص = ١٥ \text{ سم (المطلوب أولاً)}$$

$$\text{بالمثل : } (س ع)^2 = ع ل \times ع ص \text{ (إقليدس)}$$

$$\therefore (س ع)^2 = ٢٥ \times ١٦ = ٤٠٠ \quad \therefore س ع = ٢٠ \text{ سم (المطلوب ثانياً)}$$

$$\therefore (س ل)^2 = ل ص \times ل ع \text{ (نتيجة)}$$

$$\therefore (س ل)^2 = ١٦ \times ٩ = ١٤٤ \quad \therefore س ل = ١٢ \text{ سم (المطلوب ثالثاً)}$$

حل آخر لإيجاد طول س ل :

$$س ل = \frac{س ص \times س ع}{ص ع} = \frac{١٥ \times ٢٠}{٢٥} = ١٢ \text{ سم}$$

• كما يمكن إيجاد طول س ل من أي من المثلثين القائمين س ل ع ، س ل ص باستخدام نظرية فيثاغورث كالتالي :

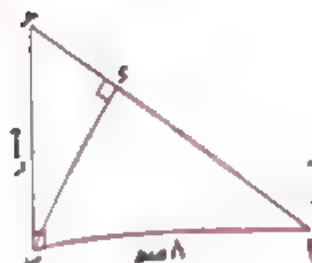
$$\text{في } \Delta س ل ص : (س ل)^2 = (س ص)^2 - (ص ل)^2$$

$$١٤٤ = ٨١ - ٢٢٥ = (٩)^2 - (١٥)^2 =$$

$$\therefore س ل = ١٢ \text{ سم}$$

مثال ٢

في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ،  $DE \perp AC$  بحيث  $DE \perp AC$

،  $AB = 8$  سم ،  $DE = 6$  سم أوجد :

|       |                        |
|-------|------------------------|
| ١ أ ب | ٢ طول مسقط ب ح على أ ح |
| ٣ ب   | ٤ طول مسقط أ ب على أ ح |

الحل

المعطيات : أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ،  $DE \perp AC$  ،  $AB = 8$  سم ،  $DE = 6$  سم

المطلوب : إيجاد : ١ أ ب ، ٢ طول مسقط ب ح على أ ح ، ٣ ب ، ٤ طول مسقط أ ب على أ ح

البرهان :  $\Delta$  أ ب ح قائم الزاوية في ب

$$\therefore (AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2 \text{ (فيثاغورث)}$$

$$\therefore (AB)^2 = 26 + 64 = 90 \therefore AB = 10 \text{ سم (المطلوب أولاً)}$$

$$\therefore DE \perp AC ، \angle (DAB) = 90^\circ$$

$$\therefore DE = \frac{AB \times BC}{AC} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8 \text{ سم (المطلوب ثانياً)}$$

$$\therefore \text{مسقط ب ح على أ ح هو د}$$

$$\therefore (BC)^2 = (BD) \times (BA) \text{ (إقليدس)}$$

$$\therefore BC = \frac{36}{10} = 3.6 \text{ سم (المطلوب ثالثاً)}$$



∴ مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{AC}$  هو  $\overline{AD}$

$$\therefore (AB)^2 = AC \times AD \quad (\text{إقليدس}) \quad \therefore 10 \times AC = 64$$

$$\therefore AC = \frac{64}{10} = 6.4 \text{ سم}$$

(المطلوب رابعاً)

### حاول بنفسك



في الشكل المقابل:  $AD$   $\perp$   $BC$  مثلث فيه:  $\angle C = 90^\circ$

$\exists$   $\overline{AD}$  بحيث  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$AB = 10$  سم،  $BC = 20$  سم أكمل ما يأتي:

$$1) (AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2 \quad (\dots\dots\dots)$$

$$2) (AB)^2 = AC \times \dots\dots\dots$$

$$3) (AC)^2 = AC \times \dots\dots\dots$$

$$4) (AD)^2 = AC \times \dots\dots\dots$$

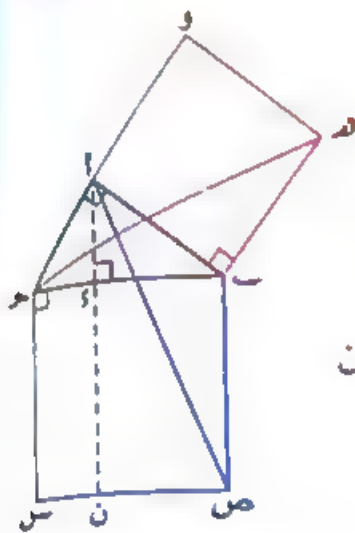
$$\therefore AC = \dots\dots\dots \text{ سم}$$

$$\therefore AD = \dots\dots\dots \text{ سم}$$

$$\therefore DC = \dots\dots\dots \text{ سم}$$

$$\therefore AB = \dots\dots\dots \text{ سم}$$

## النتائج النظرية (مستطيلات)



\* في الشكل المقابل :  $\triangle AEF$  مثلث قائم الزاوية في  $A$

، المربع  $ABGH$  و منشأ على أحد ضلعي القائمة  $\overline{AB}$

، المربع  $BCDE$  منشأ على الوتر  $\overline{AC}$

فإذا رسم  $EF \perp \overline{AC}$  ليقطع  $\overline{AC}$  في  $F$  ويقطع  $\overline{BC}$  في  $N$

، ورسم  $AG$ ،  $AG \perp \overline{BG}$

فإن :  $\angle AEF = \angle AGH = 90^\circ$  (د  $\triangle AEF$ )

،  $\angle EAF = \angle GAH$  (د  $\triangle AEF$ )  $\therefore \angle AEF = \angle AGH$  (د  $\triangle AEF$ )

$AE = AG$  (ضلعان في المربع  $ABGH$ )

،  $\triangle AEF \cong \triangle AGH$  :  $\therefore AE = AG$ ،  $AF = GH$  (ضلعان في المربع  $BCDE$ )  
 $\angle AEF = \angle AGH$  (د  $\triangle AEF$ ) = (د  $\triangle AGH$ ) (إثباتاً)

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AGH$

$\therefore$  مساحة  $\triangle AEF$  = مساحة  $\triangle AGH$

،  $\therefore$  مساحة  $\triangle AEF = \frac{1}{2}$  مساحة المربع  $ABGH$

، مساحة  $\triangle AEF = \frac{1}{2}$  مساحة المستطيل  $BCDE$

$\therefore$  مساحة المربع  $ABGH$  = مساحة المستطيل  $BCDE$

،  $\therefore$  مساحة المربع  $ABGH = (AB)^2$

، مساحة المستطيل  $BCDE = BC \times CD = BC \times AB$  (لاحظ أن :  $BC = AB$ )

$\therefore (AB)^2 = BC \times AB$

أي أن : مساحة المربع المنشأ على  $\overline{AB}$  (أحد ضلعي القائمة) = مساحة المستطيل الذي

بعده طول  $BC$  (مسقط  $\overline{AB}$  على الوتر  $\overline{AC}$ ) و طول الوتر  $\overline{AC}$

وبالمثل يمكن إثبات أن :  $(AC)^2 = BC \times AB$

أي أن : مساحة المربع المنشأ على  $\overline{AC}$  = مساحة المستطيل الذي بعده طول  $BC$  (مسقط  $\overline{AC}$

على الوتر  $\overline{AC}$ ) و طول الوتر  $\overline{AC}$



أسئلة كتاب الوزارة

1 في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في أ ،  $\overline{د أ} \perp \overline{ب ح}$

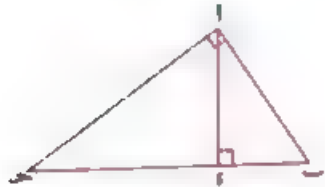
أكمل كلاً مما يأتي :

1 (أ ح)  $\dots + \dots = \dots$

2 (أ ح)  $\dots - \dots = \dots$

3 (أ ح)  $\dots \times \dots = \dots$

4 (أ ح)  $\dots \times \dots = \dots$



4 (د أ)  $\dots \times \dots = \dots$

6  $\Delta \text{ أ ب ح} \sim \Delta \dots \sim \Delta \dots$

2 في الشكل المقابل :

$\Delta \text{ أ ب ح}$  فيه :  $\angle \text{د أ ب} = 90^\circ$

أ ب = 4 سم ، أ ح = 5 سم ،  $\overline{ب د} \perp \overline{أ ح}$  أكمل :

أ ب ح =  $\dots$  سم | أ د =  $\dots$  سم

2 ب د =  $\dots$  سم | 4 مساحة  $\Delta \text{ ب د ح} = \dots$  سم



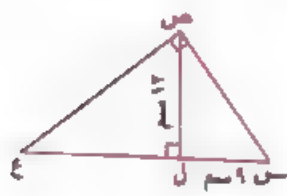
2 في الشكل المقابل :

س ص ع مثلث فيه :  $\angle \text{د س ص} = 90^\circ$

ل  $\exists$  س ع بحيث  $\overline{ص ل} \perp \overline{س ع}$

س ل = 9 سم ، ص ل = 12 سم أوجد :

1 طول س ص | 2 طول ل ع | 3 طول ع ص

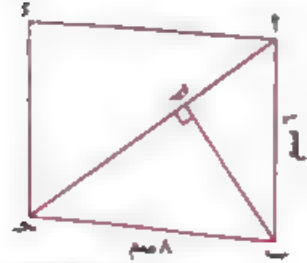


4 في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل فيه : أ ب = 6 سم ، ب ح = 8 سم

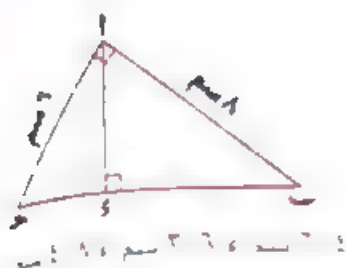
م  $\exists$  أ ح بحيث  $\overline{ب م} \perp \overline{أ ح}$

أوجد طول كل من : 1 ب م | 2 ح م



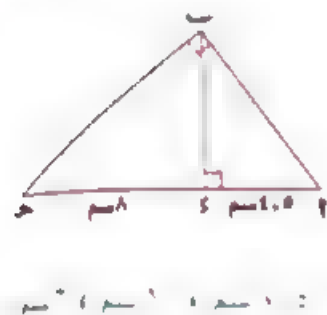
أ ب = 6 سم ، ب ح = 8 سم

٥٠ في الشكل المقابل :



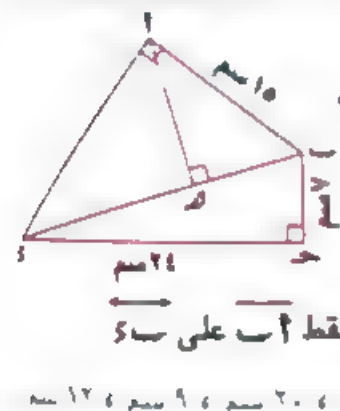
أ ب ح مثلث فيه :  $\angle (د ب ح) = 90^\circ$   
 $\overline{د أ} \perp \overline{ب ح}$  ،  $أ ب = 8$  سم ،  $أ ح = 6$  سم  
 أوجد كلاً من :  $د ب$  ،  $د ح$  ،  $ب ح$

٦ في الشكل المقابل :



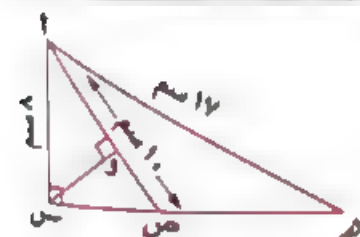
أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب  
 $\overline{د ب} \perp \overline{أ ح}$   
 فإذا كان :  $د ب = 4$  ،  $أ ب = 8$  سم  
 فأوجد : طول كل من  $\overline{أ ب}$  ،  $\overline{ب ح}$  ،  $\overline{د ح}$

٧ في الشكل المقابل :



أ ب ح د شكل رباعي فيه :  $\angle (د ب ح) = \angle (د ب أ) = 90^\circ$   
 $\overline{أ ه} \perp \overline{ب د}$  ،  $أ ب = 7$  سم ،  $د ح = 24$  سم  
 $أ ب = 15$  سم  
 أوجد : ١ طول كل من :  $د ب$  ،  $د ح$   
 ٢ طول مسقط  $\overline{أ ب}$  على  $\overline{د ح}$   
 ٣ طول مسقط  $\overline{د ح}$  على  $\overline{أ ه}$

٨ في الشكل المقابل :



أ ب ح د مثلث قائم الزاوية في ب ،  $\overline{د ب} \perp \overline{أ ح}$   
 حيث  $د ب \parallel ح د$  ،  $د ب \parallel أ ح$  ،  $أ ب = 8$  سم  
 $أ ح = 10$  سم ،  $د ح = 17$  سم  
 أوجد : ١ طول مسقط  $\overline{أ ح}$  على  $\overline{د ب}$   
 ٢ طول  $\overline{د ب}$   
 ٣ طول  $\overline{أ د}$

٢ طول  $\overline{د ب}$

٤ مساحة  $\triangle أ ب ح$

٦ سم ، ٨ سم ، ٤ سم ، ٦ سم ، ٦ سم ، ٦ سم



٧.٢٠ سم ، ١٢ سم ، ١٦ سم

٩ في الشكل المقابل :

من ص ع مثلث فيه :  $\angle (ل ص) = 90^\circ$

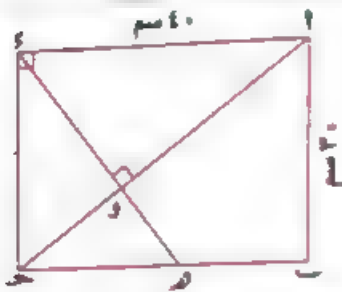
،  $ص ل \perp$  من ع حيث  $ل \in$  من ع

فإذا كان : ص ع = ١٢ سم ، ص ل = ٩.٦ سم فأوجد :

١ طول مسقط ص ع على من ع

٢ طول مسقط من ص على من ع

٣ طول مسقط من ع على من ص



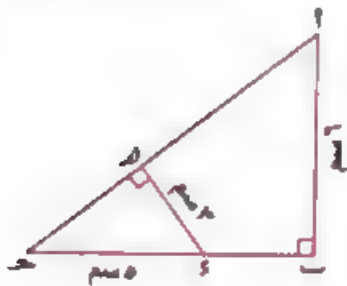
٣٢ سم ، ٢٤ سم ، ٢٢ سم

١٠ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل فيه : أ ب = ٣٠ سم ، د ب = ٤٠ سم

،  $د م \perp$  أ ح يقطع أ ح في و ، يقطع ب ح في م

أوجد : طول كل من أ و ، د و ، م ح



١٠٠ سم ، ٣٦ سم

١١ في الشكل المقابل :

المثلث أ ب ح قائم الزاوية في ب

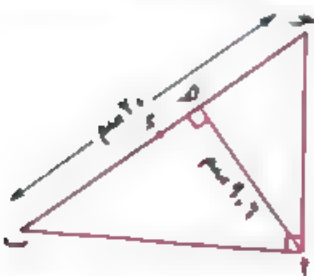
،  $د م \perp$  أ ح ، أ ب = ٦ سم

، م د = ٢ سم ، ح د = ٥ سم

أثبت أن :  $\triangle ح م د \sim \triangle ح ب أ$

وأوجد : طول أ ح

ثم أوجد : طول مسقط أ ب على أ ح



١٦ سم ، ١٢ سم

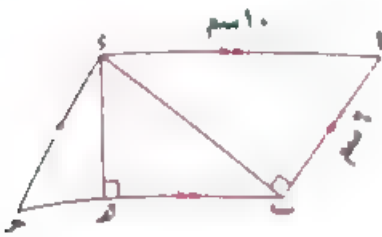
١٢ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في أ

،  $د م \in$  ب ح بحيث  $أ م \perp$  ب ح

، د منتصف ب ح ، أ م = ٩.٦ سم ، ب ح = ٢٠ سم

أوجد : طول كل من أ ب ، أ ح



١٣ في الشكل المقابل:  $\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  متوازي أضلاع فيه:

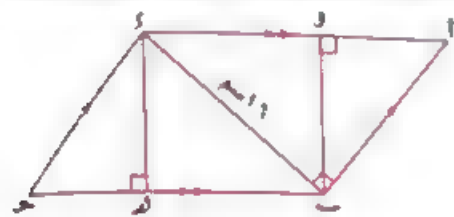
$$\overline{AB} = 6 \text{ سم} ، \overline{AE} = 10 \text{ سم} ، \overline{EF} \perp \overline{AD}$$

رسم  $\overline{EF} \perp \overline{AD}$  أوجد:

١ مساحة متوازي الأضلاع  $\overline{ABCD}$  ٢ طول مسقط  $\overline{E}$  على  $\overline{AD}$

$$٤٨٠ \text{ سم}^2 ، ٦.٤ \text{ سم} ، ١.٨٤ \text{ سم}.$$

٢ طول  $\overline{EF}$



١٤ في الشكل المقابل:

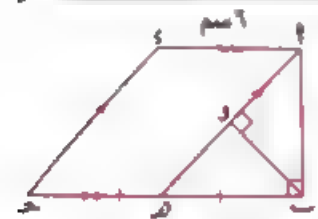
$$\overline{AB} \text{ و } \overline{CD} \text{ متوازي أضلاع ، } \angle A = 90^\circ$$

$$\overline{EF} \perp \overline{AD} ، \overline{EF} \perp \overline{BC}$$

فإذا كانت مساحة متوازي الأضلاع تساوي  $192 \text{ سم}^2$  ، وكان  $\overline{EF} = 16 \text{ سم}$

فأوجد: مساحة المستطيل  $\overline{EFGH}$

$$١٢٢.٨٨٠ \text{ سم}^2$$



١٥ في الشكل المقابل:

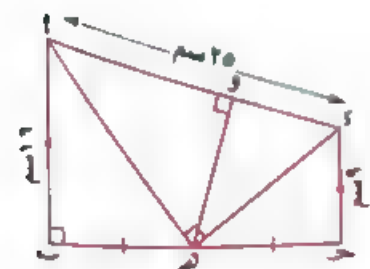
$\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  شبه منحرف مساحته  $72 \text{ سم}^2$  فيه:

$$\overline{EF} \parallel \overline{AB} ، \angle A = 90^\circ ، \overline{EF} = 6 \text{ سم}$$

$\overline{EF}$  منتصف  $\overline{AC}$  ،  $\exists \overline{AM} \perp \overline{BC}$  بحيث  $\overline{AM} \perp \overline{BC}$  ،  $\overline{AM} \parallel \overline{EF}$

أوجد: طول  $\overline{BC}$

$$٤.٨٠$$



١٦ في الشكل المقابل:

$\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  شبه منحرف فيه:  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

$$\angle A = 90^\circ ، \overline{EF}$$
 منتصف  $\overline{AC}$

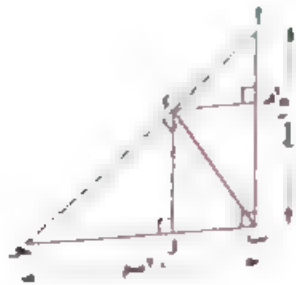
$$\overline{AB} = 16 \text{ سم} ، \overline{AE} = 25 \text{ سم} ، \overline{EF} = 9 \text{ سم}$$

$$\overline{AM} \perp \overline{BC} ، \overline{AM} \perp \overline{CD}$$

أوجد: (١) مساحة شبه المنحرف  $\overline{ABCD}$

(٢) طول مسقط  $\overline{A}$  على  $\overline{CD}$

$$٢٠٠٠ \text{ سم}^2 ، ١٦ \text{ سم}$$



١٥ سم ، ٢٠ سم

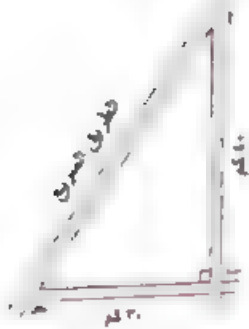
١. ب. ح مثلث قائم الزاوية في ب

ب. ح  $\perp$  أ. ح ، د. ح  $\perp$  أ. ب ، د. ح  $\perp$  ب. ح

فإذا كان : أ. ب = ١٥ سم ، ب. ح = ٢٠ سم

فأوجد : طول كل من د. ح ، د. ب

تمارين



٢٤ كم

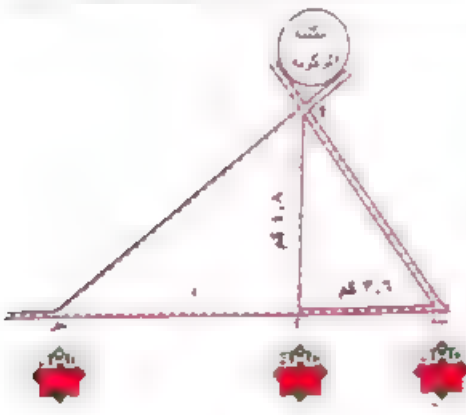
١٨ الشكل المقابل يوضح رسمًا تخطيطيًا لثلاث قرى زراعية

أ ، ب ، ح ويراد إنشاء سوق للمنتجات الزراعية يقع

على الطريق السريع ثم عمل طريق يصل بينه وبين

القرية ب بحيث يكون طول الطريق أقل ما يمكن.

وضح كيف يمكن ذلك. ثم أوجد طول هذا الطريق.



٦.٤ كم

١٩ يراد إنشاء محطة مترو في إحدى المحافظات بين

محطتين بحيث تبعد عن إحدهما مسافة ٣.٦ كم

، وتكون أقصر مسافة بينها وبين المكتبة المركزية

بالمحافظة ٤.٨ كم فإذا علمت أن الطريقين بين

المكتبة المركزية ومحطتي المترو ، ح متعامدان ،

فأوجد بطريقتين مختلفتين المسافة بين محطة المترو

المراد إنشاءها ومحطة المترو ح



## المتفوقين



## ٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث قائم الزاوية في أ

،  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$  بحيث  $D \in \overline{BC}$

إذا كان :  $AD = 12$  سم

،  $BC = 25$  سم ،  $AD > DC$

احسب طول كل من :

١  $\overline{AB}$  ومسقطه على  $\overline{BC}$

٢  $\overline{AC}$  ومسقطه على  $\overline{BC}$

إرشاد : المرفوض أن  $AD = DC$  سم

٢٠ سم ، ١٦ سم

١٥ سم ، ٩ سم

٢١ س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص ،  $\overline{VL} \perp \overline{SE}$  ،  $\overline{VL} \cap \overline{SE} = \{L\}$ 

بحيث  $SL = \frac{9}{4}$  س ع أثبت أن : س ص : ص ع = ٤ : ٣

## قريباً بالمكتبات

الدار

في الرياضيات  
و اللغة الإنجليزية

المراجعة النهائية  
ونماذج الامتحانات



## المثلثات طبق نوع المثلث بالنسبة لزاياه

وسبق أن درست أن نوع المثلث بالنسبة لزاياه يتحدد بنوع أكبر زواياه قياساً.  
فإذا كان  $\Delta ABC$  فيه :  $\angle B$  أكبر زواياه قياساً فإن :

١ إذا كان :  $\angle B = 90^\circ$   
(أي أن :  $\angle B$  قائمة)

كان : المثلث  $ABC$  قائم الزاوية.

٢ إذا كان :  $\angle B < 90^\circ$   
(أي أن :  $\angle B$  منفرجة)

كان : المثلث  $ABC$  منفرج الزاوية.

٣ إذا كان :  $\angle B > 90^\circ$   
(أي أن :  $\angle B$  حادة)

كان : المثلث  $ABC$  حاد الزوايا.

ملاحظة

في أي مثلث (قائم أو حاد أو منفرج) يكون :

طول أي ضلع أكبر من الفرق بين طولي الضلعين الآخرين وأقل من مجموع طولييهما.

أي أنه إذا كان :  $ABC$  مثلثاً فإن :

$$AB + AC > BC \quad AB + BC > AC \quad AC + BC > AB$$

$$AB - AC < BC \quad AB - BC < AC \quad AC - BC < AB$$

## أطوال أضلاع

لتحديد نوع المثلث بالنسبة لزواياه متى علمت أطوال أضلاعه نقارن بين مربع طول الضلع الأكبر في المثلث ومجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين ومن خلال هذه المقارنة يمكن تحديد نوع المثلث كما يلي :



**تذكروا**

من نظرية فيثاغورث إذا كان  $\Delta ABC$  فيه  $c^2 = (a^2 + b^2) = 90^\circ$   
فإن :  $c^2 = (a^2 + b^2)$

\* نفرض أن :

$ABC$  مثلث فيه :

$c^2 < (a^2 + b^2)$  أكبر الأضلاع طولاً فإذا كان :

$$(1) \quad c^2 = (a^2 + b^2)$$

فإن :  $c^2 = (a^2 + b^2) = 90^\circ$

ويكون :  $\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $C$

أي أنه :

إذا كان مربع طول الضلع الأكبر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم الزاوية.

$$(2) \quad c^2 < (a^2 + b^2)$$

فإن :  $c^2 < (a^2 + b^2) < 90^\circ$

ويكون :  $\Delta ABC$  منفرج الزاوية في  $C$

أي أنه :

إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أكبر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث منفرج الزاوية.

$$(3) \quad c^2 > (a^2 + b^2)$$

فإن :  $c^2 > (a^2 + b^2) > 90^\circ$

ويكون :  $\Delta ABC$  حاد الزوايا.

أي أنه :

إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أقل من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث حاد الزوايا.

في كل مما يأتي حدد نوع المثلث  $\triangle ABC$  بالنسبة لزاياه إذا كان :

١  $\angle A = 40^\circ$  سم ،  $\angle B = 50^\circ$  سم ،  $\angle C = 70^\circ$  سم

٢  $\angle A = 50^\circ$  سم ،  $\angle B = 120^\circ$  سم ،  $\angle C = 12^\circ$  سم

٣  $\angle A = 11^\circ$  سم ،  $\angle B = 8^\circ$  سم ،  $\angle C = 9^\circ$  سم

الحل

١  $\therefore \angle A$  أكبر الأضلاع طولاً  $\therefore \angle A = 40^\circ = \angle C = 70^\circ$  .

$41 = 20 + 16 = \angle B + \angle C = \angle A + \angle C$  ،

$\therefore \angle A + \angle B < \angle C$  .  $\therefore \triangle ABC$  منفرج الزاوية في  $B$

٢  $\therefore \angle B$  أكبر الأضلاع طولاً  $\therefore \angle B = 120^\circ = \angle C = 12^\circ$  .

$169 = 144 + 25 = \angle A + \angle C = \angle A + \angle B$  ،

$\therefore \angle A + \angle B = \angle C$  .  $\therefore \triangle ABC$  قائم الزاوية في  $A$

٣  $\therefore \angle A$  أكبر الأضلاع طولاً  $\therefore \angle A = 11^\circ = \angle B = 8^\circ$  .

$140 = 81 + 64 = \angle C + \angle B = \angle A + \angle B$  ،

$\therefore \angle A + \angle B > \angle C$  .  $\therefore \triangle ABC$  حاد الزوايا.

### حاول بنفسك ١

في كل مما يأتي حدد نوع المثلث  $\triangle ABC$  بالنسبة لزاياه :

١  $\angle A = 30^\circ$  سم ،  $\angle B = 50^\circ$  سم ،  $\angle C = 40^\circ$  سم

٢  $\angle A = 90^\circ$  سم ،  $\angle B = 80^\circ$  سم ،  $\angle C = 6^\circ$  سم

٣  $\angle A = 12^\circ$  سم ،  $\angle B = 7^\circ$  سم ،  $\angle C = 9^\circ$  سم

## ملاحظات

- 1 لتحديد نوع زاوية في مثلث نقارن بين مربع طول الضلع المقابل للزاوية المراد تحديد نوعها ومجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين.
- 2 أكبر زوايا المثلث قياساً تقابل أكبر أضلاع المثلث طولاً.
- 3 في أي مثلث توجد زاويتان حادتان على الأقل.

## مثال 2

في كل مما يأتي حدد نوع  $\Delta$  في  $\Delta ABC$  إذا كان :

- 1  $AB = 6$  سم ،  $BC = 7$  سم ،  $AC = 8$  سم
- 2  $AB = 12$  سم ،  $BC = 15$  سم ،  $AC = 9$  سم
- 3  $AB = 12$  سم ،  $BC = 20$  سم ،  $AC = 15$  سم

## الحل

لاحظ أن :

$\Delta$  تقابل الضلع  $BC$  في  $\Delta ABC$

$$1 \quad \therefore BC^2 = (7)^2 = 49$$

$$AB^2 + AC^2 = (6)^2 + (8)^2 = 36 + 64 = 100$$

$$100 = 64 + 36 =$$

$$\therefore BC^2 < AB^2 + AC^2 \quad \therefore \Delta ABC \text{ حادة.}$$

$$2 \quad \therefore BC^2 = (15)^2 = 225$$

$$AB^2 + AC^2 = (12)^2 + (9)^2 = 144 + 81 = 225$$

$$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \therefore \Delta ABC \text{ قائمة.}$$

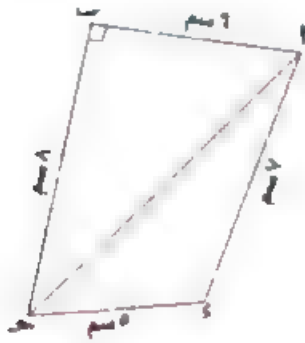
$$3 \quad \therefore BC^2 = (20)^2 = 400$$

$$AB^2 + AC^2 = (12)^2 + (15)^2 = 144 + 225 = 369$$

$$\therefore BC^2 > AB^2 + AC^2 \quad \therefore \Delta ABC \text{ منفرجة.}$$

مثال ٢

في الشكل المقابل :



أحـ شكل رباعي فيه  $90^\circ = \angle B$  ،  $AB = 6$  سم ،  $BC = 8$  سم ،  $CD = 10$  سم ،  $DA = 14$  سم  
حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أـ حـ دـ

الحل

المعطيات :  $\angle B = 90^\circ$  ،  $AB = 6$  سم ،  $BC = 8$  سم ،  $CD = 10$  سم ،  $DA = 14$  سم

المطلوب تحديد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أـ حـ دـ

البرهان :  $\Delta ABC$  فيه :  $\angle B = 90^\circ$

$$(1) \quad \therefore \angle A = \angle C = \angle B = 90^\circ \quad \because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 10^\circ \text{ سم} ، \angle C = 10^\circ \text{ سم} ، \angle B = 10^\circ \text{ سم}$$

$\therefore$  أكبر أضلاع  $\Delta ABC$  طولاً .  $\therefore$  أكبر زوايا  $\Delta ABC$  قياساً .

$$(2) \quad \therefore \angle A = 10^\circ \text{ سم} ، \angle C = 10^\circ \text{ سم} ، \angle B = 10^\circ \text{ سم}$$

$$\text{من (1) ، (2) : } \therefore \angle A + \angle C < \angle B$$

$\therefore$  دـ منفرجة . (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أـ حـ دـ إذا كان :

$$AB = 1 \text{ سم} ، BC = 7 \text{ سم} ، CD = 10 \text{ سم} ، DA = 14 \text{ سم}$$

١. أـ حـ دـ

٢. أـ حـ دـ

٣. أـ حـ دـ



# تمارين 10

في كل مسألة من التمارين 10 إلى 17، اكتب إجابتك في المكان المخصص لذلك.

أسئلة كتاب الوزارة

في كل مما يأتي حدد نوع المثلث  $\triangle ABC$  بالنسبة لزاوياه إذا كان :

1)  $\angle A = 12^\circ$  سم ،  $\angle B = 14^\circ$  سم ،  $\angle C = 15^\circ$  سم

2)  $\angle A = 8^\circ$  سم ،  $\angle B = 7^\circ$  سم ،  $\angle C = 2^\circ$  سم

3)  $\angle A = 25^\circ$  سم ،  $\angle B = 15^\circ$  سم ،  $\angle C = 20^\circ$  سم

حدد نوع  $\triangle ABC$  في  $\triangle ABC$  إذا كان :

$\angle A = 4^\circ$  سم ،  $\angle B = 5^\circ$  سم ،  $\angle C = 7^\circ$  سم

حدد نوع  $\triangle ABC$  في  $\triangle ABC$  إذا كان  $\angle A = 6^\circ$  سم ،  $\angle B = 10^\circ$  سم ،  $\angle C = 8^\circ$  سم

حدد نوع  $\triangle ABC$  في  $\triangle ABC$  إذا كان  $\angle A = 10^\circ$  سم ،  $\angle B = 12^\circ$  سم ،  $\angle C = 15^\circ$  سم

حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في  $\triangle ABC$  حيث :

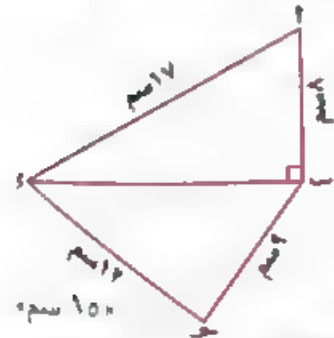
1)  $\angle A = 9^\circ$  سم ،  $\angle B = 10^\circ$  سم ،  $\angle C = 12^\circ$  سم

2)  $\angle A = 5^\circ$  سم ،  $\angle B = 12^\circ$  سم ،  $\angle C = 13^\circ$  سم

3)  $\angle A = 7^\circ$  سم ،  $\angle B = 16^\circ$  سم ،  $\angle C = 14^\circ$  سم

وبين نوع المثلث بالنسبة لزاوياه.

في الشكل المقابل :



1)  $\triangle ABC$  شكل رباعي فيه :  $\angle A = 8^\circ$  سم ،  $\angle B = 9^\circ$  سم

،  $\angle C = 12^\circ$  سم ،  $\angle D = 17^\circ$  سم ،  $\angle E = 1^\circ$  سم

أوجد طول مسقط  $DE$  على  $AB$

2) بين نوع  $\triangle ABC$  بالنسبة لزاوياه.

في الشكل المقابل :

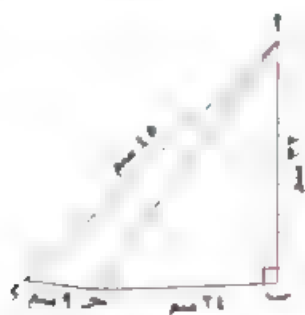


1)  $\triangle ABC$  متوازي أضلاع فيه :  $\angle A = 15^\circ$  سم

،  $\angle B = 8^\circ$  سم ،  $\angle C = 19^\circ$  سم

أثبت أن  $\triangle ABC$  منفرجة.



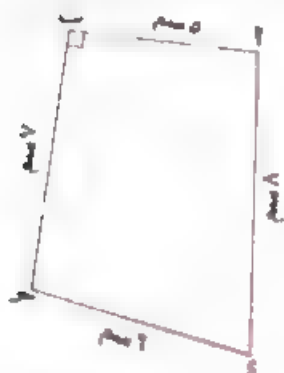


٨ في الشكل المقابل :

أحـ شكل رباعي فيه :  $\angle A = 90^\circ$  ،  $AB = 22$  سم

،  $BC = 24$  سم ،  $CD = 9$  سم ،  $AD = 40$  سم

أثبت أن : المثلث  $ACD$  منفرج الزاوية.



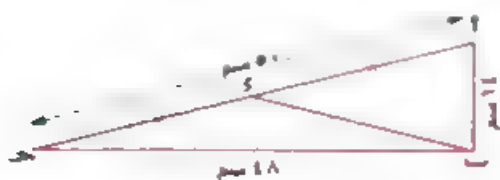
٩ في الشكل المقابل :

أحـ شكل رباعي فيه :  $\angle A = 90^\circ$

،  $AB = 5$  سم ،  $BC = 7$  سم

،  $CD = 8$  سم ،  $DA = 6$  سم

أثبت أن :  $CD$  حادة.



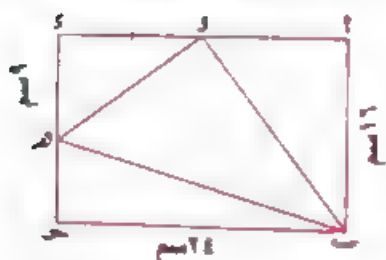
١٠ في الشكل المقابل :

بـ متوسط في المثلث  $ABC$

،  $AB = 14$  سم ،  $BC = 48$  سم

،  $AC = 50$  سم

أثبت أن :  $CD$  منفرجة.



١١ في الشكل المقابل :

أحـ مستطيل فيه :  $AB = 16$  سم

،  $BC = 24$  سم ،  $BE$  حيث  $E$  سم  $9$

بين نوع  $\triangle ABE$  والنسبة لزاياه.

١٢ أحـ معين فيه :  $AB = 16$  سم ،  $BC = 12$  سم أثبت أن :  $\triangle ABE$  حاد الزوايا.

١٣ أحـ شكل رباعي فيه :  $AB = 8$  سم ،  $BC = 9$  سم ،  $CD = 12$  سم

،  $DA = 17$  سم فإذا كان :  $\angle A = 90^\circ$

أوجد : طول مسقط  $A$  على  $BC$  وحدد نوع المثلث  $ABC$  بالنسبة لقياسات زواياه. ١٥٠ سم

١٤ في المثلث  $ABC$  :  $(AB)^2 < (AC)^2 + (BC)^2$  ،  $AB = 15$  سم ،  $AC = 13$  سم ،  
رُسمت  $AD \perp BC$  تقطعه في  $D$  وكان  $AD = 12$  سم أوجد : طول  $BC$  .

١٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مثلث أطوال أضلاعه ٥ سم ، ١٢ سم ، ١٣ سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

- (١) ٣٠ (ب) ٣٢.٥ (ج) ٧٨ (د) ٦٠

٢  $ABC$  مثلث منفرج الزاوية في  $A$  فيه :  $AB = 4$  سم ،  $BC = 7$  سم

فإن :  $AC$  يمكن أن يكون .....

- (١) ٥ (ب) ٦ (ج) ٧ (د) ٨

٣  $ABC$  مثلث منفرج الزاوية في  $B$  فيه :  $AB = 5$  سم ،  $BC = 3$  سم

فإن :  $AC$  يمكن أن يكون .....

- (١) ٤ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ٨

٤  $ABC$  مثلث حاد الزوايا فيه :  $AB = 6$  سم ،  $BC = 8$  سم

فإن : طول  $AC$  يمكن أن يكون .....

- (١) ٢ (ب) ٦ (ج) ١٠ (د) ١٤

٥  $ABC$  مثلث فيه :  $(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2$  ،  $\angle C = 40^\circ$

فإن :  $\angle D = \dots\dots\dots$

- (١)  $40^\circ$  (ب)  $50^\circ$  (ج)  $90^\circ$  (د)  $140^\circ$

٦ المثلث المتساوي الساقين الذي طولاه ضلعين فيه ٢ سم ، ٤ سم

تكون أكبر زواياه .....

- (١) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

١٦ أكمل ما يأتي :

١ في  $\triangle ABC$  إذا كان :  $(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$  فإن :  $\angle C = \dots\dots\dots$

٢ في  $\triangle ABC$  إذا كان :  $(AB)^2 > (AC)^2 + (BC)^2$  فإن :  $\angle C$  تكون .....

٣ في  $\triangle ABC$  إذا كان :  $(AB)^2 < (AC)^2 + (BC)^2$  فإن :  $\angle C$  تكون .....

- ١٠ في  $\Delta$  من ص ع إذا كان  $(ص ع) = (ع س) + (ص ع)$  فإن د ع تكون .  
 ١١ في  $\Delta$  من ص ع إذا كان  $(ص ع) < (ع س) - (ص ص)$  فإن د ص تكون .  
 ١٢ في  $\Delta$  ا ب ح إذا كان  $(ا ب) = (ا ح) - (ب ح)$  فإن د ح تكون .  
 ١٣ في  $\Delta$  ا ب ح إذا كان  $(ا ح) + (ب ح) = (ا ب) - ٥$  فإن د ح تكون .  
 ١٤ في  $\Delta$  ا ب ح إذا كان  $(ا ح) - (ا ب) = (ب ح) - ٣$  فإن د ب تكون .  
 ١٥ في  $\Delta$  ا ب ح إذا كان  $(ا ب) + (ب ح) = ٤٨$  سم  
 ، ا ح = ٧ سم فإن د ب تكون .  
 ١٦ في المثلث من ص ع إذا كان  $٩٠^\circ < ق (د ص) < ١٨٠^\circ$   
 يكون (س ع) . . . . . (س ص) + (ص ع)  
 ١٧ إذا كانت د ا تنقسم د ب في المثلث ا ب ح فإن (ا ب) . . . . . (ا ح) + (ب ح)  
 ١٨ إذا كان طولاً ضلعين في مثلث ٣ سم ، ٥ سم فإن طول الضلع الثالث تنحصر قيمته

بين : .....

- ١٩ المثلث ا ب ح الذي أطوال أضلاعه ٦ ، ٨ ، ١١ يشابه المثلث من ص ع  
 فإن المثلث من ص ع يكون . . . . . (بالنسبة لزواياه)  
 ٢٠ في  $\Delta$  من ص ع إذا كان : (س ع - س ص) (س ع + س ص) > (ع ص)  
 فإن د ص تكون . . . . .



٢١ ا ب ح مثلث فيه : ا ب = ١٣ سم ، ب ح = ١١ سم ، ا ح = ٢٠ سم

- ١ أثبت أن :  $\Delta$  ا ب ح منفرج الزاوية في ب  
 ٢ أوجد : طول مسقط ا ب على ب ح  
 ٣ أوجد : مساحة  $\Delta$  ا ب ح

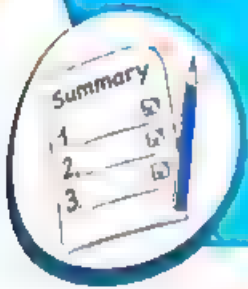
٥٠ سم

٦٦ سم

٢٢ احسب قياس أكبر زاوية في  $\Delta$  ا ب ح إذا كان :

١٢٠°

ا ب = ٧ سم ، ب ح = ٣ سم ، ا ح = ٥ سم



## ملخص الوحدة الخامسة

### ★ تشابه مضلعين :

• يُقال لمضلعين (لهما نفس العدد من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا :

① زواياهما المتناظرة متساوية في القياس.

② أطوال أضلاعها المتناظرة متناسبة.

• المضلعات المتطابقة تكون متشابهة ، ولكن المضلعات المتشابهة ليس من الضروري أن تكون متطابقة.

• كل المضلعات المنتظمة التي لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة.

• المضلعان المشابهان لثالث متشابهان.

• النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين = النسبة بين طول ضلعين متناظرين فيهما.

### ★ تشابه مثلثين :

• يتشابه المثلثان إذا توفر أحد الشرطين التاليين :

① تساوت قياسات زواياهما المتناظرة.

② تناسبت أطوال أضلاعها المتناظرة.

### ★ عكس نظرية فيثاغورث :

إذا كان مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعين في مثلث يساوي مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث

كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

### ★ المساقط :

① مسقط نقطة على مستقيم :

• المسقط العمودي لنقطة ما على مستقيم هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم.

• إذا كانت النقطة تقع على المستقيم فإن مسقطها العمودي على هذا المستقيم هو نفس النقطة.

## ② مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم :

• مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم هو القطعة المستقيمة التي طرفاها هما مسقطا طرفي القطعة المستقيمة الأصلية على هذا المستقيم.

• طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم  $\geq$  طول القطعة نفسها.

## ③ مسقط شعاع على مستقيم :

• مسقط شعاع على مستقيم غير عمودي عليه هو شعاع  $\supset$  المستقيم.

• الشعاع العمودي على مستقيم يكون مسقطه على هذا المستقيم نقطة تنتمي إلى المستقيم.

## ④ مسقط مستقيم على مستقيم :

• مسقط مستقيم على مستقيم آخر غير عمودي عليه هو ذلك المستقيم الآخر.

• مسقط مستقيم على مستقيم آخر عمودي عليه هو نقطة تقاطع المستقيمين.

## ⑤ نظرية إقليدس :

مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية تساوي مساحة المستطيل الذي بعده طول مسقط هذا الضلع على الوتر ، وطول الوتر.

## ⑥ التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزاواياه متى علمت أطوال أضلاعه :

- إذا كان مربع طول الضلع الأكبر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم الزاوية.
- إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أكبر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث منفرج الزاوية.
- إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أقل من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث حاد الزوايا.
- لتحديد نوع زاوية في مثلث نقارن بين مربع طول الضلع المقابل للزاوية المراد تحديد نوعها ومجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين.
- أكبر زوايا المثلث قياساً تقابل أكبر أضلاع المثلث طولاً.

# امتحانات على الوحدة الخامسة

## التمرين الأول

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى ..... كان المثلثان متطابقين.

- (١) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٢ إذا كان :  $\overline{AB} // \overline{CD}$  فإن طول مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{CD}$  ..... طول  $\overline{AB}$

- (١)  $>$  (ب)  $<$  (ج)  $=$  (د)  $\neq$

٣  $\Delta ABC$  فيه :  $\angle A = 90^\circ$  ،  $\angle B = 30^\circ$  ، فإن  $\angle C$  تكون .....

- (١) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

٤  $\Delta ABC$  منفرج الزاوية في  $B$  ،  $\angle A = 90^\circ$  ،  $\angle B = 30^\circ$  ،  $\angle C = 60^\circ$  ، فإن  $\angle A$  = .....

- (١) ٨ سم (ب) ٧ سم (ج) ٥ سم (د) ٤ سم

٥ مضعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ٣ فإن النسبة بين محيطيهما تساوى .....

- (١) ٢ : ٣ (ب) ٢ : ٢ (ج) ٩ : ٤ (د) ٩ : ٩

٦  $\overline{AB}$  مثلث فيه :  $\angle A = 90^\circ$  ،  $\angle B = 30^\circ$  ، فإن مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{CD}$  هو .....

- (١)  $\overline{AB}$  (ب)  $\overline{BC}$  (ج)  $\overline{AC}$  (د)  $\overline{AD}$

أكمل ما يأتي :

١ المثلثان المشابهان لثالث .....

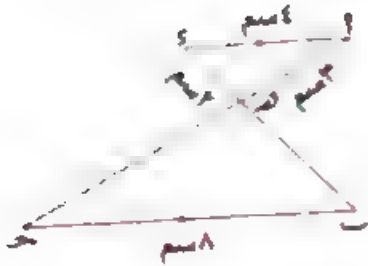
٢ إذا كان :  $\overline{AB} \perp \overline{CD}$  فإن : مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{CD}$  هو .....

٢ في المثلث  $س ص ع$  إذا كان :  $(س ع)^2 = (ص ع)^2 + (س ص)^2$  فإن  $د ع$  تكون .....

٤ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة .....

٥ مسقط نقطة تنتمي لمستقيم على هذا المستقيم هو .....

٣ (١) في الشكل المقابل :



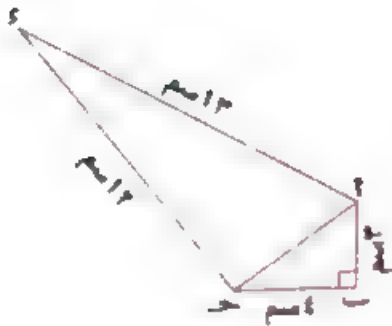
$س ع // ب ح$  ،  $س ا = ٤$  سم ،  $ب ح = ٨$  سم

،  $س ا = ٢$  سم ،  $س ح = ٢$  سم

١ أثبت أن :  $\triangle س ا ح \sim \triangle س ح ب$

٢ أوجد : محيط  $\triangle س ح ب$

(ب) في الشكل المقابل :



،  $س ا = ٢$  سم ،  $ب ح = ٤$  سم

،  $س ا = ١٢$  سم ،  $س ح = ١٢$  سم

،  $\angle (د ب) = ٩٠^\circ$

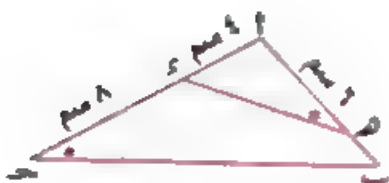
أثبت أن :

،  $\angle (د ا ح) = ٩٠^\circ$

٤ (١) حدد نوع المثلث  $ا ب ح$  بالنسبة لزاياه إذا كان :

،  $ا ب = ٧$  سم ،  $ب ح = ٨$  سم ،  $ا ح = ١٠$  سم

(ب) في الشكل المقابل :



،  $\angle (د ا ح) = \angle (د ح ب)$  ،  $س ا = ٤$  سم

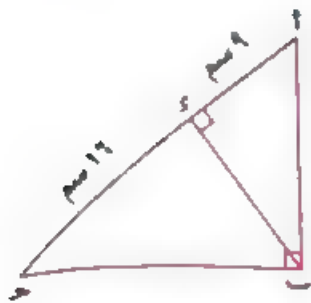
،  $س ح = ٨$  سم ،  $س ا = ٦$  سم

أثبت أن :

المثلث  $ا ب ح \sim$  المثلث  $ا ب ح$

ثم أوجد : طول  $ا ب$





٥ (١) في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه :  $\angle C = 90^\circ$

،  $\overline{DE} \perp \overline{BC}$  ،

،  $DE = 9$  سم ،  $EC = 16$  سم

احسب : طول كل من أ ب ، ب ح ، ب ع ،

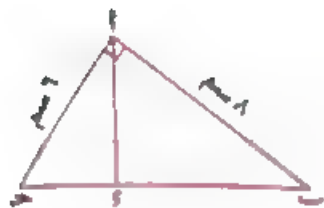
(ب) في الشكل المقابل :

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$  ،  $\angle C = \angle E = 90^\circ$

أثبت أن :  $\overline{AE} \perp \overline{BC}$

وإذا كان :  $AB = 8$  سم ،  $AC = 6$  سم

أوجد : طول ب ع



### ٦ للمودج الثاني

أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مثلثان متشابهان النسبة بين طولَي ضلعين متناظرين فيهما ٣ . ٤ فإذا كان محيط

المثلث الأصغر ٢٦ سم فإن محيط المثلث الأكبر = ..... سم.

(١) ٩ (ب) ١٢ (ج) ٢٤ (د) ٤٨

٢ في المثلث أ ب ح إذا كان :  $\angle A < \angle B + \angle C$

فإن : د ب تكون .....

(١) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

٣ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة نفسها.

(١)  $<$  (ب)  $\leq$  (ج)  $\geq$  (د)  $=$

٤ العمود المرسوم من رأس الزاوية القائمة لمثلث قائم الزاوية على الوتر يقسمه لمثلثين.

(١) متطابقين. (ب) متشابهين. (ج) حادين. (د) منفرجى الزاوية.

٥  $\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $A$ ،  $AB = AC = 4$  سم،  $AD \perp BC$  يقطعه في  $D$

فإن :  $AD = \dots\dots\dots$  سم.

(١)  $\sqrt{2}$  (ب) ٥ (ج) ٢ (د) ٣

٦ مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم هو ..

(١) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (ج) مستقيم. (د) شعاع.

٢ أكمل ما يأتي :

١  $\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $A$ ،  $AD \perp BC$ ،  $AD \cap BC = D$  فيكون  $AB \times AC = \dots\dots\dots$

٢ المضلعان المتشابهان زواياهما المتناظرة .....

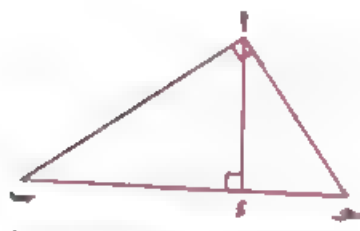
٣ في المثلث  $ABC$  إذا كان :  $\angle A = 90^\circ$ ،  $\angle B = 30^\circ$ ،  $\angle C = \dots\dots\dots$

فإن :  $\angle D = \dots\dots\dots$

٤ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٢ فإذا كان قياس احدى

زوايا المضلع الأصغر  $30^\circ$ ، فإن قياس الزاوية المناظرة لها في الأكبر = .....

٥ في الشكل المقابل :



$\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $A$ ،  $AD \perp BC$

$\angle B = 30^\circ$ ،  $\angle C = \dots\dots\dots$

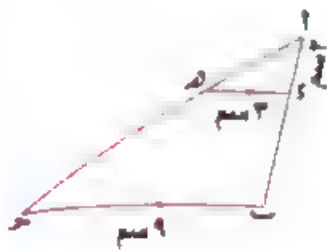
٢ (١) في الشكل المقابل :



$AB \perp AC$  فيه :  $AD \perp BC$

$AB = 6$  سم،  $AC = 4$  سم،  $AD = 9$  سم

أثبت أن :  $\angle B = 90^\circ$

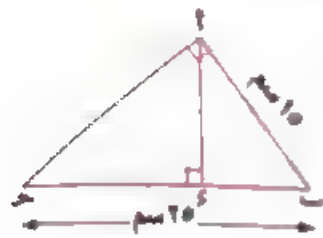


(ب) في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه :  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

$DE = 3$  سم ،  $BC = 9$  سم ،  $AE = 2$  سم

أوجد : طول  $\overline{AC}$



(١) في الشكل المقابل :

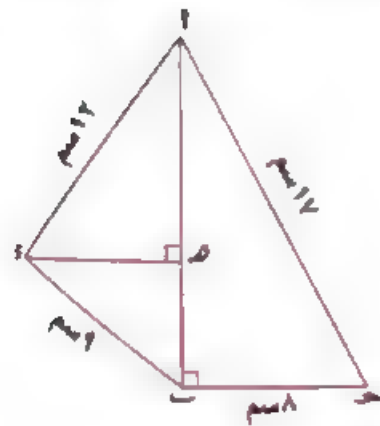
أ ب ح مثلث فيه :  $\angle C = 90^\circ$

$\overline{AE} \perp \overline{BC}$  ،

أوجد طول كلًا من :  $\overline{AE}$  ،  $\overline{EC}$  ،  $\overline{BE}$

(ب) حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في  $\triangle ABC$  حيث :

$AB = 8$  سم ،  $BC = 9$  سم ،  $AC = 12$  سم



(١) في الشكل المقابل :

$\overline{DE} \perp \overline{AB}$  ،  $\angle C = 90^\circ$

$AE = 12$  سم ،  $EC = 17$  سم

$AB = 8$  سم ،  $BC = 9$  سم

١ أثبت أن :  $\angle C = 90^\circ$

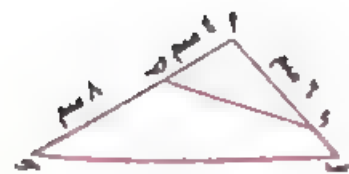
٢ أوجد : طول  $\overline{DE}$

٣ أوجد : طول مسقط  $\overline{AE}$  على  $\overline{AB}$

(ب) في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

أوجد : طول  $\overline{AB}$



# مشروع بحثي



## على الوحدة الخامسة

### أهداف المشروع

- استدعاء ما تم دراسته عن نظرية فيثاغورث.
- التعرف على عكس نظرية فيثاغورث وكيفية استخدامها لتحديد ما إذا كان مثلث قائم الزاوية أم لا.
- التعرف على نظرية إقليدس.
- ربط الرياضيات بالتاريخ.

### المطلوب

« تقدم المصريون القدماء في العديد من العلوم وبخاصة علم الهندسة ».

في ضوء ذلك قم بإعداد مشروع بحثي يتضمن ما يلي :

- ١ تكلم عن براعة المصريين القدماء في علم الهندسة ، وكيف ظهر ذلك في ما تركوه لنا من آثار باقية إلى يومنا هذا وبخاصة الهرم الأكبر الذي يُعد أحد عجائب الدنيا.
- ٢ اكتب نبذة قصيرة عن كيفية استخدام قدماء المصريين لنظرية فيثاغورث.
- ٣ اكتب نبذة تاريخية عن العالم اليوناني فيثاغورث موضحاً نص نظريته الشهيرة الخاصة بالمثلث القائم الزاوية.
- ٤ اكتب نبذة تاريخية عن العالم إقليدس موضحاً نص نظريته الشهيرة المعروفة باسمه.



٩٠ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- [١] إذا كان طول ضلع مربع  $2\sqrt{2}$  سم فإن مساحته تساوى ...
- (أ)  $4\sqrt{2}$  سم<sup>٢</sup>      (ب)  $8\sqrt{2}$  سم<sup>٢</sup>      (ج)  $4\sqrt{2}$  سم<sup>٢</sup>      (د)  $8\sqrt{2}$  سم<sup>٢</sup>
- [٢] إذا كان طولاً ضلعى مثلث  $3$  سم ،  $7$  سم ، فبى مما يأتى لا يصلح أن يكون طول الضلع الثالث ؟
- (أ)  $7$  سم      (ب)  $8$  سم      (ج)  $9$  سم      (د)  $2$  سم
- [٣] دائرة مساحتها  $64\pi$  سم<sup>٢</sup> فإن محيطها يساوى .....
- (أ)  $8\pi$  سم      (ب)  $8\pi$  سم      (ج)  $16\pi$  سم      (د)  $22\pi$  سم
- [٤] إذا كان  $\angle A$  حـ مثلثاً فيه :  $\angle D = 2^\circ$  ،  $\angle B = 5^\circ$  ،  
 $\angle C = 4^\circ$  ، فإن :  $\angle B = 4^\circ$  = .....  
 (أ)  $15^\circ$       (ب)  $45^\circ$       (ج)  $75^\circ$       (د)  $60^\circ$
- [٥] إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع منتظم  $720^\circ$  ، وكان طول أحد أضلاعه  $3$  سم فإن محيط هذا المضلع = .....
- (أ)  $9$  سم      (ب)  $12$  سم      (ج)  $15$  سم      (د)  $18$  سم
- [٦] إذا كان ارتفاع مثلث يساوى نصف طول قاعدته ، وكان طول قاعدة المثلث  $l$  سم فإن مساحة هذا المثلث = .....
- (أ)  $\frac{1}{4} l$  سم<sup>٢</sup>      (ب)  $\frac{1}{4} l$  سم<sup>٢</sup>      (ج)  $\frac{1}{4} l$  سم<sup>٢</sup>      (د)  $\frac{1}{4} l$  سم<sup>٢</sup>

۱. با یک مربع مساحت ۳۶ سانتی متر مربع (۶ - ۶) و مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است.

۲. مساحت یک مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است.

۳. مساحت یک مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است.

۴. مساحت یک مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است.

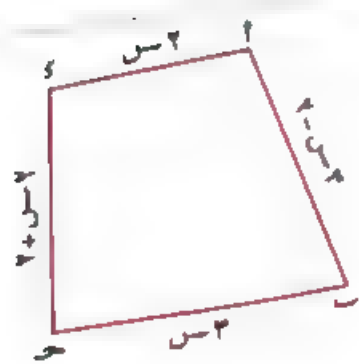
۵. مساحت یک مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است.

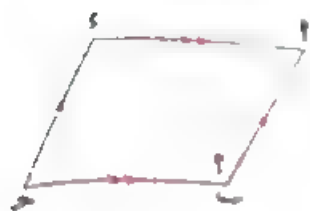
۶. مساحت یک مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است.

۷. مساحت یک مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است.

۸. مساحت یک مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است.

۹. مساحت یک مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است. مساحت این مربع ۳۶ سانتی متر مربع است.





٢ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\angle A$  حـ و متوازي أضلاع

، و (د) المنعكسة  $= 200^\circ$

فإن : و (د) = .....

٣ في الشكل المقابل :

إذا كانت :  $\angle A \cong \angle B$

وكان : و (د)  $= (20 + 5)^\circ$

، و (د)  $= (4 + 3)^\circ$

، و (د)  $= (24 - 12)^\circ$

فإن قيمة س = .....

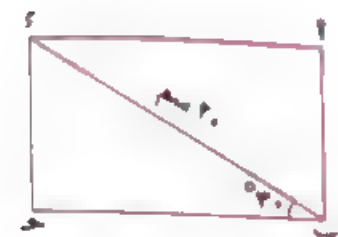


٤ في الشكل المقابل :

$\angle A$  حـ و مستطيل طول قطره بـ يساوي ٢٠ سم

، و (د)  $= 20^\circ$

فإن محيط المستطيل  $\angle A$  حـ و = ..... سم



٥ في الشكل المقابل :

قيمة س = .....



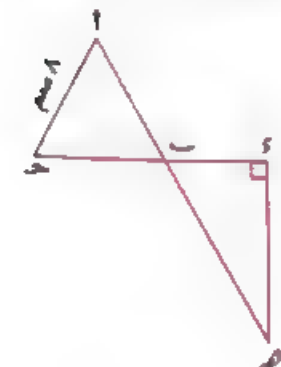
٦ في الشكل المقابل :

إذا كان  $\angle A$  حـ مثلث متساوي الأضلاع فيه :

$\angle A = 8^\circ$  ،  $\angle A \cap \angle B = \{B\}$

، و (د)  $= 90^\circ$  ، وإذا كان : طول  $\angle A$  = ٢٠ سم

فإن طول حـ و = ..... سم



٧ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\angle A$  حـ و مستطيل فيه :

$\angle A = 20^\circ$  سم ،  $\angle A \cong \angle B$  بحيث  $\angle A = \angle B$

فإذا كان :  $\angle B = 17^\circ$  سم

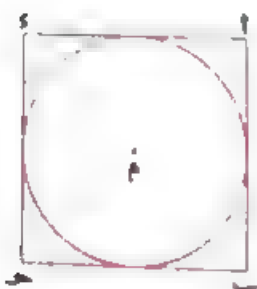
فإن مساحة  $\triangle A$  حـ و = ..... سم<sup>٢</sup>





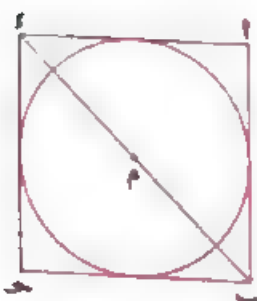
٨ في الشكل المقابل :

أ ب ح د مربع ، م دائرة بحيث  $\overline{س ق}$  قطر في الدائرة م  
فإذا كانت مساحة الدائرة م تساوي  $٤٩ \pi$  سم<sup>٢</sup>  
فإن محيط المربع يساوي ..... سم



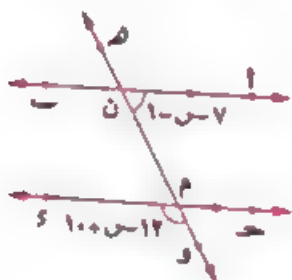
٩ في الشكل المقابل :

إذا كانت م دائرة تمس أضلاع المربع أ ب ح د  
فإذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي ١٤ سم  
فإن مساحة الجزء المظلل تساوي ..... سم<sup>٢</sup>  
(متخذًا  $\pi = \frac{٢٢}{٧}$ )



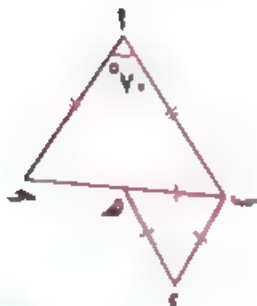
١٠ في الشكل المقابل :

دائرة م مرسومة داخل المربع أ ب ح د  
فإذا كانت مساحة الدائرة م تساوي  $٢٥ \pi$  سم<sup>٢</sup>  
فإن طول قطر المربع  $\overline{س د}$  يساوي ..... سم



١١ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $\overline{أ ب} // \overline{ح د}$  ،  $\overline{هـ و}$  قاطع لهما  
وكان :  $و (د أ ن م) = (١ - س - ٧)^\circ$   
،  $و (د م و) = (١٢ + س - ١٠)^\circ$   
فإن :  $و (د أ ن هـ) = \dots\dots\dots$



١٢ في الشكل المقابل :

$\Delta س د هـ$  متساوي الأضلاع  
 $١ = ٢ = ٣$  ،  $و (د أ) = ٧٠^\circ$   
فإن :  $و (د أ س) = \dots\dots\dots$



# محتويات الكراسة

## أولاً الجبر والإحصاء



• الاختبارات التراكمية (عدد ١٣ اختباراً)

• الأسئلة الهامة في الجبر والإحصاء.

• الامتحانات النهائية :

- نماذج امتحانات الكتاب المدرسي

(عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)

- امتحانات بعض المدارس للسنوات السابقة

(عدد ١٥ امتحاناً)

## ثانياً الهندسة



• الاختبارات التراكمية (عدد ١٠ اختبارات)

• الأسئلة الهامة في الهندسة.

• الامتحانات النهائية :

- نماذج امتحانات الكتاب المدرسي

(عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)

- امتحانات بعض المدارس للسنوات السابقة

(عدد ١٥ امتحاناً)

AltFwok.com

# أولاً

## الجبر والإحصاء

٥

• الاختبارات التراكمية (عدد ١٣ اختباراً)

١٩

• الأسئلة الهامة في الجبر والإحصاء

٤١

• الامتحانات النهائية :

- نماذج امتحانات الكتاب المدرسي

(عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)

- امتحانات بعض المدارس للسنوات السابقة (عدد ١٥ امتحاناً)

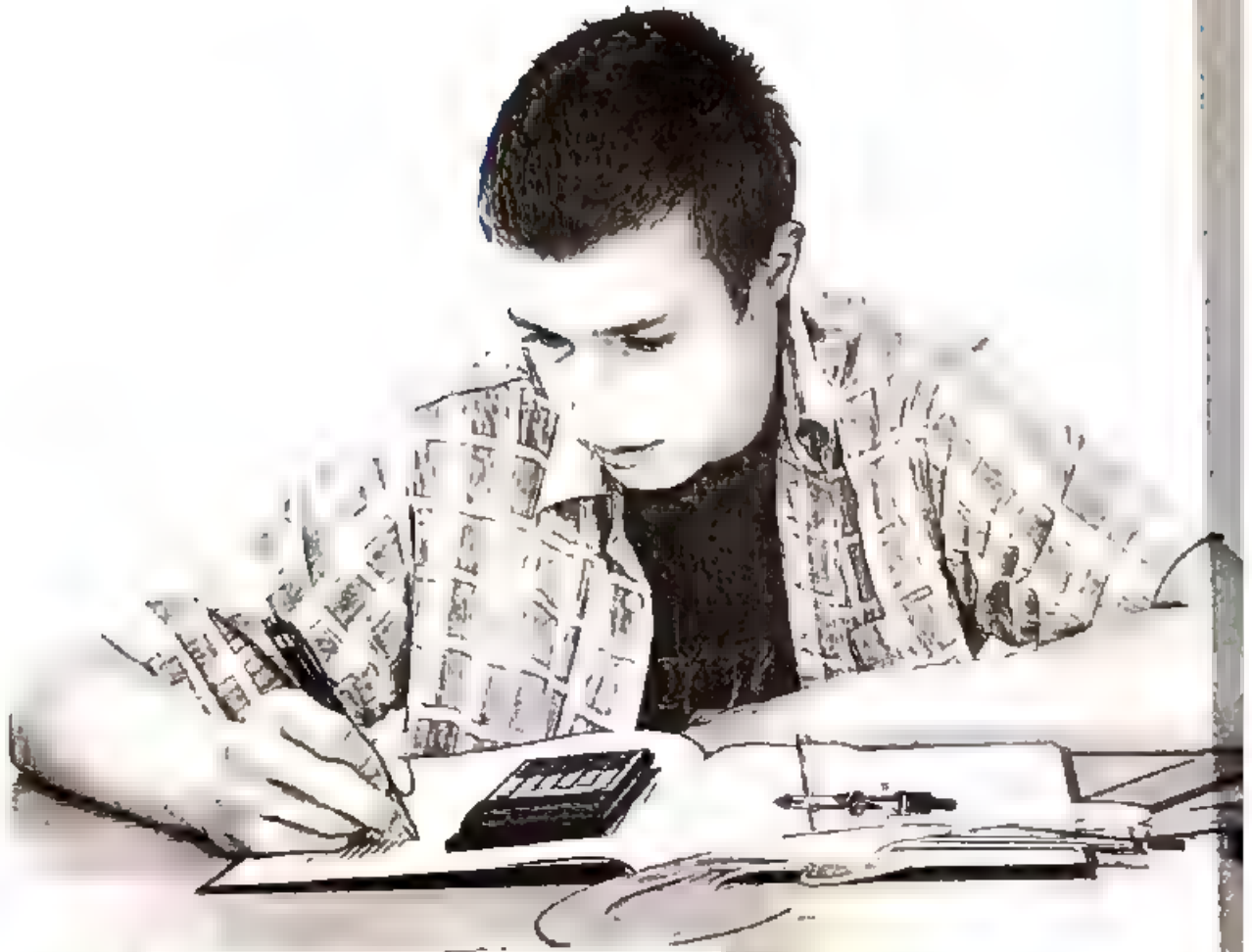


موقع التفوق

# الاختبارات التراكمية

في الجبر والإحصاء

من امتحانات الإدارات التعليمية



AltFwok.com

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار  $س^2 + ٤س + ٤$  قابلاً للتحليل فإن  $٤ -$  (كفر الزمات الغربية - ١٥)

(١) - ٢ (ب) ٢ (ج) ٥ (د) ٢

٢ المقدار  $س^2 + ٤س + ٤$  يكون قابلاً للتحليل إذا كانت :  $٤ =$  (ملوى المنيا - ١٩)

(١) ٥ (ب) ٦ (ج) ٢ (د) ٢

٣ إذا كان المقدار  $س^2 - ٤س + ٤$  قابلاً للتحليل فإن  $٤$  يمكن أن تساوي ..... (مشنول السوق الشرقية - ١٩)

(١) - ١ (ب) ٤ (ج) ٧ (د) ١٠

٤ المقدار  $س^2 + ٦س + ٩$  يكون قابلاً للتحليل عندما  $٩ =$  (قطور - الغربية - ١٩)

(١) ٤ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٧

٥ إذا كان :  $(س - ١)$  أحد عاملي المقدار  $س^2 - ٤س + ٣$  فإن العامل الآخر هو ..... (المخز - الإسكندرية - ١٩)

(١)  $س + ٣$  (ب)  $س - ٣$  (ج)  $س + ١$  (د)  $س - ٤$

٦ إذا كان :  $(س + ٨)$  أحد عاملي المقدار  $س^2 + ٦س - ١٦$  فإن العامل الآخر هو ..... (غرب شبرا الخيمة - القنبوية - ١٥)

(١)  $س - ٢$  (ب)  $س - ٤$  (ج)  $س + ٢$  (د)  $س + ٤$

٧ إذا كان :  $(س + ٣)$  أحد عاملي المقدار  $س^2 - ٢س - ١٥$  فإن العامل الآخر هو ..... (توجه - كفر الشيخ - ١٩)

(١)  $س - ٥$  (ب)  $س + ٢$  (ج)  $س + ١$  (د)  $س + ٥$

٨ إذا كان :  $س^2 + ٤س - ٦ = (س + ٣)(س - ٢)$  فإن :  $٤ =$  (ميت سليل الدقهلية - ١٩)

(١) - ١ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢ حلل ما يأتي تحليلًا كاملاً :

١  $س^2 - ٥س - ٣٦$  (غرب شبرا الخيمة - القنبوية - ١٥) ٢  $س^2 + ٢س - ٣٥$  (دمياط - دمياط - ١٨)

٣  $س^2 + ٤س - ٢١$  (سوهاج - سوهاج - ١٨) ٤  $س^2 + ٨س + ١٢$  (كفر صقر - الشرقية - ١٩)

٥  $س^2 - ١٥س + ١٢$  (الويسنا المنوفية - ١٩) ٦  $٥ + (س + ٦) + ٦$  (تلا - المنوفية - ١٩)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان (٥ س - ٧) أحد عاملي المقدار  $٥س^٢ - ٢س - ٧$  فإن العامل الآخر هو

(إبراهيم - الفوم - ١٨)

(١) س - ١ (ب) س - ٥ (ج) س + ١ (د) س

٢ إذا كان المقدار :  $س^٢ + ٩س - ٥$  قابلاً للتحليل فإن :  $٩ = \dots$  (دمياط - دمياط - ١٨)

(١) ٩ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

٣ إذا كان :  $(٥ - ٢س)(٢ - ٢س) = ٢س^٢ + ٩س + ١٠$  فإن :  $٩ = \dots$  (أحمد الدقهلية - ١٨)

(١) ١٥ (ب) ١٩ (ج) ١٩- (د) ٤

٤ المقدار :  $س^٢ + ٧س + ٦$  يكون قابلاً للتحليل إذا كانت :  $٦ = \dots$  (شرق المنية الغربية - ١٨)

(١) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٧

٥ إذا كان :  $س^٢ + ٩س - ٢١ = (س - ٣)(س + ٧)$  فإن :  $٩ = \dots$  (فنا - فنا - ١٩)

(١) ٤- (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ٢٠

٦  $٢س^٢ + ٥س + ٢ = (س + ١)(٢ + \dots)$  (شرق - بورسعيد - ١٩)

(١) س (ب) ٢س (ج) ٣س (د) ٥س

٧ إذا كان :  $٢س^٢ + ٢س - ٢ = (س - ١)(٢ + س)$  فإن :  $٢ = \dots$

(مطوبس - كفر الشيخ - ١٩)

(١) ٢ (ب) ١ (ج) ٢- (د) ٤

٨ إذا كان :  $(س - ٢)$  أحد عاملي المقدار :  $س^٢ - ٥س + ٦$  فإن العامل الآخر هو  $\dots$

(الطليم - كفر الشيخ - ١٩)

(١) س + ٣ (ب) س + ٤ (ج) س - ٢ (د) س - ٤

٢ حلل ما يأتي تحليلًا كاملاً :

١  $س^٢ + ٣س + ١$  (إشواي - الفيوم - ١٥) ٢  $١٢س^٢ - ٧س + ١$  (كوم حمادة - البحيرة - ١٥)

٣  $٦س^٢ + ٢٠س + ١٦$  (سيون - الغربية - ١٩) ٤  $٨س^٢ - ٢س - ٢$  (شبن الكوم - الدقهلية - ١٥)

٥  $س^٢ + س - ١٢$  (العشر - الشرقية - ١٥) ٦  $٢س^٢ - ٥س + ٢$  (منية النصر - الدقهلية - ١٩)



١ احو الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١١ المقدار الثلاثي  $س^2 + ٤س + ٤٩$  يكون مربعاً كاملاً عندما  $س = \dots \dots \dots$  (شواى - الفيوم - ١٥)

(١)  $٧ \pm$  (ب)  $٧$  (ج)  $٤٩$  (د)  $١٤ \pm$

٢ إذا كان  $س^2 + ٤س + ٤٩$  مربعاً كاملاً فإن :  $س = \dots \dots \dots$  (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

(١)  $٩$  (ب)  $٢$  (ج)  $٣$  (د)  $٤$

٣ إذا كان  $(س + ص)^2 = ٤٢$  ،  $س^2 + ص^2 = ١٢$  فإن :  $س ص = \dots \dots \dots$  (شبين الكوم - المنوفية - ١٥)

(١)  $١٥$  (ب)  $٣٠$  (ج)  $٢٢$  (د)  $٥٤$

٤ المقدار :  $س^2 + ١٢س + ٩$  يكون مربعاً كاملاً إذا كانت :  $س = \dots \dots \dots$

(شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

(١)  $٢$  (ب)  $٤$  (ج)  $٩$  (د)  $١٦$

٥ إذا كان :  $س^2 + ١١س + ١١ = ٠$  ،  $س = ٥$  فإن :  $س - ص = \dots \dots \dots$  (السنطة - الغربية - ١٩)

(١)  $١$  (ب)  $-١$  (ج)  $١ \pm$  (د)  $٤ \pm$

٦ إذا كان :  $س^2 + ص^2 = ٧$  ،  $س ص = ٣$  فإن :  $(س - ص)^2 = \dots \dots \dots$  (أجا - الدقهية - ١٩)

(١)  $-١$  (ب)  $١$  (ج)  $١ \pm$  (د)  $١٠$

٧ إذا كن :  $س^2 + ٢س + ١ = ٢٥$  فإن :  $س + ١ = \dots \dots \dots$  (بلقاس - الدقهية - ١٩)

(١)  $\frac{٢٥}{٤} \pm$  (ب)  $١٠ \pm$  (ج)  $٥ \pm$  (د)  $\frac{٢٥}{٢} \pm$

٨ المقدار :  $س^2 - ٢س + ١$  يقبل التحليل عندما  $س = \dots \dots \dots$  (توجيه - دمياط - ١٩)

(١)  $-٢$  (ب)  $٤$  (ج)  $٥$  (د)  $٦$

٩  $س^2 - ٢س + ١ = \dots \dots \dots$  (بندر كفر الدوار - البحيرة - ١٩)

(١)  $(١ - س)^2$  (ب)  $(س - ١)^2$  (ج)  $(١ + س)^2$  (د)  $٢س^2$

٢ حلل ما يأتي تحليلاً كاملاً :

١  $س^2 + ٤س + ٤$  (غرب المنصورة - الدقهية - ١٩)

٢  $٣س^2 + ٧س + ٦$  (شرق المنصورة - الدقهية - ١٩)

٣  $٢٥س^2 - ١٠س + ١$  (شرق طنطا - الغربية - ١٧)

٣ استخدم التحليل في تسهيل إيجاد قيمة :  $١ + ٩٩ \times ٢ + ٩٩$  (إطسا - الفيوم - ١٩)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ | إذا كان :  $س + ص = ٤$  ،  $س - ص = ٢$  فإن :  $س - ص = ٢$  ..... (إشواى - اليوم - ١٥)

(١) ١٥ (ب) ٨ (ج) ٢ (د) ١٥-

٢ | إذا كان :  $س - ص = ٤$  ،  $س + ص = ٥$  فإن :  $س - ص = ٢$  ..... (أبو القناطر - البحيرة - ١٩)

(١) ٩ (ب) ١- (ج) ٢٠- (د) ٢٠

٣ | إذا كان :  $س - ص = ٢٥$  ،  $س - ص = ٥$  فإن :  $س + ص = ٥$  ..... (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٥)

(١) ٧ (ب) ٤٠ (ج) ٢٠ (د) ٥

٤ | إذا كان :  $س + ص = ٢$  ،  $س - ص = ٤$  فإن :  $س - ص = ٢١$  ..... (المنيا - المنيا - ١٩)

(١) ١٤ (ب) ٩ (ج) ٧ (د) ٦

٥ | إذا كان المقدار :  $١٦ س + ٢٤ ص + ٢٤$  فإن :  $٢٤ = ٢٤$  ..... (منشأة القناطر - البحيرة - ١٥)

(منشأة القناطر - البحيرة - ١٥)

(١) ٣ (ب) ٩ (ج) ١٢ (د) ١٦

٦ | المقدار :  $س + ٥ س + م$  يقبل التحليل إذا كانت :  $م =$  ..... (ديرى نجم - الشرقية - ١٨)

(١) ١٢ (ب) ٧ (ج) ١٤- (د) ٢-

٧ | إذا كان :  $(س + ص) = ٦٤$  ،  $س ص = ١٥$  فإن :  $س + ص = ٢$  ..... (أسوان - أسوان - ١٩)

(١) ٨ (ب) ٢٤ (ج) ٢٤- (د) ٧٩

٨ |  $(س + ٢) =$  ..... (طلعا - الدقهلية - ١٩)

(١)  $س + ٤$  (ب)  $س - ٤$  (ج)  $س + ٢ + ٤$  (د)  $س + ٤ + ٤$

٢ حلل ما يأتي تحليلًا كاملاً :

١ |  $١٦ س - ٤٩$  (كوم حمادة - البحيرة - ١٥) [٤]  $٤ س - ٩$  (مطوس - كفر الشيخ - ١٩)

٢ |  $٣ س + ٧ س - ٦$  (يوسف الصديق - الفيوم - ١٩) [٤]  $س - ٢ س$  (إيتاى البارود - البحيرة - ١٩)

٥ |  $(س + ٢) - ٢٥$  (أج - الدقهلية - ١٩) [٦]  $٨ س - ٢ س - ٢ س$  (شبين الكوم - المنوفية - ١٩)

## اختبار تراكمي ٥ حتى الدرس الخامس الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١)  $(١ + س) (١ - س^٢) = (١ + س + س^٢) (١ - س)$  .....  
(الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(١)  $س^٢ - ١$  (ب)  $س + ١$  (ج)  $(١ - س)^٢$  (د)  $(١ + س)^٢$

(٢) إذا كان المقدار :  $س^٢ - ٦س - م$  مربعًا كاملاً فإن : .....  
(أشرف المحلة - الغربية - ١٨)

(١)  $-٩$  (ب)  $١$  (ج)  $٣$  (د)  $٧$

(٣) إذا كان  $س^٢ + ٢٧ = (س + ٤) (س^٢ - ٣س + م)$  فإن :  $س \times م =$  .....  
(عين شمس - القاهرة - ١٨)

(١)  $٢٧$  (ب)  $٣$  (ج)  $٩$  (د)  $-٩$

(٤) إذا كان :  $س^٢ + ص^٢ = ٢٨$  ،  $س + ص = ٢$  فإن :  $س - ص =$  .....  
(غرب - الفيوم - ١٩)

(١)  $٤٨$  (ب)  $١٤$  (ج)  $٢$  (د)  $٧$

(٥) إذا كان :  $(٥ - ٢٢) (٥ - ٢٣) = ٦ + ٢٢ + ١٠$  فإن :  $١٠ =$  .....  
(أجا - الدقهية - ١٩)

(١)  $١٥$  (ب)  $١٩$  (ج)  $-١٩$  (د)  $٤$

(٦) إذا كان :  $٢٢ - س^٢ = ١٥$  ،  $١٥ = س + ٤$  فإن :  $س - ٤ =$  .....  
(مى الأمديد - الدقهية - ١٩)

(١)  $١٥$  (ب)  $٦$  (ج)  $٥$  (د)  $٣$

(٧) إذا كان :  $٢٤ + س^٢ + ٢٢ = س + ٢٥$  فإن :  $س + ٢ =$  .....  
(غرب - الإسكندرية - ١٥)

(١)  $٥$  (ب)  $٥$  (ج)  $٥ \pm$  (د)  $٢٥$

(٨) إذا كان :  $س^٢ - ص^٢ = ٢٤$  ،  $س + ص + ص^٢ = ٨$  فإن :  $س - ص =$  .....  
(غرب شبرا الخيمة - الدقهية - ١٥)

(١)  $٤$  (ب)  $٦$  (ج)  $٣$  (د)  $١٢$

٢ حلل ما يأتي تحليلًا كاملاً :

(١)  $س^٢ + ٨س$  (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥) (٢)  $س^٢ - ٥٤س$  (شبين الكوم - المنوفية - ١٥)

(٣)  $٢٧س^٢ + ١٢٥$  (شرق - الإسكندرية - ١٨) (٤)  $س^٢ + ٨س$  (إبنائى البارود - البحيرة - ١٩)

(٥)  $س^٢ + ٧س + ٨$  (توجيه - بورسعيد - ١٩) (٦)  $س^٢ - ٣س - ٢$  (مى الأمديد - الدقهية - ١٩)



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار  $س^٢ - ١$  مربعاً كاملاً فإن :  $١$  (أ) المدة (١٩)

(أ) ٢ (ب) ٢- (ج) ١ (د) ١±

٢ إذا كان  $س^٢ + ٢س + ١$  مربعاً كاملاً فإن :  $١٠$  (أ) الساعات للوقت (١٩)

(أ) ٥ (ب) ٥- (ج) ١٠ (د) ٢٠

٣ إذا كان  $س^٢ - (س + ٤)س + ١٢$  وكان  $س = ٤$  فإن :  $١$  (أ) الساعات للوقت (١٩)

(أ) ٤ (ب) ٨ (ج) ١٢ (د) ٤٨

٤ إذا كان  $س^٢ + ٧س + ١٢$  مربعاً كاملاً فإن :  $٢$  (أ) الساعات للوقت (١٩)

(أ) ١ (ب) ١- (ج) ٤ (د) ١±

٥  $س^٢ - ٩س + ١٤$  مربعاً كاملاً فإن :  $١$  (أ) الساعات للوقت (١٩)

(أ) ١ (ب) ١- (ج) ٩ (د) ١±

٦ إذا كان  $س^٢ + ٢س + ١$  مربعاً كاملاً فإن :  $١$  (أ) الساعات للوقت (١٩)

(أ) ٢- (ب) ٢ (ج) ١٥ (د)  $\frac{٢}{٥}$

٧ إذا كان  $س^٢ - (س + ٥)س + ١٥$  وكان  $س = ٥$  فإن :  $١$  (أ) الساعات للوقت (١٩)

(أ) ٢ (ب) ١٠ (ج) ٢٠ (د) ٧٥

٨ المقدار  $س^٢ + ٧س + ١٢$  يكون قابلاً للتحويل إذا كانت :  $١$  (أ) الساعات للوقت (١٩)

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٧

٢ حل ما يأتي تحليلاً كاملاً :

(١٩) (١٩) (١٩) (١٩)

١.  $٨س^٢ + ٢٧س + ١٢$

(١٩) (١٩) (١٩) (١٩)

٢.  $س^٢ - ١٠س + ١٦$

(١٩) (١٩) (١٩) (١٩)

٣.  $س^٢ + ٤س + ٤$

(١٩) (١٩) (١٩) (١٩)

٤.  $س^٢ - ٢س + ١$

(١٩) (١٩) (١٩) (١٩)

٣ استخدم التحليل لإيجاد قيمة كل من :

١.  $١ - (٩٩)^٢$  ٢.  $٢(٢.٧) + ٢.٧ \times ٧.٣ \times ٢ + (٧.٣)^٢$

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ يمكن تحليل المقدار :  $x^2 + 4$  بإكمال المربع بإضافة الحد ..... ومعهكسه الجمعى .  
(الساحل - القاهرة - ١٦)

(أ)  $x^2 + 4$  (ب)  $x^2 + 2$  (ج)  $x^2 + 8$  (د)  $x^2 + 4$

٢ إذا كان :  $x^2 + 4 = 0$  فإن :  $(x + 2)(x - 2) = 0$  . . . . . (مشتول السوق الشرقية - ١٩)

(أ) صفر (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٨

٣ إذا كان :  $x^2 - 2x = 24$  ،  $x + 8 = 0$  فإن :  $x^2 - 2x = 24$  . . . . . (الوايلي - القاهرة - ١٥)

(أ) ٣ (ب) ٩ (ج) ١٢ (د) ٦

٤ المقدار :  $x^2 + 9$  يكون مربعاً كاملاً إذا كان :  $x = \pm 3$  . . . . . (الإسماعيلية الإسماعيلية - ١٨)

(أ) صفر (ب)  $\pm 3$  (ج)  $\pm 6$  (د)  $\pm 12$

٥ إذا كان :  $x^2 + 10x + 100 = 0$  فإن :  $x = -10$  . . . . . (نمى الأُميد الدقهلية - ١٩)

(أ) ٩ (ب) ٩٩ (ج) ٩٩٩ (د) ١٠٠٠

٦ إذا كان :  $x^2 - 5x + 4 = 0$  فإن :  $x = 1$  . . . . . (مصر القديمة - القاهرة - ١٥)

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٣- (د) ٥

٧ إذا كان :  $x^2 + 4x + 4 = 0$  ،  $x^2 + 2x + 2 = 0$  فإن :  $x = 2$  . . . . .

فإن :  $x^2 + 2x + 2 = 0$  . . . . .

(أ) ٤ (ب) ٣٦ (ج) ٩ (د) ١٥

٨ إذا كان :  $x + \frac{1}{x} = 3$  فإن :  $x + \frac{1}{x} = 3$  . . . . . (شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

(أ) ٩ (ب) ١١ (ج) ٧ (د) ١

٢ حلل ما يأتي تحليلًا كاملاً :

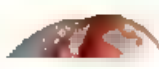
١  $x^2 - 25$  (أ)  $x^2 - 25$  (ب)  $x^2 - 25$  (ج)  $x^2 - 25$  (د)  $x^2 - 25$  (أجا - الدقهية - ١٨)

٢  $x^2 - 16$  (أ)  $x^2 - 16$  (ب)  $x^2 - 16$  (ج)  $x^2 - 16$  (د)  $x^2 - 16$  (طلعا - الدقهية - ١٩)

٣ (أ) باستخدام التحليل أوجد قيمة :  $29 \times 31$  (نقادة - قند - ١٩)

(ب) إذا كان :  $x^2 - 2x = 20$  ،  $x - 2 = 0$  ،  $x^2 - 2x = 20$  . . . . .

أوجد قيمة :  $x^2 + 2x$  (أبوشت - قند - ١٩)



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان  $س^2 - ٢٧س + ٢٨ = ٠$  (س) (ب) (ج) (د) فإن  $س =$  (البرق - الإسكندرية ١٩)

(أ) ٦- (ب) ٣- (ج) ٢ (د) ٦ من

٢ مجموعة حل المعادلة :  $س^2 = س$  في  $س$  هي ..... (أبو حماد الشرقية - ١٩)

(أ)  $\{٠\}$  (ب)  $\emptyset$  (ج)  $\{٠, ١\}$  (د)  $\{١\}$

٣ مجموعة حل المعادلة :  $(س - ١)^2 = صفر$  في  $س$  هي ..... (الويسنا - المنوفية - ١٩)

(أ)  $\{١\}$  (ب)  $\{١ - ١\}$  (ج)  $\{١ - ١\}$  (د)  $\emptyset$

٤ إذا كان  $س - ٢$  حلًا للمعادلة :  $س^2 - ٥س + ٤ = ٠$  فإن  $س =$  (الشهداء - المنوفية - ١٩)

(أ) ٩ (ب)  $\frac{٢}{٥}$  (ج) ٦ (د) ١٥

٥ إذا كانت :  $س + ص = ٤$  ،  $س - ص = ٢$  فإن :  $س^2 - ص^2 =$  ..... (الغواوي - الفيوم - ١٥)

(أ) ١٥ (ب) ٨ (ج) ٢ (د) ١٥-

٦ مجموعة حل المعادلة :  $\frac{١}{٢}س (س - ٥) = صفر$  في  $س$  هي ..... (منوف - المنوفية - ١٩)

(أ)  $\{٠\}$  (ب)  $\{٥\}$  (ج)  $\emptyset$  (د)  $\{٥, -٥\}$

٧ مجموعة حل المعادلة :  $س^2 + ٢٥ = ٠$  في  $س$  هي ..... (منشأة القناطر - البحيرة - ١٥)

(أ)  $\emptyset$  (ب)  $\{٥\}$  (ج)  $\{٥ - ٥\}$  (د)  $\{٥ - ٥\}$

٨ إذا كان :  $٢ - ب = ٢٠$  ،  $٢ + ب = ٥$  فإن :  $٢ - ب + ٢ + ب =$  ..... (غرا - القاهرة - ١٥)

(أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٢٠ (د) ١٦

٢ حلل ما يأتي تحليلًا كاملاً :

١  $٤س^2 - ١٢س + ٩ = ٠$  (مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

٢  $٤س^2 + ٨س + ٤ = ٠$  (دموق - كفر الشيخ - ١٦)

٣  $س^2 - ١ = ٠$  (الغيا - المنيا - ١٨)

٣ أوجد مجموعة الحل في  $س$  :

١  $س^2 - ٨س + ١٥ = صفر$  (عين شمس - القاهرة - ١٦)

٢  $س(س - ٢) + ٨ = ١٦$  (دموق - كفر الشيخ - ١٦)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١. إذا كان عمر أحمد منذ ٥ سنوات هو  $x$  سنة فإن عمره الآن هو ..... سنة. (دسائط - دسائط ١٨)

(د)  $x$

(ج)  $x - 5$

(ب)  $5 - x$

(أ)  $x + 5$

٢. إذا كان عمر زياد الآن  $x$  سنة فإن عمره بعد ثلاث سنوات ..... سنة. (المختار - الإسكندرية ١٥)

(د)  $x - 3$

(ج)  $x - 2$

(ب)  $x + 2$

(أ)  $x + 3$

٣. المقدار  $9x^2 + 4x + 2$  يكون مربعاً كاملاً إذا كانت :  $x = \dots$  (متتسلة الدقهلية - ١٩)

(د) ١٥

(ج)  $30 \pm$

(ب)  $30 -$

(أ) ٢٠

٤. إذا كان  $x$  أحد جذري المعادلة :  $x^2 + 2x + 6 = 0$  فإن :  $x = \dots$  (منصة النصر - الدقهلية - ١٩)

(د) ١

(ج) ٨

(ب) ٣

(أ) ٢

٥. مجموعة حل المعادلة :  $x(x + 2) = 0$  هي ..... (المرج - القاهرة - ١٩)

(د)  $\{0, -2\}$

(ج)  $\{0, 2\}$

(ب)  $\{-2\}$

(أ)  $\{0\}$

٦. إذا كان  $x$  من  $x^2 = 5$  ،  $x^2 + 3x + 7 = 0$  فإن :  $x^2 - 3x = \dots$

(أسوان - أسوان ١٥)

(د) ٣٥

(ج) ١٢

(ب) ٧

(أ) ٢

٧. مجموعة حل المعادلة :  $x^2 - 5x + 6 = 0$  هي ..... (قنا - قنا ١٦)

(د)  $\{1, 6\}$

(ج)  $\{-2, 3\}$

(ب)  $\{-3, 2\}$

(أ)  $\{2, 3\}$

٨. المقدار :  $x^2 + 5x + 6$  يقبل التحليل إذا كانت :  $x = \dots$  (ديوب نجم - الشرفية - ١٨)

(د)  $-2$

(ج)  $-14$

(ب) ٧

(أ) ١٢

٢. حلل ما يأتي تحليلًا كاملاً :

(أسوان - أسوان ١٥)

١.  $\frac{1}{x^2} - 3$

(شراخيت - البحيرة - ١٩)

٢.  $9x^2 - 3x + 10$

٣. (أ) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٢ سم ومساحته ٣٥ سم<sup>٢</sup> أوجد محيطه. (المنزلة - الدقهلية - ١٩)

(ب) أوجد عددًا موجبًا إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج يساوي ٢٨ (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $6 = x$  فإن :  $1 + x = \dots$  (أ) ٢٤ (ب) ٤٢ (ج) ٣٦ (د) ٨  
(أسبوط - أسبوط - ١٦)

٢ إذا كان :  $2 = x$  فإن :  $8 = x$  ... (أ) ١٢ (ب) ٢٧ (ج) ٩ (د) ٦  
(توجيه - السويس - ١٦)

٣ إذا كان :  $2 = x$  فإن :  $2 - x = \dots$  (أ) ٨ (ب) ٩ (ج)  $\frac{1}{8}$  (د)  $\frac{2}{8}$   
(فسوق - كفر الشيخ - ١٦)

٤ إذا كان :  $5 = x$  ،  $7 = x$  فإن :  $5 - x = \dots$  (أ)  $\frac{7}{5}$  (ب)  $\frac{2}{5}$  (ج) ٢١ (د) ٤  
(حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

٥ إذا كانت (س - ٢) صفر = ١ فإن :  $3 = \dots$  (أ) ٤ (ب)  $\{2\}$  (ج)  $\{2\}$  (د)  $\{2\}$   
(شرق الرفاريق الشرقية - ١٩)

٦ إذا كان :  $3 = x$  فإن :  $23 = x$  ... (أ) ٩ (ب) ٦ (ج) ٢٥ (د) ١٠  
(منيا القمح الشرقية - ١٩)

٧ إذا كان :  $10 = x^2 + 14 = x$  مربعاً كاملاً فإن :  $x = \dots$  (أ) ٢ (ب) ٧ (ج) ١٤ (د) ٤٩  
(شمال - السويس - ١٨)

٨  $x^2 - 4 = \dots$  (أ)  $x^2 - 4$  (ب)  $(x - 2)(x + 2)$  (ج)  $(x - 4)(x + 4)$  (د)  $(x - 2)^2$   
(شين الكوم - المنوفية - ١٥)

٢ اختصر لأبسط صورة :

$$\frac{(27)^0 \times (27)^{-1}}{(27)^{-1}} \quad (1) \quad \frac{1 + x^{25} \times x^9}{x^{10}} \quad (2) \quad (المنيا - المنيا - ١٦)$$

(المرج - القاهرة - ١٩)

٣ (أ) أوجد العدد الحقيقي الذي ضعفه يزيد عن معكوسه الضربي بمقدار الواحد الصحيح.

(توجيه - بورسعيد - ١٥)

(شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

(ب) حلل تحليلاً كاملاً :  $x^2 + 8 = x$

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

١ إذا كان  $٣ - ٢ = ١$  فإن :  $٣ - ٢ = ١$  .....

(د) ٢

(ج) ٢

(ب) ١

(أ) صفر

(غرب اليوم - اليوم - ١٦)

٢ إذا كان :  $٨ = ٢ - ٣$  فإن :  $٨ = ٢ - ٣$  .....

(د) ٢

(ج)  $\frac{1}{4}$

(ب)  $\frac{1}{8}$

(أ)  $\frac{1}{16}$

(توجه - بورسعيد - ١٥)

٣  $٢٤ + ٢٤ + ٢٤ + ٢٤ =$  .....

(د) ٩٦

(ج) ١٩٦

(ب) ١٩٦

(أ) ٢٤

(خمس الكوم - المنوفية - ١٩)

٤ إذا كان :  $٢ + ٣ = ٥$  فإن :  $٢ + ٣ = ٥$  .....

(د) ٦

(ج) ٦

(ب) ٢

(أ) ٢

(الويسا - المنوفية - ١٩)

٥ إذا كان :  $٢٢ - ٣ = ١٩$  فإن :  $٢٢ - ٣ = ١٩$  .....

(د) ١

(ج) ٢

(ب) ١

(أ) صفر

(المنيا - المنيا - ١٦)

٦ إذا كان :  $٥ - ٣ = ٢$  فإن :  $٥ - ٣ = ٢$  .....

(د)  $\frac{2}{5}$

(ج)  $\frac{1}{8}$

(ب)  $\frac{4}{5}$

(أ)  $\frac{5}{4}$

(الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

٧ إذا كان :  $٣ - ٥ = -٢$  فإن :  $٣ - ٥ = -٢$  .....

(د) ٥

(ج) ٧

(ب) ٣

(أ) صفر

(أسيوط - أسيوط - ١٩)

٨ مجموعة حل المعادلة :  $٢ - ١٨ = ١٦$  هي : .....

(د)  $\{٢\}$

(ج)  $\{٢ -\}$

(ب)  $\{٢ - , ٢ - , ٢ -\}$

(أ)  $\{٢ - , ٢ -\}$

(دسوق كفر الشيخ - ١٦)

٩ إذا كان  $٨١ = \frac{٤ + ١ \times ٩ - ٢}{٢ - ٢ - ٢}$  أوجد قيمة :  $٨١$

(العاشر - الشرقية - ١٥)

(ب) أوجد مجموعة الحل في  $٢ - ٥ = ٢٤$  للمعادلة :  $٢ - ٥ = ٢٤$

(كفر صقر - الشرقية - ١٩)

١٠ أوجد مجموعة الحل في  $\frac{١٢٥}{٢٧} = ١ + ٢ - \left(\frac{٢}{٥}\right)$  للمعادلة :

(شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

(ب) حلل تحليلًا تامًا :  $٢٠ + ٤ + ٥ + ٥ + ٤ + ٢٠$



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

(د) صفر

(ج) ١

(ب) ٩

(أ) ٨

(الحرب المنصورة - الدقهلية - ١٥)

(د) ٩٤

(ج) ٩٤

(ب) ١٩٢

(أ) ١٠٢

(دمياط - دمناط - ١٨)

(د) ١

(ج) ١-

(ب) ٥

(أ) ٢

(عنى الأمديد - الدقهلية - ١٩)

(د) ٥ س

(ج) ٥

(ب) ٢

(أ) ١

(أرميت - الأقصر - ١٩)

(د) ٥

(ج) ٦٢

(ب) ٥٢

(أ) ١

(شمال الجيزة - الجيزة - ١٦)

(د) {١-، ٤}

(ج) {٤}

(ب) {١، ٤}

(أ) {٠}

(الوابلي - القاهرة - ١٥)

(د) ١٢

(ج) ١٢±

(ب) ٦±

(أ) ٦

(شرق - الإسكندرية - ١٨)

(د) ٥٢

(ج) ٥(٢٢)

(ب) ١

(أ) صفر

٢ (١) إذا كان  $\sqrt{5} = س$  ،  $\sqrt{3} = ص$  أوجد قيمة  $\frac{س^١ - ص^١}{س^٢ - ص^٢}$

(غرب الفيوم - الفيوم - ١٦)

(ب) احسب قيمة  $\frac{١+٧٢٥ \times ١+٧٢٥}{٧٢١}$

(إطسا - الفيوم - ١٨)

٣ (١) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في ح:  $٢٥ \times ٣ س = ١$   $٩ \times ٥ س = ١$

(ميت سلسيل - الدقهلية - ١٩)

(ب) اختصر  $\frac{٢(٢) \times ٢(٥٢) \times ٢(١٥)}{٢(٥٢) \times ٩}$

(الوجه - بورسعيد - ١٥)



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(امى شمس القاهرة - ١٩)

١ إذا كان احتمال نجاح طالب هو  $\frac{1}{10}$  فإن احتمال عدم نجاحه هو

(د)  $\frac{9}{10}$

(ج)  $\frac{1}{10}$

(ب)  $\frac{1}{10}$

(أ)  $\frac{1}{10}$

٢ كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ سُحِبَت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون البطاقة تحمل عددًا أوليًا فرديًا .....  
(مرب الإسكندرية - ١٥)

(د) صفر

(ج)  $\frac{1}{9}$

(ب)  $\frac{1}{9}$

(أ)  $\frac{1}{9}$

٣ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور رقم أقل من ٥ يساوى

(شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٩)

(د)  $\frac{1}{6}$

(ج)  $\frac{2}{3}$

(ب)  $\frac{1}{6}$

(أ)  $\frac{1}{6}$

٤ فصل به ٢٤ تلميذًا، أختير تلميذًا عشوائيًا ، فإذا كان احتمال أن يكون التلميذ المختار بنتًا هو  $\frac{1}{3}$  فإن عدد الأولاد يساوى ..... ولذا.  
(الداخلية - الوادى الجديد - ١٦)

(د) ١٦

(ج) ١٨

(ب) ٢٠

(أ) ٢٢

٥ قيمة  $x$  التى تجعل المقدار :  $x^2 + ٧x + ١٢$  قابلاً للتفكيك هى .....  
(كوم حمادة - البحيرة - ١٩)

(د) -٨

(ج) ٥

(ب) ٧

(أ) ٦

٦ دخل ٢٠ تلميذًا امتحانًا وكان احتمال أن يكون التلميذ ناجحًا هو ٠,٨ فإن عدد الراسبين = .....  
(السوق - كفر الشيخ - ١٦)

(د) ٤

(ج) ٢

(ب) ٨

(أ) ١٦

٧ إذا كان عمر سهام الآن  $(س + ٥)$  سنة فإن عمرها منذ خمس سنوات ..... سنة.  
(الغربية - البحيرة - ١٨)

(د)  $س - ٥$

(ج)  $س - ٥$

(ب)  $س + ٥$

(أ)  $س$

٨ احتمال الحدث المستحيل يساوى .....  
(شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

(د) ٢

(ج) ٣

(ب) ١

(أ) صفر

٢ (أ) كيس به مجموعة من البطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ فإذا سُحِبَت منه بطاقة واحدة عشوائيًا أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :  
(مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

(٤) عددًا مربعًا كاملاً.

(١) عاملاً من عوامل العدد ٢٤

(مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

(ب) إذا كان  $\frac{٤٩ \times ٢٥ \times ٣}{١٥ \times ٧} = ٣٤٣$  فأوجد قيمة :  $٢٦^x$   
(رأس سدر جنوب سيناء - ١٩)

٣ (١) فى عملية إنتاج ٣٠٠ مصباح كهربائى كان عدد الوحدات المعيبة ١٨ وحدة.

١ أوجد احتمال أن تكون الوحدة معيبة. [٢] أوجد احتمال أن تكون الوحدة صالحة.

(سافس - سوهاج - ١٩)

٣ إذا كان الإنتاج اليومي ١٦٠٠ وحدة، كم عدد الصالح فى هذا اليوم ؟

(ب) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو  $\frac{٧}{١٠}$  فأوجد العدد الكلى للكرات.  
(المسرة - الإسكندرية - ١٦)

# الأسئلة الهامة

لغة الجسم والإصغاء

من امتحانات الإدارات التعليمية

موقع التفوق



AltFwok.com



## ملخص الوحدة الأولى

### التحليل

❖ قبل البدء في تحليل المقدار الجبري يجب مراعاة ما يأتي :

• ترتيب حدود المقدار تنازلياً أو تصاعدياً حسب أسس أحد الرموز المعطاة ، ويفضل تنازلياً.

• إخراج ع.م.أ بين حدود المقدار.

• فك الأقواس واختصار المقدار الجبري.

❖ تحليل المقدار الثلاثي على الصورة :  $س^2 + ب س + ج$  ،  $س$  هو كيانه في صورة حاصل ضرب عاملين بحيث :

• الحد الأول في كل منهما يساوي  $س$

• الحدان الآخران فبهما هما عددان ، حاصل ضربيهما  $ج$  وهو الحد الأخير في المقدار الثلاثي ، ومجموعهما  $ب$  وهو

معامل  $س$  في المقدار الثلاثي.

❖ عند تحليل المقدار :  $س^2 + ب س + ج$  على الصورة  $(س + ل)(س + م)$  فإنه :

١ إذا كانت  $ج$  موجبة (أي حاصل ضرب العددين موجب) فإن :  $ل ، م$  لهما نفس إشارة  $ب$

٢ إذا كانت  $ج$  سالبة (أي حاصل ضرب العددين سالب) فإن :

$ل ، م$  مختلفان في الإشارة وأكبرهما (عددياً) له نفس إشارة  $ب$

❖ لتحليل المقدار الثلاثي :  $س^2 + ب س + ج$  حيث  $(ب \neq ١)$  اتبع ما يلي :

١ حل  $س^2 + ج$  إلى عاملين «ل س ، م س»

واكتبهما داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

٢ حلل الحد الأخير في المقدار الثلاثي ( $ج$ ) إلى عاملين «ن س ، هـ س»

واكتبهما أيضاً داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

٣ أوجد (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين) فإذا كن المجموع مساوياً للحد الأوسط في المقدار

الثلاثي كان التحليل صحيحاً ، وإذا لم يكن فم محاولات أخرى للوصول إلى التحليل الصحيح.

❖ تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل :

إذا كان المقدار الثلاثي مربعاً كاملاً مرتباً ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً حسب قوى أحد رموزه

فإنه يمكن تحليله على الصورة :  $(\sqrt{الحد الأول} \pm \sqrt{الحد الثالث})^2$

مع ملاحظة أن :

الإشارة بين الحدين داخل القوس تكون مماثلة لإشارة الحد الأوسط في المقدار الثلاثي.

❖ كيفية إيجاد حد ناقص من حدود مقدار لثلاث مربع كامل :

$$1 \text{ إيجاد الحد الأوسط : الحد الأوسط } = \sqrt{\text{الحد الأول} \times \text{الحد الثالث}}$$

$$2 \text{ إيجاد الحد الأول : الحد الأول} = \frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{\text{الحد الثالث}}$$

$$3 \text{ إيجاد الحد الثالث : الحد الثالث} = \frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{\text{الحد الأول}}$$

❖ تحليل الفرق بين مربعين :

الفرق بين مربعي كميتين = مجموع هاتين الكميتين  $\times$  الفرق بين هاتين الكميتين.

$$\text{أي أن } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

❖ تحليل مجموع المكعبين :

مجموع مكعبي كميتين = (الأولى + الثانية) (مربع الأولى - الأولى  $\times$  الثانية + مربع الثانية)

$$\text{أي أن : } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

❖ تحليل الفرق بين المكعبين :

الفرق بين مكعبي كميتين = (الأولى - الثانية) (مربع الأولى + الأولى  $\times$  الثانية + مربع الثانية)

$$\text{أي أن : } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

❖ التحليل بالتقسيم :

يمكن تحليل المقدار الجبري المكون من أربعة حدود باستخدام إحدى الطريقتين الآتيتين :

• الطريقة الأولى :

يُقسم المقدار الجبري المكون من أربعة حدود إلى مقدارين كل منهما يتكون من حدين بحيث نستطيع إيجاد عامل مشترك بينهما.

• الطريقة الثانية :

يُقسم فيها المقدار الجبري المكون من أربعة حدود إلى مقدار لثلاث (ويجب أن يكون مربعًا كاملاً) والحد الرابع يجب أيضًا أن يكون مربعًا كاملاً ، بحيث يمكن تحليل المقدار الأصلي كفرق بين مربعين.

## ⊙ التحليل بإكمال المربع :

١. تُضيف إلى المقدار المعطى ضعف حاصل ضرب جذري المربعين ثم نطرحه حتى لا يتغير المقدار.
٢. نستخدم الإبدال والدمج نعيد ترتيب حدود المقدار حتى نصل إلى الصورة :  
مقدار ثلاث مربع كامل - مربع كامل

٣. نحلل المقدار الناتج كفرق بين مربعين.

٤. إن أمكن نحلل المقادير الناتجة حتى يكون التحليل كاملاً.

## ⊙ حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد :

لحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد ، البع ما يلي :

١. ضع المعادلة على الصورة القياسية :  $ax^2 + bx + c = 0$

٢. حلل المقدار في الطرف الأيمن إلى عاملين.

٣. استخدم الحقيقة المقابلة للحصول على جذري المعادلة.

٤. تأكد من الحل بالتعويض عن كل قيمة من قيمتي  $x$  في المعادلة الأصلية.

- ⊙ لحل مسائل لفظية في الجبر نقوم بترجمة الجمل اللفظية إلى رموز ومقادير جبرية وتكوين معادلة يمكن حلها باتباع طرق حل المعادلات.

### حقيقة

إذا كان  $a, b$  عددين حقيقيين وكان

$$a \times b = 0$$

فإن :  $a = 0$  أو  $b = 0$

AltFwok.com





## أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ إذا كان  $س = ٢$  هو أحد جذري المعادلة  $س^٢ + ٢س + ٥ = ٠$  فإن  $س = ٥$  هو .....  
(توجيه - الإسماعيلية - ١٦)

(أ) ٢ (ب) ٥ (ج) ١٠ (د) -١٠

٢ إذا كان  $س$  حلاً للمعادلة  $س^٢ - ٥س + ١ = ٠$  فإن  $س = ١$  .....  
(أسوط أسوط - ١٦)

(أ) ٢ (ب) -٢ (ج) ٢ (د) ٦

٣ إذا كان المقدار  $س^٢ - ٥س + ١٢$  قابلاً للتحليل فإن  $س$  يمكن أن يساوي .....  
(مصر القديمة - القاهرة - ١٧)

(أ) ١ (ب) ٤ (ج) ٧ (د) ١

٤ أي عدد من الأعداد الآتية يمكن إضافته إلى المقدار  $س^٢ - ٨س + ٥$  حتى يكون قابلاً للتحليل ؟  
(الحرب شبرا العيمة - القليوبية - ١٧)

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٥

٥ المقدار  $س^٢ + ٥س + م$  يقبل التحليل إذا كانت :  $م =$  .....  
(دير نجم - الشرقية - ١٨)

(أ) ١٢ (ب) ٧ (ج) -١٤ (د) -٢

٦ المقدار  $س^٢ + ٥س - م$  قابل للتحليل إذا كانت :  $م =$  .....  
(فاقوس - الشرقية - ١٩)

(أ) ٥ (ب) ١ (ج) ٦ (د) ٧

٧ المقدار  $س^٢ + ٧س + ٦$  قابل للتحليل إذا كانت :  $س =$  .....  
(شرى المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٧

٨ إذا كان أحد عاملي المقدار  $س^٢ + س - ٦$  هو  $س + ٢$  فإن العامل الآخر هو .....  
(شرق طنطا - الغربية - ١٧)

(أ)  $س - ٢$  (ب)  $س - ٢$  (ج)  $س + ٢$  (د)  $س + ٦$

٩ إذا كان المقدار  $س^٢ + ١س - ١٢$  قابلاً للتحليل فإن  $س$  يمكن أن يساوي .....  
(لوحه - بلوفية - ١٧)

(أ) ١٢ (ب) ٨ (ج) ٨ (د) ١

١٠. ليكن  $x$  قابلاً للتجديد

١٠

العدد الذي يمكن إضافته إلى المقدار  $x^2 + 5x + 6$  ليكون قابلاً للتجديد

١١

(١) ٤

(٢) ٢

(٣) ٢٠

(٤) ١

(الشيخ زايد - الجيزة - ١٩)

١١

٥ من  $x^2$  من ٧ من ٦ - (٥ من ٣) من ١

(١) ٢

(٢) ٣

(٣) ٢

(٤) ٣

(أما الدخيلة - ١٩)

١٢

إذا كان  $(x^2 + 5x + 6) - (x^2 + 3x + 2) = 10$  فإن  $x$  هي

(١) ٤

(٢) ١٩

(٣) ١٩

(٤) ١٥

(شرق بورسعيد - ١٩)

١٣

$x^2 + 5x + 6 = (x^2 + 3x + 2) + 1$

(١) ٥ من

(٢) ٣ من

(٣) ٢ من

(٤) ١ من

(مصر القديمة - القاهرة - ١٩)

١٤

إذا كان  $x^2 + 5x + 6$  مربعاً كاملاً فإن  $x$  هي

(١) ٥

(٢) ١٠

(٣) ١٠

(٤) ٥

(غرب شر الخيمة - القليوبية - ١٩)

١٥

يكون المقدار  $x^2 - 5x + 6$  مربعاً كاملاً إذا كان  $x$  =

(١) ٥٠

(٢) ٥

(٣) ١٠

(٤) ٢

(شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٩)

١٦

المقدار  $x^2 + 12x + 36$  يكون مربعاً كاملاً إذا كانت  $x$  =

(١) ١٦

(٢) ٩

(٣) ٤

(٤) ٣

(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٩)

١٧

$(x^2 + 2x + 1) = x^2 + 2x + 1$

(١) ٦ من

(٢) ٢ من

(٣) ٩ من

(٤) ٦ من

(عش شمس - القاهرة - ١٩)

١٨

المقدار  $x^2 + 12x + 36$  يكون مربعاً كاملاً إذا كان  $x$  =

(١) ١٠٠

(٢) ٣٦

(٣) ٣٦

(٤) ٢٥

(شرق المحلة - الغربية - ١٩)

١٩

إذا كان المقدار  $x^2 - 6x + 9$  مربعاً كاملاً فإن  $x$  =

(١) ٩

(٢) ٢

(٣) ١

(٤) ٩

(حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

٢٠

الحد الناقص في المقدار ليكون مربعاً كاملاً  $x^2 + 16x + 64$  هو

(١) ١٢ من

(٢) ٢٤ من

(٣) ٢٤ من

(٤) ١٢ من



## السلسلة الخامسة

٢١ إذا كان  $x^2 - 9 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ٣ (ب) -٣ (ج) ٩ (د) -٩  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ١٧)

٢٢ إذا كان  $x^2 - 4 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ٢ (ب) -٢ (ج) ٤ (د) -٤  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ١٨)

٢٣ إذا كان  $x^2 - 16 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ٤ (ب) -٤ (ج) ٨ (د) -٨  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ١٩)

٢٤ إذا كان  $x^2 - 25 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ٥ (ب) -٥ (ج) ١٠ (د) -١٠  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ٢٠)

٢٥ إذا كان  $x^2 - 36 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ٦ (ب) -٦ (ج) ١٢ (د) -١٢  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ٢١)

٢٦ إذا كان  $x^2 - 49 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ٧ (ب) -٧ (ج) ١٤ (د) -١٤  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ٢٢)

٢٧ إذا كان  $x^2 - 64 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ٨ (ب) -٨ (ج) ١٦ (د) -١٦  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ٢٣)

٢٨ إذا كان  $x^2 - 81 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ٩ (ب) -٩ (ج) ١٨ (د) -١٨  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ٢٤)

٢٩ إذا كان  $x^2 - 100 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ١٠ (ب) -١٠ (ج) ٢٠ (د) -٢٠  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ٢٥)

٣٠ إذا كان  $x^2 - 121 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ١١ (ب) -١١ (ج) ٢٢ (د) -٢٢  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ٢٦)

٣١ إذا كان  $x^2 - 144 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ١٢ (ب) -١٢ (ج) ٢٤ (د) -٢٤  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ٢٧)

٣٢ إذا كان  $x^2 - 169 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ١٣ (ب) -١٣ (ج) ٢٦ (د) -٢٦  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ٢٨)

٣٣ إذا كان  $x^2 - 196 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ١٤ (ب) -١٤ (ج) ٢٨ (د) -٢٨  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ٢٩)

٣٤ إذا كان  $x^2 - 225 = 0$  فإن  $x = \dots$  (أ) ١٥ (ب) -١٥ (ج) ٣٠ (د) -٣٠  
(أبهر الجديدة - القاهرة - ٣٠)

(الوراق - العبرة - ١٧)

٣٣ مجموعة حل للمعادلة :  $س^2 + ٢٥ = صفر$  في  $س$  هي

(د)  $\emptyset$

(ج)  $٥ \pm$

(ب)  $٥ -$

(أ)  $٥$

(اطسا الصوم - ١٨)

٣٤ مجموعة حل للمعادلة :  $س^2 - ٣ = ١$  في  $س$  هي

(د)  $\{-٤\}$

(ج)  $\{٢, -٢\}$

(ب)  $\{٤\}$

(أ)  $\emptyset$

(أشمون الموقية - ١٩)

٣٥ مجموعة حل للمعادلة :  $س^2 + س = صفر$  في  $س$  هي

(د)  $\emptyset$

(ج)  $\{١\}$

(ب)  $\{١, -١\}$

(أ) صفر

(غرب طيب العربة - ٢٠)

٣٦ إذا كان ٢ هو حل للمعادلة :  $س^2 - ٣س + ٢ = صفر$  فإن : .....

(د) ١

(ج) ٣

(ب)  $٢ -$

(أ) صفر

(شرق شبرا الخيمة - القلوبية - ٢١)

٣٧ مجموعة حل للمعادلة :  $س^2 - ٦س = ٠$  في  $س$  هي

(د)  $\{-٦\}$

(ج)  $\{٦, ٠\}$

(ب)  $\{٠\}$

(أ)  $\{٦\}$

(عين شمس - القاهرة - ٢٢)

٣٨ إذا كان عُمر أحمد الآن  $س$  سنة فإن عُمره منذ ٣ سنوات = ..... سنة.

(د)  $س + ٣$

(ج)  $س - ٣$

(ب)  $س - ٣$

(أ)  $س - ٣$

٣٩ إذا كان عُمر سهام الآن  $(س + ٥)$  سنة فإن عمرها منذ خمس سنوات = ..... سنة.

(لعامرية - الإسكندرية - ٢٣)

(د)  $س + ٥$

(ج)  $س - ٥$

(ب)  $س + ٥$

(أ)  $س$

(دمياط - دمياط - ٢٤)

٤٠ إذا كان عُمر خالد بعد ٤ سنوات هو  $س$  سنة فإن عمره الآن هو ..... سنة.

(د)  $س + ٤$

(ج)  $س - ٤$

(ب)  $س - ٤$

(أ)  $س + ٤$

(دمياط - دمياط - ٢٥)

٤١ إذا كان عُمر أحمد منذ ٥ سنوات هو  $س$  سنة فإن عمره الآن هو ..... سنة.

(د)  $س + ٥$

(ج)  $س - ٥$

(ب)  $س + ٥$

(أ)  $س + ٥$

٤٢ إذا كان مجموع عمري أحمد ومحمد ١٠ سنوات فإن مجموع عمريهما بعد ٥ سنوات

(السنلاوين - الدقهلية - ٢٦)

يساوي ..... سنة.

(د) ٢٥

(ج) ٢٠

(ب) ٥٠

(أ) ١٥

(صدفا - أسيوط - ٢٧)

٤٣ ثلاثة أمثال مربع العدد  $س$  هو .....

(د)  $\frac{س^2}{٣}$

(ج)  $٣س^2$

(ب)  $س^2 + ٣$

(أ)  $(٣س)^2$

ثانياً أسئلة الإكمال

١ إذا كان  $x$  أحد جذري المعادلة  $x^2 + 3x - 1 = 0$  فإن الجذر الآخر هو ..... (قاسم - ١٦)

٢ إذا كان  $(x+2)(x+3) = x^2 + 4x + 6$  فإن  $x = 4$  ..... (الهمم - المرة ١٧)

٣ إذا كان  $(x-5)$  هو أحد عاملي المقدار  $x^2 - 10x + 25$  فإن العامل الآخر هو ..... (المرحبة لمرحلة الخط - القلوب ١٨)

٤ إذا كان  $(x+3)$  أحد عاملي المقدار  $x^2 + 7x + 12$  فإن العامل الآخر هو ..... (كوم حمادة - البحرة ١٩)

٥ إذا كان  $x^2 + 4x + 6 = (x-1)(x-2)$  فإن  $x = \dots\dots\dots$  (إيسا - الأقصر ٢٠)

٦ إذا كان  $x-1$  أحد جذري المعادلة  $x^2 - 2x + m = 0$  فإن  $m = \dots\dots\dots$  (المرحبة - البحرة ٢١)

٧ إذا كان  $(x-1)$  أحد عاملي المقدار  $x^2 + 9x - 5$  فإن العامل الآخر هو ..... (أبلا كفر الشيخ - ٢٢)

٨  $2x^2 + 3x - 6 = (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots + x)$  (سورس - القوم - ٢٣)

٩  $5x^2 - 2x - 7 = (5x - \dots\dots\dots)(\dots\dots\dots + x)$  (عين شمس القاهرة - ٢٤)

١٠  $3x^2 + 7x - 6 = (3x - \dots\dots\dots)(\dots\dots\dots + x)$  (دفتي - القرية - ٢٥)

١١ إذا كان المقدار  $x^2 + 6x - 6$  مربعاً كاملاً فإن  $x = \dots\dots\dots$  (الهمم - الجيزة - ٢٦)

١٢ إذا كان  $x^2 - 10x + 1$  مربعاً كاملاً فإن  $x = \dots\dots\dots$  (إيناي البارود - البحرة - ٢٧)

١٣ إذا كان المقدار  $x^2 + 9x + 25$  مربعاً كاملاً فإن  $x = \dots\dots\dots$  (الدلتا - البحرة - ٢٨)

١٤ إذا كان المقدار الثلاثي  $x^2 + 36x + 6$  مربعاً كاملاً فإن  $x = \dots\dots\dots$  (سوهاج - سوهاج - ٢٩)

١٥ إذا كان  $4 = b + 5$  ،  $2 = b - 4$  فإن  $2 = 4 - b = \dots\dots\dots$  (روضة الفرج - القاهرة - ٣٠)

١٦ إذا كان  $x^2 - 24 = x - 3$  فإن  $x + 3 = \dots\dots\dots$  (شرق مدينة نصر - القاهرة - ٣١)

١٧  $8 - x^2 = (x-2)(\dots\dots\dots + \dots\dots\dots + 4)$  (المرحبة - البحرة - ٣٢)



## الأسئلة العامة

١٧. ٢٠٧ سم<sup>٢</sup> + ٧ سم + ٢ (الإسماعيلية - الإسماعيلية ١٨) | ٨ ٢ سم<sup>٢</sup> + ٦ سم - ٦ (شرقي المحلة - الغربية ١٨)
١٩. ٢ سم<sup>٢</sup> - ٢ سم + ١ (العمارة - الجيزة ١٩) | ١٢ ٢ سم<sup>٢</sup> - ٥ سم - ١٢ (أجا - الدقهية ١٨)
١١. ٩ سم<sup>٢</sup> (المطرية - القاهرة ١٨) | ١٢ ١٦ سم<sup>٢</sup> - ٩ (مصر القديمة - القاهرة ١٧)
١٢. ٨ سم<sup>٢</sup> + ١٢٥ (القاهرة الجديدة - القاهرة ١٧) | ١٤ ٢ سم<sup>٢</sup> - ٨١ (المنيا - المنيا ١٩)
١٥. ٨ سم<sup>٢</sup> + ٠ (الوراق - الصوفا ١٧)
١٦. ٦ سم + ٦ سم + ٦ سم + ٦ سم (٦ أكتوبر - الجيزة ١٩)
١٧. ٦ سم + ٣ سم + ٥ سم + ١٥ (مطوس - كفر الشيخ ١٩) | ١٨ ٢ سم<sup>٢</sup> + ٢ سم + ٩ سم - ٢ (القرين - الشرقية ١٩)
١٩. ٤ سم<sup>٢</sup> + ٤ سم (العمارة - الجيزة ١٨) | ٢٠ ٨١ سم<sup>٢</sup> + ٤ سم (المنزهة - الإسكندرية ١٦)

٢. مستطيل بعده من سم ، (١ + سم) سم ومساحته ٢٠ سم<sup>٢</sup> أوجد بعديه. (القاهرة - الإسكندرية ١٧)

٣. أوجد قيمة لـ التي تجعل المقدار : ٢ سم<sup>٢</sup> + لـ سم + ٩ مربع كاملاً. (العمارة - الجيزة ١٩)

٤. استخدم التحليل في تسهيل إيجاد قيمة كل مما يأتي :

١.  $(٢,٧) + ٢,٧ \times ٧,٣ \times ٢ + (٧,٣)$  (العمارة - الجيزة ١٩)
٢.  $١ + ٩٩ \times ٢ + (٩٩)$  (القلوبية ١٩)
٣.  $(٢٥) - (٧٥)$  (الدقهية ١٩)

٥. أوجد مجموعة الحل في ح لكل من المعادلات الآتية :

١.  $٨ - ٢ سم + ١٥ = ٠$  (توجه - الإسماعيلية ١٩) | ٢.  $٢ سم + ٦ سم - ٦ = ٠$  (سوهاج - سوهاج ١٨)
٣.  $١٢ - ٢ سم = ٢٢$  (كوم حمادة - الجيزة ١٧) | ٤.  $١٢ - ٢ سم - ١٢ = ٠$  (المنزهة - الإسكندرية ١٦)

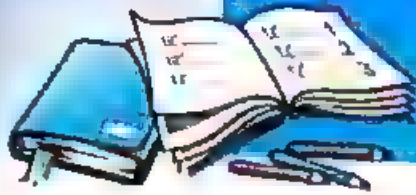
٦. عدد حقيقي موجب إذا أضيف مربعه إلى خمسة أمثله كان الناتج ٢٦ أوجد هذا العدد. (الغمام - أسيوط ١٩)

٧. أوجد العدد الحقيقي الذي ضعفه يزيد عن معكوسه الضرب بمقدار الواحد الصحيح. (غرب - الإسكندرية ١٥)

٨. عدان صحيحان أحدهما يريد عن الآخر بمقدار ٢ وحاصل ضربيهما ١٨ فما العدان ؟ (دسوق - كفر الشيخ ١٦)

٩. مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ أمتار فإذا كانت مساحته ٨٤ م<sup>٢</sup> فأوجد بعدي المستطيل ومحيطه. (رأس - الأقصر ١٧)

١٠. ما العدد الموجب لذي إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٢٠ ؟ (الدلتا - الجيزة ١٨)



## ملخص الوحدة الثانية

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في  $\mathbb{Z}$

★ إذا كان  $a \in \mathbb{Z}$ ،  $b \in \mathbb{Z}$ ،

فإن  $a \times b = 1 \times 1 \times \dots \times 1 \times 1$  حيث  $1$  مكرر كعامل  $b$  من المرات.

★ إذا كان  $a \in \mathbb{Z}$ ،  $b \in \mathbb{Z}$ ، فإن  $a \times 1 = a$

★  $(-1) \times (-1) = 1$  إذا كان  $b$  عددًا زوجيًا.

★  $(-1) \times 1 = -1$  إذا كان  $b$  عددًا فرديًا.

★ إذا كان  $a \in \mathbb{Z}$  عددًا حقيقيًا لا يساوي الصفر،  $b \in \mathbb{Z}$  عددًا صحيحًا موجبًا

فإن  $\frac{1}{b} \in \mathbb{Q}$ ،  $\frac{1}{-b} \in \mathbb{Q}$

قوانين القوى الصحيحة في  $\mathbb{Z}$

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

$$a^b \times a^c = a^{b+c}$$

$$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$$

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

$$a^b \times a^c = a^{b+c}$$

★ إذا كان  $a \in \mathbb{Z}$  عددًا حقيقيًا،  $b \in \mathbb{Z}$  عددين صحيحين

وكان  $a^b = a^c$ ، فإن  $b = c$  حيث  $a \neq 0$ ،  $a \neq 1$

★ إذا كان  $a \in \mathbb{Z}$ ،  $b \in \mathbb{Z}$  عددين حقيقيين،  $c \in \mathbb{Z}$  عددًا صحيحًا وكان  $a^b = a^c$ ، فإن :

$a = 0$  إذا كان  $c$  عددًا فرديًا.

$a \neq 0$  إذا كان  $c$  عددًا زوجيًا.

$a = 0$  صفر إذا كان  $c \neq 0$

★ إذا كان  $a \in \mathbb{Z}$ ،  $b \in \mathbb{Z}$ ، فإن  $a = 0$  صفر حيث  $a \neq 0$ ،  $b \neq 0$

★ ترتيب إجراء العمليات الرياضية كما يلي :



ALTfWOK.COM





أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

(الوادي - القاهرة - ١٦)

١ نصف العدد  $2^2$  هو .....

- (أ)  $2^2$  (ب)  $2^4$  (ج)  $2^2$  (د)  $2^4$

(شرق - الإسكندرية - ١٦)

٢  $2^2 \times 2^2 = \dots$

- (أ)  $2^2$  (ب)  $2^4$  (ج)  $2^2$  (د)  $2^4$

(شمال الجزيرة - الجيزة - ١٦)

٣  $2^2 \times 2^2 \times 2^2 = \dots$

- (أ) ٨ (ب) ٨- (ج) ٢ (د) ٣

(غرب شبرا الخيمة - الفيوم - ١٧)

٤ إذا كانت:  $2^2 = 2$ ،  $2^2 = 0$  فإن:  $2^2 + 2 = \dots$

- (أ) ١٥ (ب) ٨ (ج) ٢ (د) ٢-

(كوم حمادة - البحيرة - ١٧)

٥ إذا كان:  $2^2 = 120$  فإن:  $2^2 = \dots$

- (أ)  $2 \pm$  (ب)  $2, 2$  (ج)  $2, 2$  (د) ٥

(الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

٦  $\dots = \left(\frac{2^2}{2}\right)^2$

- (أ)  $\frac{2}{2}$  (ب)  $\frac{2}{2}$  (ج)  $\frac{2}{2}$  (د)  $\frac{2}{2}$

(إطسا - الفيوم - ١٨)

٧  $\dots = 2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2$

- (أ)  $2^2$  (ب)  $2^2$  (ج)  $2^2$  (د)  $2^2$

(سمند - الغربية - ١٩)

٨  $\dots = 2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2$

- (أ)  $2^2$  (ب)  $2^2$  (ج)  $2^2$  (د)  $2^2$

(السيلاوين - الدقهلية - ١٩)

٩  $\dots = \frac{2^2 \times 2^2}{2^2}$

- (أ) ٢ (ب)  $\frac{1}{2}$  (ج) ٩ (د)  $\frac{1}{9}$

(عين شمس - القاهرة - ١٦)

١٠  $\dots = 2^2 + 2^2 + 2^2$

- (أ)  $2^2$  (ب)  $2^2$  (ج)  $2^2$  (د)  $2^2$

(الهرم - الجيزة - ١٧)

١١ إذا كان:  $2^2 = 1$  فإن:  $2^2 = \dots$

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٢ (د) ٢-



١٢. إذا كان  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{a}{b}$  فإن  $a =$  .....  
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

١٣. ربع العدد ١ = .....  
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

١٤.  $a = \frac{a}{b}$  فإن  $\frac{a}{b} =$  .....  
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

١٥.  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = ٦$  فإن  $a =$  .....  
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

١٦. إذا كان  $\frac{a}{b} = ٤$  فإن  $\frac{a}{b} =$  .....  
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

١٧. سنس العدد  $٢ \times ٢ =$  .....  
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

١٨. إذا كان  $\frac{a}{b} = ٣$  ،  $\frac{a}{b} = \frac{1}{٣}$  فإن  $\frac{a}{b} =$  .....  
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

١٩.  $٤ \times ١٥ \div ١٢ - ٥ =$  .....  
 (أ) صفر (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٢٠.  $٤ - (٢ - ١) \times ١٦ + (٨) =$  .....  
 (أ) ٨ (ب) ٩ (ج) ١٠ (د) ١١

٢١. إذا كان  $(٢ - ١) = ١$  فإن  $١ =$  .....  
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٢٢.  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = ٦$  فإن  $\frac{a}{b} =$  .....  
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٢٣.  $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} =$  .....  
 (أ) ٨ (ب) ٩ (ج) ١٠ (د) ١١

ثانياً: سلسلة الإكمال

- ١  $\sqrt[2]{(5\sqrt{2})} = \dots$  (عين شمس - القاهرة - ١٨)
- ٢ إذا كان  $(س - ٣) صغر = ١$  فإن :  $س = \dots$  (دمياط - دمياط - ١٨)
- ٣  $\dots = (\sqrt[2]{٢٧} - \sqrt[2]{٣٧}) (\sqrt[2]{٢٧} + \sqrt[2]{٣٧})$  (شرق الإسكندرية - ١٨)
- ٤ المعكوس الضربى للعدد  $(\sqrt[2]{٣٧})$  هو  $\dots$  (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)
- ٥  $(5\sqrt{2})^0 \div 5\sqrt{2} = \dots$  (في أبسط صورة) (أسيوط - أسيوط - ١٧)
- ٦  $\dots = ٢^{-١} (١ - ١)$  (المنيا - الوادي الجديد - ١٦)
- ٧ إذا كان  $\sqrt[4]{\frac{٢}{٥}} = \frac{٢}{٣}$  فإن  $\frac{٢}{٣} = \dots$  (القناطر الخيرية - القليوبية - ١٩)
- ٨  $\dots = (\sqrt[2]{٣٧}) - (\sqrt[2]{٣٧})$  (كفر الشوكر - البحيرة - ١٩)
- ٩ المعكوس الضربى للعدد  $(٣) صغر$  هو  $\dots$  (هوف - كفر الشيخ - ١٩)
- ١٠ إذا كان  $(\frac{٣}{٥})^{س+٤} = ١$  فإن  $س = \dots$  (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٩)
- ١١  $\dots = ٢^{-٣} (٥ - ٥)$  (شرق - بورسعيد - ١٩)
- ١٢ إذا كان  $٢ \times ٣^{-س} = ١,٥$  فإن :  $س = \dots$  (غرب الفيوم - الفيوم - ١٩)
- ١٣  $٢ = (\sqrt[2]{٣٧}) \times (\sqrt[2]{٣٧})$  (المنيا - المنيا - ١٨)
- ١٤ إذا كان :  $٧ = ٥^{-س}$  فإن  $٥ = ١ + س = \dots$  (الإسماعيلية الإسماعيلية - ١٨)
- ١٥ إذا كان  $٢ = ٢^{-س}$  فإن :  $٨ = س = \dots$  (موف - المنوفية - ١٨)
- ١٦ إذا كان  $٢^{-س} - ٢^{-س} = \dots$  (الهرم الجيزة - ١٧)
- ١٧ إذا كان :  $(\frac{٥}{٣})^{-س} = \frac{٢٧}{١٢٥}$  فإن  $س = \dots$  (المنيا - المنيا - ١٦)
- ١٨ إذا كان :  $٣ = س = ٦$  فإن :  $(٢) = س = \dots$  (عين شمس - القاهرة - ١٨)
- ١٩  $٢ صغر + ٢ = (\frac{١}{\sqrt[2]{٣٧}})^{-١} = \dots$  (شرق المنيا - الغربية - ١٨)

أشياء الخيال - 113

$$113 \quad 2^x + 2^y + 2^z = 2^4$$

سلا - 114

$$114 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^y + \left(\frac{1}{2}\right)^z = 1$$

أسود - 115

$$115 \quad \text{إذا كان } 2^x + 2^y + 2^z = 2^4 \text{ فإن } 2^x + 2^y + 2^z = 2^4$$

### المسألة الثالثة

1. اختصر البسط صورة كما يلي:

سور - 116

$$116 \quad \frac{2^x + 2^y + 2^z}{2^x + 2^y + 2^z} = 1$$

أسود - 117

$$117 \quad \frac{2^x + 2^y + 2^z}{2^x + 2^y + 2^z} = 1$$

أشياء الخيال - 118

$$118 \quad \frac{2^x + 2^y + 2^z}{2^x + 2^y + 2^z} = 1$$

أسود - 119

$$119 \quad \frac{2^x + 2^y + 2^z}{2^x + 2^y + 2^z} = 1$$

أشياء الخيال - 120

$$120 \quad \text{اختصر البسط صورة: } \frac{2^x + 2^y + 2^z}{2^x + 2^y + 2^z} = 1$$

(عصر العجوة - القاهرة - 121)

$$121 \quad \text{إذا كان } 2^x + 2^y + 2^z = 2^4 \text{ أوجد قيمة } x$$

أشياء الخيال - 122

$$122 \quad \text{إذا كان } 2^x + 2^y + 2^z = 2^4 \text{ أوجد قيمة } x$$

(العجوة - الإسكندرية - 123)

$$123 \quad \text{إذا كان } 2^x + 2^y + 2^z = 2^4 \text{ أوجد قيمة } x$$

(صوب البحيرة - البحيرة - 124)

$$124 \quad \text{إذا كان } 2^x + 2^y + 2^z = 2^4 \text{ أوجد قيمة } x$$

(المسحرات - البحيرة - 125)

$$125 \quad \text{إذا كان } 2^x + 2^y + 2^z = 2^4 \text{ أوجد قيمة } x$$

(ديوب - البحيرة - 126)

$$126 \quad \text{إذا كان } 2^x + 2^y + 2^z = 2^4 \text{ أوجد قيمة } x$$

(الوجه - السويس - 127)

$$127 \quad \text{أوجد قيمة } x \text{ إذا كان } 2^x + 2^y + 2^z = 2^4$$

١٢٨. أوجد قيمة  $x$  حيث  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$

١٢٩. أوجد قيمة  $x$  إذا كانت  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$

١٣٠. أوجد قيمة  $x$  إذا كانت  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$

١٣١. إذا كان  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$  فأوجد قيمة  $x$

١٣٢. أوجد قيمة  $x$  إذا كانت  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$

١٣٣. إذا كان  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$  فأوجد قيمة  $x$

١٣٤. أوجد قيمة  $x$  إذا كانت  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$

١٣٥. إذا كان  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$  فأوجد قيمة  $x$

١٣٦. أوجد قيمة  $x$  إذا كانت  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$

١٣٧. إذا كان  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$  فأوجد قيمة  $x$

١٣٨. أوجد قيمة  $x$  إذا كانت  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$

١٣٩. إذا كان  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$  فأوجد قيمة  $x$

١٤٠. إذا كانت  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$  فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي في أبسط صورة :

١٤١. أوجد قيمة  $x$  إذا كانت  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$

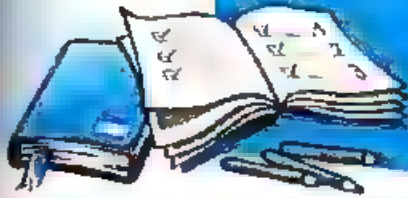
١٤٢. أوجد قيمة  $x$  إذا كانت  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$

١٤٣. أوجد قيمة  $x$  إذا كانت  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$

١٤٤. أوجد قيمة  $x$  إذا كانت  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$

١٤٥. أوجد قيمة  $x$  إذا كانت  $\log_2 \left( \frac{x}{2} \right) = 1$

ALTfWOK.COM



## ملخص الوحدة الثالثة الاحتمال

⊛ احتمال حدوث ناتج معين =  $\frac{\text{عدد مرات تكرار هذا الناتج}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$

⊛ العدد المتوقع لحدوث نواتج معينة = احتمال حدوثها  $\times$  العدد الكلي للمفردات المعطاة.  
التجربة العشوائية :

هي تجربة نستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها وإن كنا لا نستطيع تحديد أي هذه النواتج سيتحقق فعلاً عند إجرائها.

فضاء العينة :

هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز  $\Omega$   
الحدث :

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

احتمال وقوع أي حدث  $A$   $\Rightarrow$   $P(A)$  يرمز له بالرمز  $P(A)$  ويُعطى بالعلاقة :

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } A}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

AltFwok.com



## أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

- ١ إذا كان حدث  $A$  حدث في الفضاء العينة  $S$  فإن  $A \cap S = S$  . . . ف
- (أ)  $\emptyset$  (ب)  $S$  (ج)  $A$  (د)  $S \cap A$
- ٢ عند إلقاء قطعة نقود فإن احتمال ظهور الصورة يساوي . . .
- (أ)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{1}{4}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د)  $\frac{1}{5}$
- ٣ إذا كان احتمال نجاح طالب  $0.7$  ، فإن احتمال رسوبه هو . . .
- (أ)  $0.7$  (ب)  $0.1$  (ج)  $0.2$  (د)  $0.3$
- ٤ إذا كان احتمال أن يحل طالب مسألة هو  $0.7$  ، فإن عدد المسائل المتوقع أن يحلها من بين ٢٠ مسألة يساوي . . .
- (أ) ٧ (ب) ١٠ (ج) ١٤ (د) ٢٠
- ٥ احتمال الحدث المستحيل يساوي . . .
- (أ) ١ (ب)  $-\infty$  (ج) صفر (د)  $\emptyset$
- ٦ احتمال الحدث المؤكد يساوي . . .
- (أ) ١ (ب) صفر (ج) ٢ (د) ٢
- ٧ سُحبت بطاقة واحدة عشوائياً من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ ، فإن احتمال البطاقة المسحوبة تحمل عدداً زوجياً أكبر من ٢ يساوي . . .
- (أ)  $\frac{3}{10}$  (ب)  $\frac{6}{10}$  (ج)  $\frac{8}{10}$  (د)  $\frac{7}{10}$
- ٨ صندوق يحتوي على عدد من الكرات نصفها بيضاء وثلثها خضراء ، وباقى الكرات زرقاء ، فإذا سُحبت واحدة عشوائياً فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء يساوي . . .
- (أ)  $\frac{1}{3}$  (ب)  $\frac{1}{2}$  (ج)  $\frac{1}{4}$  (د)  $\frac{1}{5}$
- ٩ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٢ يساوي . . .
- (أ)  $\frac{1}{6}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج)  $\frac{1}{4}$  (د)  $\frac{2}{6}$

١٤. ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٧ يساوي ..... (عمرى التوفيق - التبريد ١٩)

(أ) صفر (ب)  $\frac{1}{6}$  (ج)  $\frac{1}{2}$  (د)  $\frac{2}{3}$

١٥. عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور الكتابة يساوي ..... (أسعد المصطفى ١٩)

(أ)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{1}{4}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د)  $\frac{1}{5}$

١٦. عند إلقاء قطعة نقود احتمال ظهور صورة يساوي ..... (أبو حمزة الحيدري ١٩)

(أ)  $\frac{1}{5}$  (ب)  $\frac{1}{50}$  (ج)  $\frac{1}{0.5}$  (د)  $\frac{1}{50}$

١٧. عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى يساوي .. (بسول - الهريفة ١٩)

(أ)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج)  $\frac{1}{4}$  (د)  $\frac{2}{3}$

١٨. أي من الآتي يمكن أن يكون احتمالاً لأحد الأحداث ؟ (اسمها - بنو سويف ١٩)

(أ)  $0.73$  (ب)  $1.23$  (ج)  $79\%$  (د)  $\frac{1}{4}$

١٩. عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال أن يكون العدد الظاهر على الوجه العوى عدداً زوجياً يساوي ..... (ملوى - إتنا ١٩)

(أ)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{1}{4}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د)  $\frac{1}{5}$

٢٠. إذا كان احتمال نجاح طالب في أحد الاختبارات  $75\%$  فإن احتمال رسوبه يساوي ..... (ملوى - المسبا ١٩)

(أ)  $\frac{1}{4}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج)  $\frac{1}{2}$  (د)  $\frac{1}{5}$

٢١. ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور لعدد ٥ يساوي .. (عبي شمس - العاهرة ١٩)

(أ) صفر (ب)  $\frac{1}{6}$  (ج)  $\frac{5}{6}$  (د)  $\frac{5}{9}$

### ثانياً أسئلة الإكمال

١. ...  $\geq$  احتمال أي حدث  $\geq$  ... (الشيوخ زايد - العيزة ١٩)

٢. لأي حدث ؟  $\supset$  ف يكون ل (ف)  $\exists$  الفترة .. (ميت عمر - الدفولية ١٩)

٣. ألقى حجر نرد مرة واحدة ، فإن احتمال ظهور العدد ٢ يساوي ..... (المتزه - الإسكندرية ١٩)

٤. احتمال ظهور عدد أكبر من ١٠ عند رمي حجر نرد منتظم مرة واحدة يساوي ..... (أكرم حمادة البحيرة ١٩)



## الأسئلة المقالية

- ٥ إذا كان احتمال نجاح طالب هو  $\frac{7}{11}$  فإن احتمال رسوبه .....  
(الوابلي - القاهرة - ١٩)
- ٦ إذا كان احتمال النجاح لطالب هو  $\frac{9}{10}$  فإن احتمال الرسوب يساوى .....  
(غرب الفيوم - الفيوم - ١٩)
- ٧ فصل دراسي به ٢٥ ولدًا ، ٢٠ بنتًا فإذا اختير أحدهم عشوائيًا فإن احتمال أن تكون بنت هو .....  
(ميت غمر - الدقهلية - ١٩)
- ٨ إذا اختير عشوائيًا أحد أرقام العدد ٢٧٤٥٢ فإن احتمال أن يكون الرقم المختار زوجيًا يساوى .....  
(عبي شمس - القاهرة - ١٩)
- ٩ كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سُحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عددًا أوليًا فرديًا يساوى .....  
(يتاي الهلوان - البحيرة - ١٩)
- ١٠ سُحبت كرة عشوائيًا من صندوق به كرات مرقمة من ٥ إلى ١٩ فإن احتمال أن تحمل الكرة عددًا أوليًا يساوى .....  
(دسوق - كفر الشيخ - ١٩)

## ثالثًا الأسئلة المقالية

- ١ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فما احتمال ظهور كل من العددين الآتين :  
(١) ظهور عدد أقل من ١ (٢) ظهور عدد أكبر من ٤  
(الشن - بنى سويف - ١٩)
- ٢ إذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ أوجد احتمال سحب بطاقة تحمل رقمًا :  
(١) زوجيًا. (٢) لا يقبل القسمة على ٥  
(الساحل - القاهرة - ١٩)
- ٣ يحتوى صندوق على ١٢ كرة حمراء ، ١٨ كرة بيضاء ، ٢٠ كرة زرقاء سُحبت كرة واحدة عشوائيًا ، احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :  
(١) حمراء. (٢) ليست بيضاء.  
(غرب الفيوم - الفيوم - ١٩)
- ٤ سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا من كيس يحتوى على ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ أوجد احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة :  
(١) يقبل القسمة على ٣ (٢) عددًا أوليًا.  
(دير بنجم - الشرقية - ١٩)
- ٥ كيس به عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق والباقي باللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو  $\frac{1}{4}$  فأوجد عدد الكرات الحمراء.  
(سيدى سالم - كفر الشيخ - ١٩)

(أبو نقت - ١٩)

٦ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فما احتمال ظهور كل من العددين الآتين :

٦ ظهور عدد يقبل القسمة على ٧ [٢] ظهور عدد أولى  $\geq ٤$

(فوة - كفر الشيخ - ١٩)

٧ مدرسة بها ٣٢٠ تلميذاً وتلميذة إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالي ولداً هو ٠,٦

فأوجد عدد بنات المدرسة.

(شرقي كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

٨ من مجموعة الأرقام  $\{٥, ٣, ٢\}$  كون مجموعة الأعداد المكونة من رقمين مختلفين

ثم أوجد احتمال أن يكون أحد الأعداد المكونة زوجياً.

(صدقا - أسوط - ١٩)

٩ يلعب نادي ٣٠ مباراة في الدوري العام فإذا كان احتمال تعادله في إحدى المباريات هو ٠,٣ واحتمال

فوزه هو ٠,٦ أوجد :

١ عدد المباريات المتوقع أن يتعادل فيها. ٢ عدد المباريات المتوقع أن يخسرها.

(العمرائية - الجيزة - ١٩)

١٠ مجموعة من البطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ فإذا سُحبت منها بطاقة واحدة عشوائياً.

أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها :

[٢] عدد مربع كامل.

[١] عدد مضاعف للعدد ٦

AltFwok.com

# الامتحانات النهائية

في الجبر والإحصاء

موقع التفوق



**أجب عن الأسئلة الآتية :**

1) إذا كانت:  $y = x^2 + 3$  فإن:  $y' = 2x$

٤٢] إذا كان:  $s + s = 4$  ،  $s - s = 2$  ، فإن:  $s = 2$  ،  $s = 2$  .

٢. مجموعة حل المعادلة :  $x^2 - 1 = 0$  ، حيث  $x \in \mathbb{R}$  هي . . . . .

٤] إذا كان :  $2 = 2$  فإن :  $8 = 8$

٥. مجموعة حل المعادلة :  $x^2 - 3 = 0$  ، في  $\mathbb{C}$  هي : .....

اختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$\dots = \frac{\sqrt{x^2 + 0}}{\sqrt{0}} \quad (1)$$

120 (3)

$Y_0 \left( \frac{1}{2} \right)$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \text{ (ب)}$$

$$\frac{1}{140} (1)$$

$$1 + 1 + 1 = 3 \quad \text{[2]}$$

$\{-\}(\text{a})$

$\emptyset \left( \frac{1}{2} \right)$

(b) 7

(أ) صـ

۳) حجم مکعب طول حرفه ۳ سم یساروی ..... سم<sup>۳</sup>

$\Delta(\cdot)$

$\gamma\gamma (\rightarrow)$

12 (一)

4 (1)

٤ إذا كان المقدار الثلاثي :  $س^٢ + ٣٦س + ٣٢٤$  مربعاً كاملاً فإن :  $س =$  .....

$\lambda \pm (.)$

$14 \pm (2)$

$\lambda \pm (\varphi)$

$\sqrt{\pm(i)}$

٥١ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العسوي فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة

علی ۳ یساوی \*\*\*\*

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{y} \left( \frac{z}{y} \right)$$

$$\frac{1}{4} \text{ (ب)}$$

$\frac{1}{2} (1)$

6. إنا كان:  $\left(\frac{5}{3}\right)^{27} = \frac{27}{126}$  فإن:  $\frac{27}{126} = \frac{3}{14}$

0 (-)

3 (a)

2 (c)

0- (1)

٣ حلل كلاً من المقادير الآتية :

$$\begin{aligned} & (1) \text{ من } 2 \text{ إلى } 7 \text{ من } 2 + 7 \\ & (2) \text{ من } 1 \text{ إلى } 7 \text{ من } 2 + 7 - 1 \\ & (3) \text{ من } 1 \text{ إلى } 7 \text{ من } 2 + 7 - 1 \end{aligned}$$

٤ (١) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{5 \times 6 \times 7}{5 \times 3 \times 7}$

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلة الآتية حيث  $x \in \mathbb{Z}$  ،  $x - 8 = 12 + x$

٥ (١) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقي من اللون الأحمر ، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى  $\frac{2}{3}$  فأوجد العدد الكلى للكرات.

(ب) إذا كان :  $27 = x^3$  ،  $4 = x + y$  ، فأوجد : قيمتي  $x$  ،  $y$

### نموذج

اجب عن الاسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

$$(1) 9 - 4 = \dots \quad (2) \dots = 2 + \dots$$

$$(3) \text{ من } 2 \text{ إلى } \dots = \dots \quad (4) \text{ من } 2 \text{ إلى } \dots = \dots$$

$$(5) \text{ من } 2 \text{ إلى } \dots = \dots \quad (6) \text{ من } 2 \text{ إلى } \dots = \dots$$

$$(7) \text{ إذا كان : } \frac{2}{5} = \frac{x}{y} \text{ فإن : } \dots = \dots$$

(٨) كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سحبته منه بطاقة واحدة عشوائياً فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عدداً أولياً فردياً يساوى .....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$(1) \text{ إذا كان : من } 2 \text{ إلى } 8 = \frac{x}{y} \text{ فإن : } \dots = \dots$$

$$(2) \text{ المقدار : من } 2 \text{ إلى } 8 + 4 = \dots$$

$$(3) \text{ مجموعة حل المعادلة : من } 2 \text{ إلى } 8 = \dots \text{ هي : } \dots$$

$$(4) \text{ إذا كان : من } 2 \text{ إلى } 8 = \frac{x}{y} \text{ فإن : } \dots = \dots$$



١٤ في الشكل المقابل :

الجزء المظلل يمثل ..... الدائرة.

$$\frac{1}{8} (ب)$$

$$\frac{1}{8} (ا)$$

$$\frac{1}{8} (د)$$

$$\frac{1}{8} (ج)$$

٥ إذا كان :  $س٢ + س٣ + س٣ + س٣ = ١$  فإن :  $س١ =$  .....

$$١ (د)$$

$$\frac{1}{8} (ج)$$

$$١ (ب)$$

$$١ - (ا)$$

٦ إذا كان :  $س٦ = ١١$  فإن :  $س١١ =$  .....

$$٧٢ (د)$$

$$٦٦ (ج)$$

$$٢٢ (ب)$$

$$١٢ (ا)$$

٢ حل كلا مما يأتي :

$$٨ + س٢$$

$$٩ - س٢$$

$$١٢ + س٢ - ٧$$

$$س٢ - ٥$$

٤ (١) أوجد مجموعة الحل في ح للمعادلة :  $س١ - س٢ - س٣ = ٦$

$$(ب) اختصر لأبسط صورة : \frac{{}^٢(٣) \times {}^٥(٢٢)}{{}^١(٢٢) \times ٣}$$

٥ (١) إذا كان :  $\frac{١}{٢} = \frac{س٣ \times س٢}{س(١٢)}$  فأوجد : قيمة س

(ب) كيس به عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق والباقي باللون الأحمر ،

فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو  $\frac{١}{٢}$  فأوجد عدد الكرات الحمراء.

ALTfWOK.COM



## نموذج امتحان للطلاب المدمجين

اجب عن الاسئلة الاتية :

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1) مجموعة حل المعادلة :  $x^2 + 25 = 0$  هي

- (أ)  $\{0, -5\}$  (ب)  $\{0\}$  (ج)  $\{-5\}$  (د)  $\emptyset$

2) إذا كان المقدار :  $x^2 + 9x + 14$  مربعاً كاملاً فإن :  $x =$

- (أ) 2 (ب) 6 (ج) 9 (د) 18

3) إذا كان  $(x - 1)$  أحد عاملي المقدار  $x^2 - 4x + 3$  فإن العامل الآخر هو

- (أ)  $(x + 3)$  (ب)  $(x + 1)$  (ج)  $(x - 3)$  (د)  $(x - 4)$

4) إذا كان :  $\left(\frac{5}{7}\right)^x = \left(\frac{2}{5}\right)^2$  فإن :  $x =$

- (أ)  $-\frac{2}{5}$  (ب) 2 (ج)  $\frac{1}{7}$  (د)  $\frac{1}{5}$

5) احتمال الحدث المؤكّد يساوي .....

- (أ) صفر (ب)  $\frac{1}{2}$  (ج) 1 (د) 2

2 صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب) :

| العمود (ب)      | العمود (أ)  |
|-----------------|---|
| • 5             | 1) إذا كان : $x^2 - 15 = x + 1$ ، فإن : $x =$ .....       |
| • 6             | 2) إذا اختير عشوائياً أحد أرقام العدد 37450               |
| • $\frac{2}{5}$ | 3) إذا كان : $(x + 2)^2 = x^2 + 9x + 1$ فإن : $x =$ ..... |
| • صفر           | 4) $2^4 + 2^4 + 2^4 + 2^4 =$ .....                        |
| • 44            | 5) احتمال الحدث المستحيل يساوي .....                      |



٣ أكمل ما يلي :

١.  $(\dots + \dots) (\dots) = ٥س - ٦$

٢.  $(\dots + ٢س + ١) (\dots) = ٨س - ٦$

٣.  $(٣ - \dots) (\dots - ٥س) = ٦س + ٦$

٤.  $(\dots + \dots) (\dots + ١) = ٥س (س + ١) + ٦$

٤ ضع علامة (✓) أو (X) :

١ مدرسة بها ٢٢٠ تلميذاً وتلميذة ، إذا كان احتمال أن يكون التلميذ التالي ولداً هو ٠,٦

فإن عدد البنات يساوي ١٢٨

٢ إذا كانت :  $٢س = ٢٧$  فإن :  $س = \frac{١}{٣}$

٣ سحبت بطاقة عشوائياً من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠

فإن احتمال أن تكون البطاقة تحمل عدداً فردياً أكبر من ٣ هو  $\frac{٢}{١٠}$

٤ العدد الحقيقي الموجب الذي إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج ٢٨ هو ٤

٥ مجموعة حل المعادلة :  $س (س - ٢) (س + ٥) = ٠$  في  $س$  هي  $\{٠, ٢, -٥\}$

٥ أكمل الحل ليصبح المقدار  $\frac{٢٣ \times ٤}{٢٣ \times ٤}$  في أبسط صورة :

$$\frac{٢٣ \times ٢}{٢٣ \times ٢} = \frac{٢ (٣ \times \dots) \times ٢}{٢٣ \times ٢}$$

$$\dots - ٢٣ \times \dots - ٢٣ + \dots = ٢$$

$$٢ \times \dots - \dots$$

$$\dots =$$

AltFwok.com



الجمهورية العربية السورية  
وزارة التربية والتعليم

محافظة اللاذقية



أجب عن الاسئلة الآتية :

١٦ أكمل ما يأتي :

١ إذا كان :  $x + y = 3$  ،  $x - y = 1$  فإن :  $x^2 - y^2 =$

٢ مجموعة حل المعادلة :  $x^2 - 2 = 0$  في  $\mathbb{C}$  هي

٣  $x^2 + \dots = (x + 1)(\dots)$  (ب)  $(x - 1)(\dots)$

٤  $14x^2 - 9x - \dots = (2x - \dots)(\dots + 22)$

٥ إذا كان :  $x^2 = 2$  فإن :  $x^3 =$

٦  $\sqrt{5} + \sqrt{5} = \dots$

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $x^2 = 5$  فإن :  $x^3 =$  (ب)  $10$  (ج)  $12$  (د)  $2$

٢ مجموعة حل المعادلة :  $x^2 + 1 = 0$  في  $\mathbb{C}$  هي ...

(أ)  $\{1\}$  (ب)  $\{-1\}$  (ج)  $\emptyset$  (د)  $\{1, -1\}$

٣ نصف العدد  $102 = \dots$

(أ)  $51$  (ب)  $52$  (ج)  $53$  (د)  $54$

٤ إذا كانت نسبة نجاح طالب في الامتحان هي  $85\%$  فإن نسبة رسوبه هي ...

(أ)  $15\%$  (ب)  $15.8\%$  (ج)  $1.5\%$  (د)  $15.8\%$

٥ المقدار :  $x^2 + 9$  يكون مربعاً كاملاً إذا كانت له = .....

(أ)  $6$  (ب)  $3$  (ج)  $6 \pm$  (د)  $3 \pm$

٣ حل تحليلياً كاملاً :

$2x^2 - 50 = 0$  (أ)  $x^2 - 25 = 0$

$2x^2 - 3x - 15 = 0$  (أ)  $2x^2 - 3x - 15 = 0$

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{100 \times 100}{10000}$

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلة الآتية في  $\mathbb{C}$  :  $x^2 + 2x - 28 = 0$

٥ (أ) إذا كان  $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{8}{27}$  أوجد قيمة :  $x + 2$

(ب) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فقط مع ملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي.

احسب احتمال أن يكون العدد الظاهر :

- ١ عددًا فرديًا أوليًا. ٢ عددًا زوجيًا. ٣ عددًا يقبل القسمة على ٥



### أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $x - y = 3$  ،  $x^2 - y^2 = 21$  فإن :  $x + y = \dots$   
 (أ) ٧ (ب) ٦٣ (ج) ١٨ (د) ٢٤

٢ إذا كان المقدار :  $x^2 + 2x + 3$  مربعًا كاملاً فإن :  $k = \dots$   
 (أ)  $6 \pm$  (ب)  $8 \pm$  (ج)  $12 \pm$  (د)  $18 \pm$

٣ نصف العدد  $182 = \dots$   
 (أ) ٩٢ (ب) ٩٢ (ج) ٩٢ (د) ٩٢

٤ مجموعة حل المعادلة :  $x^2 - x = 0$  هي  $\dots$   
 (أ)  $\{0\}$  (ب)  $\emptyset$  (ج)  $\{0, 1\}$  (د)  $\{1\}$

٥ إذا كان :  $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{125}{27}$  فإن :  $x = \dots$   
 (أ) ٣ (ب) -٣ (ج) ٥ (د) -٥

٦ إذا كان عمر فريدة الآن  $x$  سنة فإن عمرها بعد خمس سنوات  $\dots$  سنة.  
 (أ)  $5 - x$  (ب)  $x - 5$  (ج)  $x$  (د)  $x + 5$

٢ أكمل ما يأتي :

١  $2^4 + 2^4 + 2^4 + 2^4 = \dots$

٢ احتمال وقوع الحدث المؤكد يساوي  $\dots$

٣ إذا كان  $(x + 1)$  أحد عاملي المقدار :  $x^2 + 2x + 1$  فإن العامل الآخر هو  $\dots$

٤ إذا كان :  $5x^2 + 7x - 2 = 0$  فإن :  $x = \dots$

٥ إذا كان :  $x^2 = 3$  ،  $x^2 = 5$  فإن :  $x + 2 = \dots$

٣ حل كل ما يأتي تحليلًا كاملاً :

$$\begin{aligned} ١ \text{ س} + ٨ \text{ س} + ١٥ & \\ ٢ \text{ س} - ٧ \text{ س} + ٣ \text{ س} - ٢١ & \\ ٢ \text{ س} + ١٦ & \\ ٤ \text{ س} - ٩ & \end{aligned}$$

٤ (١) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{٧٢٦ \times ٧٤}{٧٢٣ \times ٧١٢}$

(ب) عدد حقيقي إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٤٢ فما هو العدد ؟

٥ (١) إذا كان  $٣ - ١ = ٨١$  فأوجد قيمة : س

(ب) يحتوي صندوق على ١٢ كرة حمراء ، ١٨ كرة بيضاء ، ٢٠ كرة زرقاء ، سُحبت كرة واحدة عشوائياً

، احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ حمراء. ٢ ليست بيضاء.



أجب عن الاسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت :  $٢ \text{ س} + ٧ = ٧$  ،  $٢ = ٣ \text{ س}$  فإن :  $(٣ - ٢) \text{ س} =$

(١) -١ (ب) ١ (ج)  $١ \pm$  (د) ١٠

٢ إذا كان :  $٢٧ + ٢ \text{ س} = (٣ + ٢) (٢ + ٣ + ٢ \text{ س})$  فإن :  $٢ =$

(١) -٦ س (ب)  $٢ - ٢ \text{ س}$  (ج)  $٢ - ٢ \text{ س}$  (د)  $٦ - ٢ \text{ س}$

٣ إذا كان :  $٢ \text{ س} + ٨ = ٨$  فإن :  $\frac{٢}{٨} =$

(١)  $\frac{١}{٨}$  (ب)  $\frac{١}{٨}$  (ج)  $\frac{١}{٢}$  (د) ٢

٤ إذا كان :  $٣ = ٥$  فإن :  $(٢٧) =$

(١) ٩ (ب) ٢٥ (ج) ١٢٥ (د) ٧٢٩

٥ المقدار :  $٢ + ٤ + ١$  يكون مربعاً كاملاً إذا كانت :  $٢ =$  ...

(١) ٢ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ١٦

٦ إذا كان  $(١ - ٢)$  أحد عاملي المقدار :  $٢ - ٤ - ٣$  فإن العامل الآخر هو : ...

(١)  $٢ + ٢$  (ب)  $٢ - ٢$  (ج)  $١ + ٢$  (د)  $٤ - ٢$

٢ أكمل ما يأتي :

- ١  $٩س^١ - ٢س = ٢س (٢س - \dots)$
  - ٢ إذا كانت :  $س^٢ - ص^٢ = ٣٥$  ،  $س - ص = ٥$  فإن :  $س + ص =$
  - ٣ مجموعة حل المعادلة :  $س^٢ + ١٦ = ٠$  في  $س$  هي
  - ٤ احتمال وقوع الحدث المستحيل يساوي
- ٥  $٢-٣ = \dots$

٣ حلل كلاً من المقادير الآتية :

- ١  $س^٢ - ٧س + ١٢$
- ٢  $س^١ - ٨س$
- ٤  $٤س^١ + ١٧س$
- ٤  $٤س^١ - ١٧س + ١٧س - ٨س$

٤ (١) أوجد مجموعة الحل في  $س$  :

- ١  $س^٢ - ٦س = ٠$
- ٢  $س^٢ = ٩$
- (ب) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{١٠(٢٢) \times ٢٠(٢٢)}{١٠(٢٢ \times ٢٢)}$  مع توضيح الخطوات.

٥ (١) إذا كان  $\frac{٨س \times ٩س}{١٨س} = ٦٤$  فأوجد قيمة : (٤)  $س$

- (ب) سلة بها كرات متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٥ ، سُحبت كرة عشوائياً فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :
- ١ تحمل عدداً زوجياً .
- ٢ تحمل عدداً يقبل القسمة على ٢
- ٣ تحمل عدداً أولياً .



أجب عن الاسئلة الآتية ،

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (١) مجموعة حل المعادلة :  $س^٢ + ٢٥ = ٠$  في  $س$  هي ....
- (١)  $\{٥\}$  (ب)  $\{٥ ، -٥\}$  (ج)  $\emptyset$  (د)  $\{٢٥-\}$
- ٢  $٢س^٢ + ٢س^٢ + ٢س^٢ = \dots$
- (١)  $٦س$  (ب)  $١٢س$  (ج)  $٤٩س$  (د)  $١٢٩س$

## الامتحانات النهائية

إذا كان احتمال نجاح طالب في الامتحان هو 0.8 ، فإن احتمال رسوبه هو .....

$$\% 80 \text{ (أ)}$$

$$\% 20 \text{ (ب)}$$

$$\% 2 \text{ (ج)}$$

$$\% 81 \text{ (د)}$$

المقدار:  $س^2 + ٤س + ٩$  يكون مربعًا كاملاً إذا كانت : ٩ =

$$١٦ \text{ (أ)}$$

$$٨ \text{ (ب)}$$

$$٤ \text{ (ج)}$$

$$٤ -$$

$$= [٥, ١] \cap [٥, ١]$$

$$[٥, ١] \text{ (أ)}$$

$$]٥, ١[ \text{ (ب)}$$

$$\{٥, ١\} \text{ (ج)}$$

$$\emptyset \text{ (د)}$$

٦ إذا كان :  $\left(\frac{٥}{٦}\right)^س = \frac{٩}{٢٥}$  فإن : س = ...

$$٢ - \text{ (أ)}$$

$$٢ - \text{ (ب)}$$

$$٢ \text{ (ج)}$$

$$٢ \text{ (د)}$$

**٢** أكمل ما يأتي :

١ إذا كان :  $س^2 - ٩ = (س + ٤)(س - ٤)$  فإن : ٩ =

٢ إذا كان :  $٧ = س^٦ - ١٠س$  فإن :  $٦ + س =$  ...

٣ إذا كان :  $٢٧ = ١٠س^٣ - ٢٧$  فإن : س = ...

٤  $٢س^٢ + ٢ = \dots\dots\dots (س + \dots\dots\dots) (س - \dots\dots\dots + س + \dots\dots\dots)$

٥ احتمال ظهور كتابة عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة يساوي .....

**٣** (٠) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{س^٨ \times س^٥}{س^{(٢٠)}}$

$$١ - ٢س + ٣س^٢ - ٤س^٣ + ٥س^٤ - ٦س^٥ + ٧س^٦ - ٨س^٧ + ٩س^٨ - ١٠س^٩$$

(ب) حلل تحليلًا كاملاً :  $١س - ١٢س^٢ + ٣٦س^٣$

**٤** (١) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة :  $س^٢ - ٥س + ٤ = ٠$

(ب) صندوق به ٤ كرات حمراء ، ٢ كرات بيضاء ، كرتان خضراوان. فإذا سحبت كرة واحدة عشوائيًا

فاحسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

٢ حمراء.

١ ليست خضراء.

**٥** (١) مستطيل طوله ثلاثة أمثال عرضه فإذا كانت مساحة سطحه تساوي ١٢ سم<sup>٢</sup> فأوجد بعدي المستطيل.

(ب) أوجد قيمة م إذا كان :  $٩ = \frac{٢٢ \times ٢٢}{٢(١٨)}$



أجب عن الاسئلة الاتية :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

..... =  $5^{-2}$  (.....)

(أ)  $\frac{1}{25}$

(ب)  $\frac{1}{5}$

(ج) 25

(د) 25-

إذا كان المقدار  $4س^2 + م + 9$  مربعاً كاملاً فإن  $م =$

(أ) 2

(ب) 36

(ج) 12

(د) 6

إذا كانت :  $(س - 2)س = 1$  فإن :  $س \in \dots$

{2}

{2} - ح

{2-}

ح

إذا كانت ثلاثة أمثال عدد يساوي 36 فإن  $\frac{1}{4}$  هذا العدد يساوي

(أ) 12

(ب) 8

(ج) 6

(د) 4

أي من الآتي يمكن أن يكون احتمال أحد الأحداث ؟

(أ) 37%

(ب)  $\frac{4}{5}$

(ج) 1.2

(د) 0.05-

6 الزوج المرتب  $(-2, 5)$  يقع في الربع

(أ) الرابع

(ب) الثالث

(ج) الثاني

(د) الأول

أكمل ما يأتي :

1 مجموعة حل المعادلة :  $س^2 + 4 = 0$  في ح هي ...

2 إذا كان :  $س^3 = 5$  فإن :  $س^3 + 1 = \dots$

3 إذا كان  $(س - 1)$  أحد عاملي المقدار  $س^2 - 5س + 4$  فإن العامل الآخر هو

4 أبسط صورة للمقدار :  $س^3 + 2س^2 - \left(\frac{1}{3}\right)$  هي .....

5 إذا كان :  $7س^2 - 5س = 2$  فإن :  $س = \dots$

6 (أ) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة :  $س^2 - 5س + 6 = 0$

(ب) حلل كلا مما يأتي تحليلًا كاملاً :

1  $س^2 + 2س + 8$

2  $س^2 + 5س + 17 + 25$

3  $س^2 - 16$

4  $س^2 - 5س$





## الجبر و الاحصاء

- ٢ إذا كانت :  $س = (٢ + \sqrt{٢})$  ،  $ص = (٢ + \sqrt{٢})$  فإن :  $س - ص =$  ؟  
 ٤ مدرسة بها ٢٠٠ تلميذ فإذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالي ولذا هو ٠.٦  
 فإن عدد البنات يساوي ؟  
 ٥ إذا كان :  $٢٩ + ٢٢ + ٢٠ = ٢٥$  فإن :  $٢ + ١٠ =$  ؟

٣ ( أ ) حل كل مما يأتي تحليلًا كاملاً :

٤٩ - ٢٥

١ م - ٦ م + ٩ م - ١

( ب ) أوجد العدد الحقيقي الذي ضعفه يزيد عن معكوسه الضربى بمقدار الواحد الصحيح.

٤ ( أ ) أوجد مجموعة الحل للمعادلة :  $(س - ٤) = ٢٢$  في ح

( ب ) إذا كان :  $٢٧ = ٢ - ٣٧$  فأوجد قيمة : ٥

٥ ( أ ) إذا كان :  $٢٧ = ٣ - ٣٧$  ،  $٤ = س + ص$  ،  $١ = س - ص$  فأوجد قيمتي : س ، ص

( ب ) صندوق به ٧ كرات سوداء ، ٨ كرات حمراء ، ٥ كرات زرقاء ، سُحِبَت كرة واحدة عشوائياً. أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

٢ سوداء أو حمراء.

٢ بيضاء.

١ حمراء.



## أجب عن الاسئلة الآتية ،

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان :  $س - ٢ = ١٨$  ،  $س + ص = ٦$  فإن :  $س - ص =$  ؟

- ( أ ) ٢ ( ب ) ١٢ ( ج ) ٢٤ ( د ) ٢

٢ إذا كان :  $٣ - ٥ = ٢$  فإن :  $١٠ + ٣ =$  ؟

- ( أ ) ٩ ( ب ) ٢٥ ( ج ) ١٥ ( د ) ١٠

٣ إذا كان :  $س + ١ = ٦ - (س + ٢) = (س - ٢)$  فإن :  $٤ =$  ؟

- ( أ ) ١ - ( ب ) ١ ( ج ) ٢ ( د ) ٣

٤ المقدار  $٩ س + ٢ ص + ٢٥$  يكون مربعاً كاملاً إذا كانت :  $٤ =$  ؟

- ( أ ) ٢٠ ( ب ) ٢٠ - ( ج )  $٢٠ \pm$  ( د ) ١٥

٥ ثلث العدد  $٩٣ =$  ؟

- ( أ ) ٢٢ ( ب ) ١٠٣ ( ج ) ٦٢ ( د ) ٨٣

١ إذا كان احتمال نجاح طالب في امتحان ما هو ٠.٧ فإن احتمال رسوبه هو

- (أ) ١.٢ (ب) ٠.٣ (ج) ٠.٣ (د) ٠.٧

٢ أكمل ما يأتي :

- ١ مجموعة حل المعادلة :  $x^2 + 4 = 0$  = صفر في  $x$  هي ..
- ٢ إذا كان :  $x^2 + 1 = 0$  فإن :  $x = \dots$
- ٣ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٢ هو
- ٤ مجموعة حل المعادلة :  $x^2 + 2 = 0$  = صفر في  $x$  هي .....
- ٥ إذا كان المنوال لمجموعة القيم ٥٠ ، ٧ ، ٢ ،  $x$  ، ٢ ، ٤ هو ٥ فإن  $x =$

٣ حل تحليلياً كاملاً :

$$\begin{aligned} ١ | x^2 - ٥x + ٦ &= 0 \\ ٢ | x^2 - ٢x + ٦ &= 0 \end{aligned}$$

٤ ( أ ) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في  $x$  :  $28 = (x + 2) \cdot x$

( ب ) إذا كان :  $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 4} = 2$  أوجد : قيمة  $x$

٥ ( أ ) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في  $x$  :  $1 - x = 1 - 3x = 9 \times 9 - x$

( ب ) سلة بها بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٥ ، سحب بطاقة عشوائياً فما احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة :

- ١ تحمل عدداً أولياً .
- ٢ تحمل عدداً يقبل القسمة على ٢
- ٣ تحمل عدداً زوجياً .
- ٤ تحمل العدد ٢٠



أجب عن الاسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ [ مجموعة الحل في  $x$  للمعادلة :  $x^2 + 16 = 0$  هي ..
- ( أ )  $\{4, -4\}$  ( ب )  $\emptyset$  ( ج )  $\{4\}$  ( د )  $\{4, -4\}$
- ٢  $12 + 12 = \dots$
- ( أ ) ١٢ ( ب ) ٢٤ ( ج ) ١٨٢ ( د ) ١٨٤

## الجبر و الإحصاء

٢ ٧ أمتار = ..... سم

٧٠ (١) ٧٠٠٠ (ب) ١٠٠ (ج) ٧٠٠ (د)

إذا كان المقدار  $٩س^٢ + ١٦س + ١٦$  مربعاً كاملاً فإن  $١٦ = \pm \dots$

١٢ (١) ٣٦ (ب) ٢٤ (ج) ١٤٤ (د)

٥ إذا كان  $٣س = ٥$  فإن  $٩س = \dots$

٢٥ (١) ٤٥ (ب) ١٥ (ج) ١٠ (د)

١  $٠.٠٠٥ \times ٠.٠٠٥ = \dots$

١٠٠ (١) ١٠٠ (ب) ١٠٠٠ (ج) ١٠٠٠٠ (د)

### ٢ أكمل ما يأتي :

١ إذا كان  $٧س + ٧ = ٧$  ،  $٧س - ٧ = ٢$  فإن  $٧س - ٧ = \dots$

٢ أصغر عدد طبيعي مكون من ثلاثة أرقام مختلفة هو .....

٣ إذا كان المقدار الثلاثي  $٣س^٢ + ٢س + ٢$  قابلاً للتحويل فإن قيمة  $٢$  الموجبة تساوي

٤ إذا كان  $٤س - ٢ = ٧س - ٢$  فإن  $٧س = \dots$

٥ إذا كان احتمال نجاح طالب ٠.٧ فإن احتمال رسوبه يساوي

### ٣ حل المقادير الآتية تحليلًا كاملاً :

١  $٤س - ٢٥ = ٢٥س$

٢  $٥س + ٩س - ٢ = ٢$

٣  $٨س + ٢٧ = ٢٧$

٤  $٤س + ٥س + ٤س + ٢٠ = ٢٠$

### ٤ (١) اختصر لأبسط صورة : $\frac{{}^٢(٢٢) \times {}^٢(٢٢)}{{}^٢(٢٢)}$

(ب) إذا كانت  $٢٢ = ٥س$  ،  $٢٢ = ٢س$  أوجد قيمة المقدار  $٢س \times ٤س$

(ج) كيس يحتوي على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات حمراء والباقي من اللون الأبيض

، فإذا كان احتمال سحب كرة بيضاء  $\frac{٢}{٣}$  فأوجد العدد الكلي للكرات.

### ٥ (١) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : $٩س - ٩س + ١٤ = \dots$

(ب) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{{}^٢(٢٢) \times {}^٢(٢٢)}{{}^٢(٢٢)}$



أجب عن الاسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار :  $س^2 + ٤س + ٤٩$  مربعاً كاملاً فإن :  $ك =$

- (١) ٩ (ب) ٦ (ج) ١٠ (د) ١٤  
٢  $\sqrt{٩ \times ٢٥} = \dots$

- (١) ١٦ (ب) ٧ (ج) ١٥ (د) ٤

٣ عدنان وفريان متتاليان أحدهما  $س$  فإن الآخر هو

- (١)  $س - ١$  (ب)  $س + ١$  (ج)  $س + ٢$  (د)  $٢ - س$

٤ إذا كان :  $٧س = ٣٤٣$  فإن :  $س =$

- (١) ٣ (ب) ٢ (ج) ٦ (د)  $\frac{1}{٣}$

٥ احتمال الحدث المستحيل يساوى ..

- (١) ٢ (ب) ١ (ج) صفر (د) ١-

٦ ربع العدد  $١٠٤ =$

- (١) ٥ (ب) ٢٠ (ج) ٢٩ (د) ١٠

٢ أكمل ما يأتى :

١  $س^2 \times س^3 = \dots$

٢ إذا كان :  $س - ص = ٦$  ،  $س + ص = ٢$  فإن :  $س - ص =$

٣  $س^2 + ٧س + ١٠ = (س + ٢)(س + \dots)$

٤  $\dots = ٢^٣ + ٢^٣ + ٢^٣$

٥ إذا كان :  $٢س = ٣$  فإن :  $٢ + س = \dots$

٣ حل كل ما يأتى تحليلًا كاملاً :

١  $٤٥س - ٥س^2$

٢  $س^2 + ٣س - ١٨$

٣  $٤س^2 + ٤س - ٤س^2 + ٤س$

٤  $٨ + ٢س$

٤ (١) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{س^٣ + ١٠س^٢ \times س^٢}{س^٢٩}$

(ب) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة :  $س^2 + ٤س = ٢١$

١ (أ) أوجد قيمة  $s$  إذا كان :  $2s + 10 = 81$

(ب) صندوق به ٦ كرات سوداء ، ١٠ حمراء ، ٤ زرقاء ، سحب كرة واحدة عشوائياً.

أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

(أ) حمراء.

(ب) بيضاء.



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١. إذا كان المقدار :  $4s^2 + 3s + 1$  مربعاً كاملاً فإن :  $s = \dots$

(أ) ٢ (ب) -٤ (ج)  $\pm 4$  (د) ٤

٢. إذا كان :  $3s^2 - 2s = 26$  ،  $s^2 + 3s + 12 = 12$  فإن :  $s - s = \dots$

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ١٢ (د) -٢٩

٣. إذا كان :  $5s = 4$  فإن :  $1 + s = \dots$

(أ) ٨ (ب) ١,٢٥ (ج) ٠,٨ (د) ٢٠

٤. مجموعة حل المعادلة :  $s^2 + 1 = 0$  هي ...

(أ)  $\{1\}$  (ب)  $\{1, -1\}$  (ج)  $\{1, 0\}$  (د)  $\emptyset$

٥.  $2s^2 + 3s = \dots$

(أ)  $2s^2(2s^2)$  (ب)  $2s^2(2s^2)$  (ج)  $2s^2(2s^2)$  (د)  $2s^2(2s^2)$

٦. إذا كان :  $2 > s > 5$  فإن :  $2 - s - 1 \geq \dots$

(أ)  $[-14, 0]$  (ب)  $[6, 14]$  (ج)  $[0, 15]$  (د)  $[0, 14]$

٢ أكمل ما يأتي :

١. إذا كان :  $s^2 + s^2 + s^2 = 1$  فإن :  $s = \dots$

٢. إذا كان :  $(2s + 4)$  أحد عاملي المقدار  $15s^2 + 17s - 4$  فإن العامل الآخر هو ...

٣. إذا كان :  $(s + 6) = 64$  ،  $s = 15$  فإن :  $s^2 + s^2 = \dots$

٤. المعكوس الجمعي للعدد  $(1 - \sqrt{2})$  هو ...

٥. إذا كان :  $\frac{2}{3} = \frac{1}{\dots}$  فإن :  $\frac{2}{3} = \frac{1}{\dots}$

٣ (١) حلل ما يأتي :

$$\begin{aligned} ١ \text{ من } ٤ - ٤٩ & \quad ٢ \text{ من } ٨ - ٨ \\ ٣ \text{ من } ٦ + ٢٠ & \quad ٤ \text{ من } ٩ - ١٧ + ٣ - ٢١ \end{aligned}$$

(ب) باستخدام التحليل أوجد قيمة المقدار :  ${}^2(٢٥) - {}^2(١٥)$

٤ (١) إذا كان :  $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢٠} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢٠}$  فأوجد قيمة : س

(ب) أوجد عددًا حقيقيًا إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٤٢

٥ (١) إذا كان :  $٢٤٢ = \frac{{}^٧٢٢ \times {}^٧٢٥ \times {}^٧٤٩}{{}^٧٤١٥ \times {}^٧٧}$  أوجد قيمة  $٧$  ثم احسب قيمة :  $٦^٧$

(ب) مجموعة من البطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ فإذا سُحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا ، أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها :

[١] عدد مضاعف للعدد ٦ [٢] عدد مربع كامل.



أجب عن الاسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلة :  $٢٥ + ٢ = ٠$  في  $س$  هي ...

(١)  $\{٥\}$  (ب)  $\{٥-\}$  (ج)  $\{٥-٤\}$  (د)  $\emptyset$

٢ إذا كان :  $١٢ = ٢س - ٢$  ،  $٤ = س + س$  فإن :  $س - س = \dots\dots\dots$

(١) ١٦ (ب) ٨ (ج) ٢ (د) ٢

٣  $٥ = ٧ \times ٢ + ٥$  .. ..

(١) ١٤ (ب) ١٩ (ج) ٤٩ (د) ٧٠

٤ احتمال الحدث المؤكد يساوى .. ..

(١) ٠ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٥٠٪

٥ إذا كان المقدار  $٤س + ٢س + ٩$  مربعًا كاملاً فإن :  $س = \dots\dots\dots$

(١) ٦ (ب)  $٦ \pm$  (ج)  $١٢ \pm$  (د) ٣٦

٦  $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢٠} = \dots\dots\dots$

(١) ٨١ (ب) ٩- (ج)  $\frac{١}{٩}$  (د)  $\frac{١}{٨١}$



٢٣ أكمل ما يأتي :

١ إذا كان :  $6 - x = 11$  فإن :  $6 - x = 1 + \dots$

٢ العدد النسبي الذي ليس له معكوس ضربي هو .....

٣ إذا كان :  $4 - x = 5$  ،  $7 = 2 + x + 1 + x$  فإن :  $2 - x = \dots$

٤ ١ ، ٤ ، ٨ ، ١٢ ، ..... (بنفس التسلسل)

٥ إذا كان :  $5 + x = 1$  فإن :  $x = \dots$

٢٤ حل ما يأتي تحليلًا تامًا :

٢٢  $2x^2 + x - 6$

٢٤  $4x^2 - 9$

٢٤  $(4x^2 + 2x + 5) + (10 + \dots)$

٢٢  $27 + x^2$

٢٥ (١) إذا كان :  $3 - x = 81$  أوجد : قيمة  $x$

(ب) صندوق به ١٥ كرة متماثلة مرقمة من ١ : ١٥ ، سحب كرة عشوائيًا .

احسب احتمال أن تحمل الكرة المسحوبة :

٢ عددًا يقبل القسمة على ٢

١ عددًا زوجيًا .

٢٥ (١) عدد صحيح موجب يزيد مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٣٦ فما هو العدد ؟

(ب) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{9x^2 + 10x + 4}{2x}$



أجب عن الاسئلة الآتية :

٢٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المقدار :  $4x^2 + x + 6$  يكون قابلاً للتحليل إذا كانت :  $x = \dots$

(١) ٥ (ب) ٦ (ج) ٢ (د) ٣

٢ إذا كان احتمال نجاح طالب في أحد الاختبارات ٨٥٪ فإن احتمال رسوبه .....

(١) ١٠٪ (ب) ١٥٪ (ج) ١٥ (د) ١٠

٣ مجموعة حل المعادلة :  $5 - (x + 2) = 0$  صفر في  $x$  هي .....

(١)  $\{0, 2\}$  (ب)  $\{2, 0\}$  (ج)  $\{0, -2\}$  (د)  $\{0, -1\}$

المقدار :  $9س^2 + 12س + 16$  مربع كامل عندما  $س =$

|          |          |        |      |
|----------|----------|--------|------|
| $24 \pm$ | $12 \pm$ | $12 -$ | $24$ |
|----------|----------|--------|------|

إذا كان :  $9س^2 + 12س + 16 = 0$  ،  $س = 4 - 2$  ، فإن :  $س^2 - 2س = 0$

|      |       |     |     |
|------|-------|-----|-----|
| $10$ | $2 -$ | $2$ | $8$ |
|------|-------|-----|-----|

إذا كان :  $9س^2 = 20$  ، فإن :  $س =$

|      |       |         |     |
|------|-------|---------|-----|
| $10$ | $5 -$ | $5 \pm$ | $0$ |
|------|-------|---------|-----|

أكمل ما يأتي :

إذا كان :  $2س = 5$  ، فإن :  $2س + 1 = \dots$

المعكوس الضربي للعدد  $2س^2$  هو

إذا كان  $(س - 4)$  أحد عاملي المقدار  $س^2 - 4س$  فإن العامل الآخر هو

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة احتمال ظهور العدد 5 يساوي

إذا كان :  $7س^2 - 1 = 0$  ، فإن :  $س = \dots$

اختصر لأبسط صورة :  $\frac{4س^2 \times 9س}{12س}$  ثم أوجد قيمة الناتج عندما  $س = 1$

أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في  $س$  :  $س^2 - س = 12$

حلل كلاً مما يأتي تحليلًا كاملاً :

|                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| $2س^2 - س - 10$ | $2س^2 - س - 10$ |
| $س^2 - 5س + 4$  | $8س^2 + 1$      |

إذا كان :  $3س^2 = \frac{1}{4}$  أوجد : قيمة  $س$

كيس به 9 بطاقات مرقمة من 1 إلى 9 ، سحبته منه بطاقة واحدة عشوائياً أوجد :

١ احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً يقبل القسمة على ٢

٢ احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً أولياً فردياً.



**أجب عن الاسئلة الآتية ، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)**

**١** اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ إذا كان :  $s - s = 3$  ،  $s^2 - s^2 = 21$  فإن  $s + s =$
- (أ) ٦٢ (ب) ٧- (ج) ٧ (د) ١٨
- ٢ خارج قسمة  $6.4 \div 6.4$  هو .....
- (أ) ١ (ب) ١٠ (ج) ١٠٠ (د) ١٠٠٠
- ٣  $(s + 1)(s^2 - s + 1) = \dots$
- (أ)  $s^2 - 1$  (ب)  $s^2 + 1$  (ج)  $s - 1$  (د)  $s + 1$
- ٤ إذا كان  $s$  هو العنصر المحايد الجمعي ،  $s$  هو العنصر المحايد الضربي
- فإن :  $s^2 + s^3 =$

- (أ) ٥ (ب) ٤ (ج) ٣ (د) ٢
- ٥ إذا كانت :  $s^2 - s^2 = 8$  فإن :  $\frac{s}{s} = \dots$
- (أ)  $\frac{1}{12}$  (ب)  $\frac{1}{8}$  (ج)  $\frac{1}{4}$  (د) ٢
- ٦ إذا كانت :  $s^4 = 4$  ،  $s^5 = 5$  فإن  $s^2 + s^3 =$
- (أ) ٩ (ب) ٢٠ (ج)  $\frac{4}{5}$  (د)  $\frac{5}{4}$

**٢** أكمل ما يأتي :

- ١ دخل ٢٠ تلميذاً امتحاناً وكان احتمال أن يكون التلميذ نائحاً هو ٠.٨ فإن عدد الناجحين يساوي .....
- ٢  $s(s + 1) - s(s + 1) = (s + 1)(\dots - \dots)$
- ٣  $3^4 - 3^2 = 3^2(3^2 - \dots)$  (.....)
- ٤ إذا كان :  $s^3 - s^2 = \frac{1}{4}$  فإن  $s = \dots$
- ٥ إذا كان :  $s(\frac{3}{4}) = \frac{1}{4}$  فإن :  $s = \dots$

**٣** (أ) عددان فرديان متتاليان حاصل ضربهما ٩٩ أوجد العددين.

(ب) اختصر المقدار :  $\frac{s^2 \times s^2}{s(12)}$  ثم أوجد قيمة الناتج عندما  $s = 1$

٤ حل كلًا من المقادير الآتية :

$$\begin{aligned} ١ \text{ س}^١ - ٢٥ \text{ س}^١ & \\ ٢ \text{ س}^٢ - ٥ \text{ س}^١ & \\ ١ \text{ س}^٢ + ٦٤ \text{ س}^٢ + ٨ & \\ ٤ \text{ س}^٢ \text{ س} + ٥ \text{ س} + ٧ \text{ س} + ٢٥ & \end{aligned}$$

٥ (١) إذا كان :  $\frac{1}{16} = ٢ + \text{س}^٢$  أوجد : قيمة س

(ب) القى حجر نرد منتظم مرة واحدة أوجد احتمال ظهور كل من :

١ | عدد لا يقبل القسمة على ٥      ٢ | عدد يقبل القسمة على ٧



أجب عن الاسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ | إذا كان المقدار :  $\text{س}^٢ + ٩ \text{ س} + ٨١$  مربعًا كاملاً فإن : ٢ =

(١) ١٨ (ب)  $\pm ١٨$  (ج)  $\pm ٩$  (د) ٩

٢ |  $\frac{1}{٢}$  العدد  $٨٢$  هو .....

(١)  $٢٢$  (ب)  $٢٢$  (ج)  $٢٢$  (د)  $٢٢$

٣ | أي من الآتي يمكن أن يكون احتمال أحد الأحداث ؟

(١)  $-٠.٧٣$  (ب)  $١.٢٣$  (ج)  $\frac{٧٩}{٧٩}$  (د)  $\frac{٢}{٧}$

٤ | مجموعة حل المعادلة :  $\text{س}^٢ + ٤ = ٠$  في  $\mathbb{C}$  هي ....

(١)  $\{٢\}$  (ب)  $\{٢-\}$  (ج)  $\emptyset$  (د)  $\{٢-، ٢\}$

$$= ٢٣ + ٢٣ + ٢٣ + ٥$$

(١)  $٢٣$  (ب)  $٢٣$  (ج)  $٢٣$  (د)  $٨٣$

٦ |  $\frac{٢٥}{٢٥٠}$  من ٢٠٠       $\frac{١٥}{١٥٠}$  من ١٥٠

(١)  $>$  (ب)  $<$  (ج)  $=$  (د)  $\geq$

٢ أكمل ما يأتي :

(١) ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ..... (بنفس النمط)

٢ | إذا كان :  $\text{س}^٢ - ١٥ = ٠$  ،  $\text{س} + \text{س} = ٥$  فإن :  $\text{س} - \text{س} = ٠$  ...

٣ | إذا كان :  $\text{س}^٢ - ٢ = ٠$  ،  $\text{س}^٢ - ٥ = ٠$  فإن :  $\text{س} = ٠$  ..

## الجبر والإحصاء

٤ إذا كان :  $س^2 + ص^2 = ٥$  ،  $س = ٢$  فإن :  $(س + ص)^2 =$   
 ه إذا كان :  $س^2 = ٥$  فإن :  $س^2 + ١ =$

٣ (١) حل كلًا من المقادير الآتية تحليلًا تامًا :

$$\begin{aligned} ١ \quad & \frac{١}{٢} س - ١٦ \\ ٢ \quad & س^2 - ٢ س + ١ \\ ٣ \quad & س^2 + ١٣ س + ٢٦ \\ ٤ \quad & ١٠ + ل + م + ل + ٢٢ م \end{aligned}$$

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في ح :  $٥ = (١ + س)(٣ - س)$

٤ (١) أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين في ح :

$$\begin{aligned} ١ \quad & ٤ س^2 - ٩ = ٠ \\ ٢ \quad & ٤ س^2 + ٤ س + ١ = ٠ \end{aligned}$$

$$(ب) \text{ اختصر لأبسط صورة : } \frac{(\sqrt{٧}) \times (\sqrt{٧})}{(\sqrt{٧})}$$

٥ (١) أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين في ح :

$$\begin{aligned} ١ \quad & ٣٢ = ١ - س - ٢ \\ ٢ \quad & ١ = ٤ - س - ٣ \end{aligned}$$

(ب) يلعب نادي ٢٠ مباراة في الدوري العام فإذا كان احتمال تعادله في إحدى المباريات هو ٠.٣ واحتمال فوزه ٠.٦ أوجد :

١ عدد المباريات المتوقع أن يتعادلها النادي.

٢ عدد المباريات المتوقع أن يخسرها النادي.



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$١ \quad \text{إذا كان : } س^2 = ٢٧ \text{ فإن : } س^2 =$$

$$\begin{aligned} (١) \quad & ٦ \quad (ب) \quad ١٨ \quad (ج) \quad ٨ \quad (د) \quad ٥٤ \end{aligned}$$

٢ إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٠.٦ فإن احتمال رسوبه هو . . . . .

$$\begin{aligned} (١) \quad & ٤ \quad (ب) \quad \frac{٢}{٥} \quad (ج) \quad ١ \quad (د) \quad \text{صفر} \end{aligned}$$

٣ مجموعة حل المعادلة :  $س^2 - ٩ = ٠$  صفر في ح هي . . . . .

$$\begin{aligned} (١) \quad & \{٢\} \quad (ب) \quad \{٢, -٢\} \quad (ج) \quad \{٩\} \quad (د) \quad \emptyset \end{aligned}$$

- ٤ إذا كان المقدار  $٩س + ١س + ٢س + ٢٥$  مربعاً كاملاً فإن  $١٥ \pm ١١$
- ٥ إذا كان  $٢س + ٩ = ٥$  فإن  $١٢ \pm ١٢$
- ٦ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $٣٠ \pm ٣٠$
- ٧ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $١٦ \pm ١٦$
- ٨ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $٢٥ \pm ٢٥$
- ٩ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $١٦ \pm ١٦$
- ١٠ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $٢٥ \pm ٢٥$
- ١١ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $١٦ \pm ١٦$
- ١٢ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $٢٥ \pm ٢٥$
- ١٣ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $١٦ \pm ١٦$
- ١٤ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $٢٥ \pm ٢٥$
- ١٥ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $١٦ \pm ١٦$
- ١٦ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $٢٥ \pm ٢٥$
- ١٧ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $١٦ \pm ١٦$
- ١٨ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $٢٥ \pm ٢٥$
- ١٩ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $١٦ \pm ١٦$
- ٢٠ إذا كان  $٢س - ٢س = ٢١$  ،  $٢١ = ٢س + ٢س = ٧$  فإن  $٢٥ \pm ٢٥$

٢ اكمل ما يأتي :

- ١ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى يساوي
- ٢ مجموعة حل المعادلة :  $\frac{٨}{٢س} = \frac{٨}{٢س}$  هي
- ٣ إذا كان :  $٢(٢٥) - ٢(١٥) = ١٠$  فإن :  $١٠ = ١٠$
- ٤ إذا كان :  $(٣ + ٢س)$  أحد عاملي المقدار :  $٢س + ٢س - ٦$  فإن العامل الآخر هو
- ٥ إذا كان :  $٤ = ٤$  فإن :  $٤ = ٤$

٣ حل كلًا من المقادير الآتية تحليلًا تامًا :

- ١  $٢س - ٢س + ٢س$
- ٢  $٢س - ٢س + ٢س$
- ٣  $٢س - ٢س + ٢س$
- ٤  $٢س - ٢س + ٢س$

٤ (١) اختصر لأبسط صورة :  $\frac{٢٣ \times ١٠س}{٢س}$

- (ب) عدد صحيح موجب إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج ٤٠ أوجد هذا العدد.
- (ج) اختصر :  $(٣ + ٢س) (٢س - ٢س + ٢س + ٢س - ٢٧)$  ثم أوجد القيمة العددية عندما  $٢س = ٢$

٥ (١) إذا كان :  $٢س - ٢س = ٨١$  أوجد : قيمة  $٢س$

- (ب) أوجد في  $٢س$  مجموعة حل المعادلة :  $٢س + ٢س - ٢س = ٢س$  صفر
- (ج) صندوق به ٢٥ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٢٥ ، سحب بطاقة واحدة عشوائيًا . احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تعمل :

- (١) عددًا أوليًا .
- (٢) عددًا يقبل القسمة على ٥
- (٣) عددًا مربعًا كاملاً .
- (٤) عددًا مكعبًا كاملاً .

• الاختبارات التراكمية (عدد ١٠ اختبارات)

• الأسئلة الهامة في الهندسة

• الامتحانات النهائية :

- نماذج امتحانات الكتاب المدرسي

(عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)

- امتحانات بعض المدارس للسنوات السابقة (عدد ١٥ امتحانًا)

AltFwok.com





# الاختبارات التراكمية

في الهندسة

من امتحانات الإدارات التعليمية

موقع التفوق



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ | متوازي أضلاع طول قاعدته ٧ سم وارتفاعه المائل ٥ سم

ذكور مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

(١) ١٢ (ب) ٢٥ (ج) ٧٠ (د) ١٠٠

إجابة: ١٠٠ سم<sup>٢</sup>

١٠٠ (د)

٢ | إذا كان طول ضلعين متجاورين في متوازي أضلاع ٨ سم و ٦ سم وارتفاعه الأكبر يساوي ١٢ سم

فإن مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>

(١) ٧٢ (ب) ٨٤ (ج) ٩٦ (د) ١٦٨

إجابة: ٩٦ سم<sup>٢</sup>

٩٦ (ج)

٣ | متوازي أضلاع مساحته ١٨ سم وطول قاعدته ١٢ سم

فإن ارتفاعه المائل لهذه القاعدة = ..... سم

(١) ٤ (ب) ٢ (ج) ٥ (د) ٦

إجابة: ٢ سم

٦ (د)

٤ | متوازي أضلاع فيه طول ضلعين متجاورين ٩ سم و ٦ سم ، ارتفاعه الأصغر ٨ سم

فإن ارتفاعه الأكبر = ..... سم

(١) ٣٦ (ب) ٢٤ (ج) ١٢ (د) ٦

إجابة: ٢٤ سم

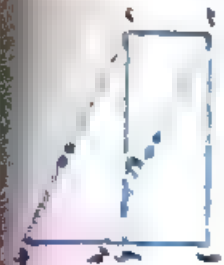
٢٤ (ب)

٢ (١) في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل ،  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  و

أثبت أن :

مساحة الشكل أ ب ح د = مساحة الشكل د م ن و



إجابة: ٢٤ سم



إجابة: ٢٤ سم

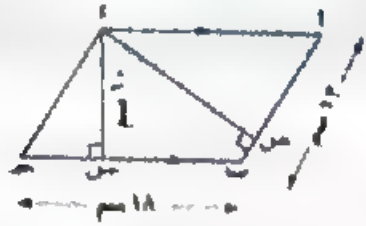
(ب) في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل

، أ ب ح د ، أ م ن و متوازي أضلاع.

أثبت أن : مساحة  $\square$  أ ب ح د = مساحة  $\square$  أ م ن و

## الاختبارات التراكمية



(الإسقاطية - الإسقاطية - ١٨)



(أشرف الوفاق - الشرقية - ١٩)

٣ (١) في الشكل المقابل :

أب ح د متوازي أضلاع ،  $AB = 12$  سم

،  $BC = 18$  سم ،  $CD = 10$  سم

أوجد : (١) مساحة المتوازي.

(٢) طول  $DE$

(ب) في الشكل المقابل :

أب ح د متوازي أضلاع فيه :

$\angle A = 20^\circ$  سم ،  $\angle B = 12^\circ$  سم

،  $\angle C = 90^\circ$  ،  $AB = 8$  سم

أوجد : مساحة متوازي الأضلاع أ ب ح د

موقع التفوق

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مثلث مساحته ٢٤ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع بالسـم .....  
(المنسوب - المنوية - ٩)

٢ (د)

٣ (ج)

٦ (ب)

١٦ (١)

٢ أمثلث مساحته ١٥ سم<sup>٢</sup> وطول قاعدته ٥ سم يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ..... سم  
(المنسوب - المنوية - ٩)

٦ (د)

١٠ (ج)

٣ (ب)

٥ (١)

٣ مساحة المثلث ..... مساحة متوازي الاضلاع المشترك معه في القاعدة ورأسه على المستقيم الموازي لهذه القاعدة.  
(المنسوب - المنوية - ٩)

(د) ربع

(ج) ضعف

(ب) نصف

(١) تساوي

٤ مساحة متوازي الاضلاع الذي فيه طولى ضلعين متجاورين فيه ٧ سم ، ٥ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم تساوي ..... سم<sup>٢</sup>  
(المنسوب - المنوية - ٩)

٤٩ (د)

٢٨ (ج)

٢٥ (ب)

٢٥ (١)

٥ مساحة المستطيل الذي بعده ٣ سم ، ٨ سم ..... مساحة المثلث الذي طول قاعدته ٨ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٦ سم.  
(تلا - المنوية - ٩)

≠ (د)

= (ج)

> (ب)

< (١)

٦ [٦] ا ب ح د متوازي أضلاع مساحته ٦٠ سم<sup>٢</sup> فإن مساحة  $\Delta$  ا ب ح د = ..... سم<sup>٢</sup>.  
(شرق المحلة - الغربية - ٩)

٦٠ (د)

٢٠ (ج)

١٥ (ب)

١٠ (١)

[٧] في الشكل المقابل :

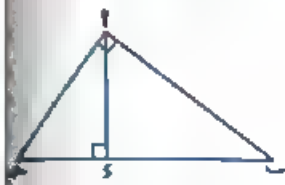
$$ا ب ح د \times ا ب ح د = ..... ا ب ح د \times ا ب ح د$$

(ب) ا ب ح د

(١) ا ب ح د

(د) ا ب ح د

(ج) ا ب ح د



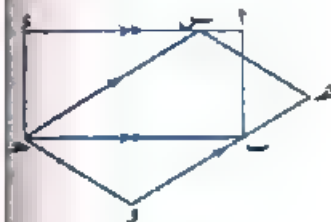
(المنسوب - المنوية - ٩)

٢ (١) في الشكل المقابل :

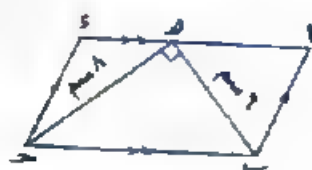
ا ب ح د مستطيل ، ح د ه و متوازي أضلاع

أثبت أن : مساحة المستطيل ا ب ح د

= مساحة متوازي الاضلاع ح د ه و



(المنسوب - المنوية - ٩)



(دسوق - كفر الشيخ - ١٨)

(ب) في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع ،  $E \in \overline{AC}$  ،

،  $EF = 6$  سم ،  $EF \perp AD$  ،  $EF = 6$  سم

١ أوجد : مساحة  $\triangle ABC$  ،

٢ أوجد بالبرهان : مساحة متوازي الأضلاع أ ب ح د



(غرب طمعا العربية - ١٩)

(١) في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، م ب ح د متوازي أضلاع

،  $E \in \overline{AO}$  ،  $F \in \overline{BO}$  ،  $EF \perp \overline{AB}$  ،  $EF = 6$  سم

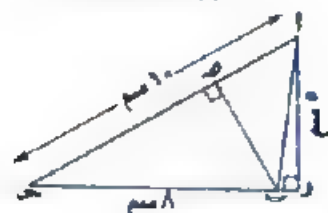
أثبت أن : مساحة الشكل أ ب م د = مساحة الشكل م ب ح د

(ب) في الشكل المقابل :

أ ب ح د ،  $E \in \overline{AC}$  ،  $F \in \overline{BD}$  ،  $EF \perp \overline{AB}$  ،  $EF = 6$  سم

،  $EF = 6$  سم

احسب : مساحة  $\triangle ABC$  ، أوجد : طول  $\overline{EF}$



(الخابكة - القليوبية - ١٩)

موقع التفوق

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أ ب ح د متوازي أضلاع مساحته ٨٠ سم<sup>٢</sup> ، هـ  $\triangle$  هـ أ ب  
فإن مساحة المثلث هـ ب ح = ..... سم<sup>٢</sup>

(١) ٤٠

(ب) ٦٠

(ج) ٨٠

(د) ١٦٠

٢ أ ب ح مثلث إذا كان أ ب متوسط فإن مساحة  $\triangle$  ب ح د = ..... سم<sup>٢</sup>

(١) م ( $\triangle$  أ ب د)

(ب) م ( $\triangle$  أ ح د)

(ج) ٢ م ( $\triangle$  أ ب د)

(د) ٣ م ( $\triangle$  أ ح د)

٣ المثلث الذي طول قاعدته ٧ سم ومساحته ٢٨ سم<sup>٢</sup> يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى ..... سم

(١) ٢

(ب) ٤

(ج) ٦

(د) ٨

٤ في الشكل المقابل :

م ( $\triangle$  أ ب د) = ..... م ( $\triangle$  أ ب ح)

(١)  $\frac{1}{4}$

(ب)  $\frac{1}{8}$

(ج)  $\frac{1}{2}$

(د)  $\frac{1}{8}$

٢ (١) في الشكل المقابل :

أ ب // ح د

و منتصف ح د

أثبت أن : مساحة  $\triangle$  أ ب د = مساحة  $\triangle$  ح ب د

(ب) في الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل ، هـ  $\triangle$  ح ب د

أثبت أن : مساحة  $\triangle$  أ ب د = مساحة  $\triangle$  أ ب هـ

احوش شمسى - البحيرة - ١٩٩٠

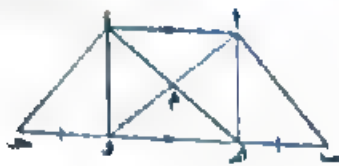
دسلف - مدق - الفيوم - ١٩٩٠

الدقى الجيزة - ١٩٩٠

اعسا القمح - الشرقية - ١٩٩٠

أبو قرقص - المنيا - ١٩٩٠

جدائق القبة - القاهرة - ١٩٨٠



( أ ) في الشكل المقابل :

15/11/2020

۱۰۳: باب الحیث باب = ۱۰۳

$$\{m\} = \overline{a} \cap \overline{b},$$

**برہنہ آن :**

١) مساحة  $\Delta AMO$  = مساحة  $\Delta MOO$  و

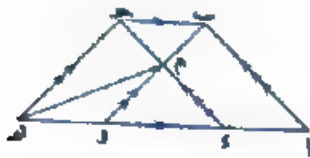
٢) مساحة الشكل أ ب م م = مساحة الشكل و ح د م

(ب) في الشكل المقابل :

أبجدى، سحره و متوازيات اضلاع

أثبت أن : مساحة  $\Delta$  ح م

== نصف مساحة متوازي الاضلاع ا ب ح د ==



(الهرم - الجمرة - ١٨)

(سالتة - موهاج - ۱۹)

AltFwOK.com



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١. النسبة بين مساحة متوازي الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه في القاعدة والمحصوران بين مستقيمين متوازيين تساوي

(د) ٣ : ١

(ج) ٢ : ١

(ب) ١ : ٢

(أ) ١ : ٢

٢. متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ...

(د) مختلفين.

(ج) متساويين في المساحة.

(ب) متشابهين.

(أ) متطابقين.

٣ في الشكل المقابل :

إذا كان : مساحة  $\triangle ABC =$  مساحة  $\triangle ADE$  فإن :

.....

(ب)  $AB = DE$

(أ)  $AB \parallel DE$

(د)  $AD = BE$

(ج)  $AD \parallel BE$

٤ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $AB \parallel DE$  متوازي أضلاع مساحته = ٢٤ سم<sup>٢</sup>

فإن : مساحة  $\triangle ABC =$  ..... سم<sup>٢</sup>

(د) ٦

(ج) ٨

(ب) ١٢

(أ) ٢٤

٢ (١) في الشكل المقابل :

$AB \parallel DE$  متوازي أضلاع تقاطع قطراه في م

، م منتصف  $AD$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ABC =$  مساحة  $\triangle ADE$

(ب) في الشكل المقابل :

$AB \parallel DE$

، م منتصف  $AD$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ABC =$  مساحة  $\triangle ADE$



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١. معين مساحته ٢٠ سم<sup>٢</sup> وطول أحد قطريه ٦ سم فإن طول القطر الآخر = ..... سم.

(د) ٨

(ج) ١٠

(ب) ٦

(أ) ٥

٢. شبه المنحرف الذي طول قاعدته المتوسطة = ٩ سم ، وارتفاعه ٦ سم

تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>.

(د) ٥٤

(ج) ٧٢

(ب) ٢٧

(أ) ٤٥

٣. مربع مساحته ٩٨ سم<sup>٢</sup> فإن طول قطره = ..... سم.

(د) ٤٩

(ج) ٢١

(ب) ١٤

(أ) ٧

٤. قطرا شبه المنحرف المتساوي الساقين

(ب) متعامدان.

(أ) متطابقان.

(د) ينصف كلا منهما الآخر.

(ج) متوازيان.

٥. شبه المنحرف الذي طولاه قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم ، ١١ سم يكون طول قاعدته المتوسطة

(د) ٢٦ سم

(ج) ١٥ سم

(ب) ١٢ سم

(أ) ١١ سم

٦. إذا كانت مساحة  $\square ABCD = ٤٨$  سم<sup>٢</sup> فإن مساحة  $\triangle ABC =$  ..... سم<sup>٢</sup>.

(د) ١٢

(ج) ٢٤

(ب) ٤٨

(أ) ٩٦

٧. مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته بالسم<sup>٢</sup> = .....

(د) ١٠٠

(ج) ٥٠

(ب) ٢٥

(أ) ٢٠

٨. مساحة المثلث القائم الزاوية الذي طولاه ضلعي القائمة فيه ٦ سم ، ٩ سم تساوى ..... سم<sup>٢</sup>.

(د) ١٥

(ج) ٢٧

(ب) ٦٠

(أ) ٥٤

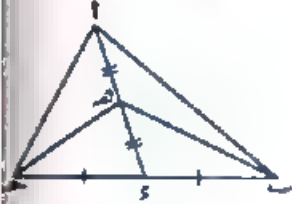
٢ (١) في الشكل المقابل :

١.  $\overline{DE}$  متوسط في  $\triangle ABC$

،  $D$  منتصف  $\overline{AC}$

أثبت أن :

مساحة  $\triangle ADE = \frac{1}{4}$  مساحة  $\triangle ABC$



(السلام - القاهرة - ٧٥)

### الاختبارات التراكمية

(ب) ثابته منحرف فمساحته ١٥٠ سم<sup>٢</sup> وطولاه قاعدتيه المتوازيتين ٢٤ سم ، ١٢ سم  
أوجد ارتفاعه.

(المرج - القاهرة - ١٨)

(١) ا ب ح د معين محيطه يساوى ٢٠ سم تقاطع قطراه فى م وكان ا ح = ٨ سم

(٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

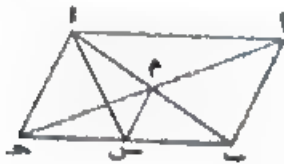
أوجد بالبرهان مساحة المعين ا ب ح د

(ب) فى الشكل المقابل :

ا ب ح د متوازي الاضلاع فيه :

$$م (\Delta ا ب م) = م (\Delta د ح م)$$

اثبت ان :  $م م // د ح$



(السلاوين - الدقهية - ١٧)

Altfwok.com

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى

كان المثلثان متطابقين. (العجوزة - الحيرة - ١٥)

(د) ٦

(ج) ٤

(ب) ١

(أ) ٢

٢ معين طولاً قطريه ٦ سم و ٨ سم وارتفاعه ٤,٨ سم

(غرب - الفيوم - ١٨)

فإن طول ضلعه = ..... سم.

(د) ١٢

(ج) ٢٠

(ب) ٥

(أ) ١٠

(توجيه - دمياط - ١٩)

٣ زاويتا قاعدة شبه المنحرف المتساوي الساقين تكونان .....

(د) مختلفتين.

(ج) متتامتين.

(ب) متكاملتين.

(٦ أكتوبر الجيزة - ١٦)

٤ إذا كان :  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  و  $AB = 4$  و  $DE = 8$  و  $BC = 6$

فإن : محيط  $\Delta ABC =$  ..... محيط  $\Delta DEF$

(د)  $\frac{1}{4}$

(ج)  $\frac{1}{2}$

(ب) ٤

(أ) ٢

٥ مثلثان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٣

(الرحمة - القاهرة - ١٦)

فإذا كان محيط المثلث الأكبر ٦٠ سم فإن محيط الأصغر = ..... سم.

(د) ٥

(ج) ١٠٠

(ب) ٣٦

(أ) ٢

(وسط - الإسكندرية - ١٩)

٦ المضلعان المتشابهان أضلاعهما المتناظرة ..... فى الطول.

(د) متساوية

(ج) متناسبة

(ب) مختلفة

(أ) متبادلة

(الزيتية - الأقصر - ١٦)

٧ جميع ..... متشابهة.

(د) المستطيلات

(ج) المعينات

(ب) المربعات

(أ) المثلثات

٨ للعمود المرسوم من رأس القائمة فى المثلث القائم الزاوية على الوتر يقسمه إلى مثلثين

(ب) حادى الزوايا.

(أ) منفرجى الزاوية.

(شرق - كفر الشيخ - ١٦)

(د) متشابهين.

(ج) متساوى الأضلاع.

٢ (١) شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم<sup>٢</sup> والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيين هي ٢ : ٣ ، وارتفاعه ١٢ سم

(دمياط - دمياط - ١٦)

فما طول كل منهما ؟

[illegible]

( ١ ) في الشغل المزدبل :

per  $r = 1 + (m-1)u^2 - (m-1)u^2$

part 1 completed at 11.

برهان : ۱۸، ۱۹، ۲۰

وأولهم: أطول فترة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١] مثلث  $\triangle ABC$  فيه :  $\angle A = 40^\circ$  ،  $\angle B = 60^\circ$  ،  $\angle C = 80^\circ$  ، فإن : (د-س) = ..... .

(العرش - شمال سناء - ١٩٠)

(د) ١٣٠

(ج) ٩٠

(ب) ٥٠

(أ) ٤٠

(الطود - الألف - ١٩٠)

٢. الشكل الرباعي الذي مساحته تساوي نصف مربع طول قطره هو ..... .

(د) متوازي أضلاع.

(ج) مستطيل.

(ب) مربع.

(أ) معين.

(الحكمة - الفلبينية - ١٩٠)

٣. المضلعان المشابهان لثالث ..... .

(د) غير ذلك.

(ج) متساويان.

(ب) متشابهان.

(أ) متطابقان.

(شمال - الجيرة - ١٨٠)

٤] إذا كان  $\triangle ABC$  متوازي أضلاع مساحته ١٠٠ سم<sup>٢</sup> ،  $\angle A = 60^\circ$  ، ومنتصف  $BC$  هو  $D$  ، فإن مساحة سطح المثلث  $\triangle ABD$  = ..... سم<sup>٢</sup>.

(د) ٢٥

(ج) ١٠

(ب) ٥٠

(أ) ١٠٠

(غرب طط - لغزة - ١٩٠)

٥]  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  فإن  $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{\text{محيط } \triangle ABC}{\text{محيط } \triangle DEF} = \dots\dots\dots$

(د)  $\frac{AB}{DE}$

(ج)  $\left(\frac{AB}{DE}\right)^2$

(ب)  $\frac{AB}{DE}$

(أ)  $\frac{AB}{DE}$

٦] إذا كان مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعين في مثلث يساوي مساحة المربع المنشأ على ..

(شرق - الغربية - ١٩٠)

الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع .....

(د) منعكسة.

(ج) منفرجة.

(ب) حادة.

(أ) قائمة.

٢ (١) قطعنا أرض متساويتان في المساحة لأولى على شكل معين طولاً قطريه ٤٨ متراً ، ٤٠ متراً والثانية

على شكل شبه منحرف ارتفاعه ٢٠ متراً والنسبة بين طولي قاعدتيه الموازييتين ٧ : ٥

(تلا - المنوفية - ١٧٠)

أوجد : طول كل من هاتين القاعدتين.

(ب) إذا كان متوازي أضلاع فيه :  $AB = ٨$  سم ،  $BC = ٢٠$  سم ،  $AC = ١٢$  سم

(غرب الفيوم - ١٨٠)

أثبت أن :  $\angle A = ٩٠^\circ$





في الحقل المخصص  
للملاحظات  
التي تتعلق  
بالمشروع  
الذي تم  
إيجاده  
في الحقل  
المخصص  
للملاحظات  
التي تتعلق  
بالمشروع  
الذي تم  
إيجاده

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

طول القطعة المستقيمة يساويها .

١ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم

أصح - خطأ . صح

١ -

طول  $\overline{AE}$

أصح - خطأ . صح

٢ -

نوع النجوم متشابهة . صح

٣ - النقطة ب

أصح - خطأ . صح

٤ - غير ذلك

أصح - خطأ . صح

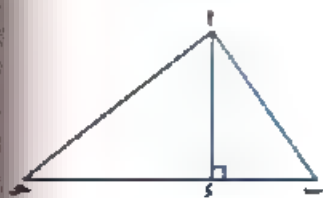
٥ -  $\overline{AE}$

أصح - خطأ . صح

٦ - ٤٨

(بورقزاد - بورسعيد - ١٨)

٧ - ٥ : ٣ (د)



(٦ أكتوبر الجيزة - ١٦)

٨ - (د)

٩ - (ب)

١٠ -

١ إذا كان  $\overline{AE} // \overline{BC}$  فإن طول مسقط  $\overline{AE}$  على  $\overline{BC}$  هو

٢ - (د)

٣ - (ب)

٤ -

٢ إذا كانت  $\overline{AB} \perp \overline{BC}$  فإن مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{BC}$  هو

٥ - (د)

٦ - (ب)

٧ -  $\overline{AB}$

٤ مسقط النقطة  $(٥ - ٤ - ٤)$  على محور السينات هي النقطة

٥ - (د)

٦ - (ب)

٧ - (٤ - ٤ - ٥)

٥ إذا كان  $\overline{AB}$  مربعاً فإن مسقط  $\overline{AE}$  على  $\overline{BC}$  هو

٦ - (د)

٧ - (ب)

٨ -  $\overline{AB}$

٦ معين طولاً عطريه ٦ سم ٨ سم فإن محيطه يساوي ..... سم

٧ - (د)

٨ - (ب)

٩ - ١٦

٧ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥

تكون النسبة بين محيطيهما .....

٨ - (د)

٩ - (ب)

١٠ - ١ : ١

٨ في الشكل المقابل :

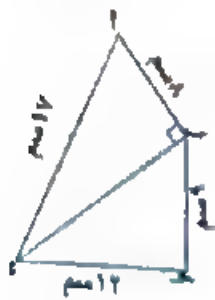
مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{BC}$  هو .....

٩ - (ب)

١٠ - (ب)

١١ -  $\overline{AE}$

١٢ -  $\overline{AB}$



(غرب - اليوم - ١٨)

٢ (١) في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي فيه :

و (د أ ب د) =  $90^\circ$  ،  $\angle \text{أ} = 8^\circ$  سم

،  $\angle \text{د} = 17^\circ$  سم ،  $\text{ب ح} = 9^\circ$  سم ،  $\text{ح د} = 12^\circ$  سم

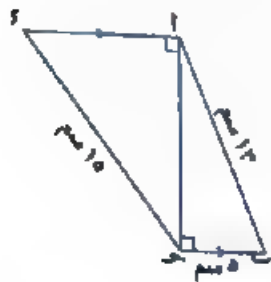
١ أوجد : طول مسقط أ د على ب د

٢ أثبت أن : و (د ب ح د) =  $90^\circ$

(ب) شبه منحرف مساحته ٨٨ سم<sup>٢</sup> ، وارتفاعه ٨ سم وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم

(وسط الإسكندرية - ١٩)

أوجد طول القاعدة الأخرى.



(قلوب القلوب - ١٩)

٢ (١) في الشكل المقابل :

أ د // ب ح ،  $\angle \text{أ} = 13^\circ$  سم

،  $\text{ب ح} = 5^\circ$  سم ،  $\text{ح د} = 15^\circ$  سم

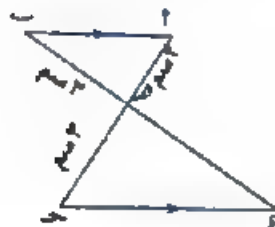
، و (د أ ح ب) = و (د ب ح د) =  $90^\circ$

أوجد بالبرهان : طول مسقط ح د على أ د

(ب) في الشكل المقابل :

أثبت أن :  $\triangle \text{أ ب د} \sim \triangle \text{ح د ب}$

ثم أوجد : طول د هـ



(غرب الزقازيق الشرقية - ١٩)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١. مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية تساوي مساحة .....

(أ) نصف مساحة المربع

الذي بعده طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر.

(ب) متوازي الأضلاع

(١) المربع (ب) المستطيل (ج) المعين

٢. إذا كان  $\triangle ABC$  مثلث قائم الزاوية في  $B$  ،  $\overline{BE} \perp \overline{AC}$

(أ) مسقط  $B$  على  $AC$

فإن مسقط  $E$  على  $\overline{AC}$  هو النقطة .....

(أ)  $B$

(ب)  $C$

(ج)  $A$

(د)  $E$

٣. في الشكل المقابل :

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$



رسم المخرج الشجرة (١٦)

فإن نسبة التصغير .....

(أ) ١ : ٣

(ب) ١ : ٢

(ج) ١ : ١

(د) ٢ : ١

حصانه الحرة (١٩)

٤. مساحة المربع الذي طول قطره ٨ سم تساوي ..... سم<sup>٢</sup>.

(أ) ١٢

(ب) ١٦

(ج) ٣٢

(د) ٦٤

(وسط تصديق اليوم - ١٩)

٥. طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم = ..... سم.

(أ) ٣

(ب) ٢

(ج) ١

(د) صفر

٦. في الشكل المقابل :

$\triangle ABC$  قائم الزاوية في  $B$

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$  ،

فإن : (أ)  $BE^2 = EC \times EA$  .....



والسلام - القاهرة - ٢٠١٥

(أ)  $BE^2 = EC \times EA$

(ب)  $BE^2 = EC \times EA$

(ج)  $BE^2 = EC \times EA$

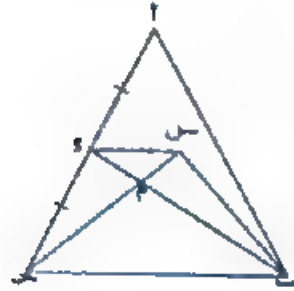
(د)  $BE^2 = EC \times EA$



(الداخلية - الوادي الجديد - ١٨)

١ سم ٩ = سم ٩  
 أوجد : طول كل من  $\overline{AB}$  ،  $\overline{AC}$  ،  $\overline{AD}$  ،  
 واحسب : مساحة  $\triangle ABC$

(ب) في الشكل المقابل :



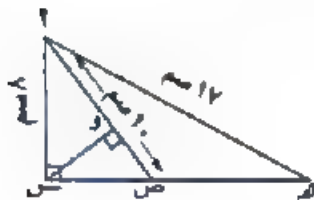
(غروب - الفيوم - ١٨)

١ سم ٥ = سم ٥  
 ، مساحة  $\triangle ABC$  = سم ٥ =  $\frac{1}{4}$  مساحة  $\triangle ABC$   
 أثبت أن :

١  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

٢ مساحة  $\triangle ABC$  = سم ٥ = مساحة  $\triangle ABC$

٣ (١) في الشكل المقابل :



(النزهة - القاهرة - ١٦)

أوجد :

١ طول مسقط  $\overline{AD}$  على  $\overline{BC}$

٢ طول كل من :  $\overline{AD}$  ،  $\overline{BD}$  ،  $\overline{DC}$

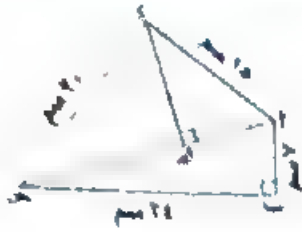
(ب)  $\triangle ABC$  شبه منحرف متساوي الساقين فيه  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  فإذا كان : سم ٢ = سم ٢ = سم ٢٠

ومساحته ١٨٠ سم<sup>٢</sup> أوجد طول كل من ساقيه.

(إشواي - الفيوم - ١٩)

ALTFWOK.COM





(المهمة الحرة ١٩)

(١) في الشكل المقابل،

ب (د ب) =  $90^\circ$ ،  $\overline{AE} \perp \overline{AC}$

،  $AB = 7$  سم ،  $BC = 24$  سم

،  $AC = 65$  سم ،  $EC = 20$  سم

١. أثبت أن  $\angle (د ا ح) = 90^\circ$

٢. أوجد طول مسقط  $\overline{AE}$  على  $\overline{AC}$

(ب) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٢ سم ، ٤ سم ، ٥ سم ومحيط الآخر ٣٦ سم

(المهمة الواجب ١١)

أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر.

AltFwok.com



# الأسئلة العامة

في المدرسة

من امتحانات الإدارات التعليمية

AltFwok.com





## ملخص الوحدة الرابعة المساحات

⊙ نظرية (١) :

سطحا متوازي الأضلاع المشتركين في القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان في المساحة.

⊙ نتيجة (١) :

مساحة متوازي الأضلاع تساوي مساحة المستطيل المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

⊙ نتيجة (٢) :

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة  $\times$  الارتفاع المناظر لها.

⊙ نتيجة (٣) :

متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التي على أحد هذين المستقيمين متساوية في الطول تكون مساحاتها متساوية.

⊙ نتيجة (٤) :

مساحة المثلث تساوي نصف مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.

⊙ نتيجة (٥) :

مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  طول القاعدة  $\times$  الارتفاع المناظر لها.

⊙ نظرية (٢) :

المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأسهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة يكونان متساويين في المساحة.

⊙ نتيجة (١) :

المثلثات التي قواعدها متساوية في الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية في المساحة.

⊙ نتيجة (٢) :

متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحي مثلثين متساويين في المساحة.

⊙ نتيجة (٣) :

المثلثات التي أطوال قواعدها متساوية ، وعلى مستقيم واحد ومشاركة في الرأس تكون متساوية في المساحة.

⊛ نظرية (٣) :

المثلثان المتساويان في مساحتهما ، المرسومان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأساهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة.

⊛ إذا كان هناك مثلثان متساويان في المساحة ومحصوران بين مستقيمين وقاعدتهما الواقعتان على أحد هذين المستقيمين متساويتان في الطول ، كان المستقيمان متوازيين.

⊛ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

=  $\frac{1}{4}$  حاصل ضرب طول قطريه.

⊛ مساحة المربع = مربع طول ضلعه

=  $\frac{1}{4}$  مربع طول قطره.

⊛ زاويتا كل من قاعدتي شبه المنحرف المتساوي الساقين متساويتان في القياس.

⊛ قطرا شبه المنحرف المتساوي الساقين متساويان في الطول.

⊛ شبه المنحرف المتساوي الساقين له محور تماثل واحد هو المستقيم الذي ينصف قاعدتيه.

⊛ القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلا من قاعدتيه المتوازيتين وطوله يساوي نصف مجموع طولييهما.

⊛ مساحة شبه المنحرف =  $\frac{1}{4}$  مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

= طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع.

AltFwok.com

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ إذا كان طول قاعدة متوازي أضلاع ٧ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم فإن مساحته = .....

(البساتين ودار السلام - القاهرة - ١٧)

- (أ) ١١ سم<sup>٢</sup> (ب) ١٤ سم<sup>٢</sup> (ج) ٢٢ سم<sup>٢</sup> (د) ٢٨ سم<sup>٢</sup>

٢ إذا كانت مساحة متوازي أضلاع ٣٥ سم<sup>٢</sup> وطول أحد أضلاعه ٧ سم فإن الارتفاع المناظر لهذا الضلع = ..... سم.

(شير - القاهرة - ١٧)

- (أ) ١٠ (ب) ٥ (ج) ٧ (د)  $\frac{5}{7}$

٣ متوازي أضلاع طولاه ضلعين متجاورين فيه ٥ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم تكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>

(شمال الجيزة - الجيزة - ١٩)

- (أ) ١٢٠ (ب) ٢٨ (ج) ٣٥ (د) ٢٠

٤ طولاه ضلعين متجاورين في متوازي أضلاع ٦ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فتكون مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>

(جنوب الجيزة - الجيزة - ١٧)

- (أ) ٣٠ (ب) ٣٥ (ج) ٤٢ (د) ٤٩

٥ متوازي أضلاع فيه طولاه ضلعين متجاورين ٩ سم ، ٦ سم ، وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن ارتفاعه الأكبر = ..... سم

(إسا - الأقصر - ١٨)

- (أ) ٣٦ (ب) ٢٤ (ج) ١٢ (د) ٦

٦ مساحة مثلث ... مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.

(مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

- (أ) تساوى (ب) نصف (ج) ضعف (د) ربع

٧ النسبة بين مساحة متوازي الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين هي .....

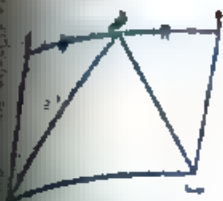
(لعجمي - الإسكندرية - ١٧)

- (أ) ٢ : ٢ (ب) ٣ : ١ (ج) ١ : ٢ (د) ٢ : ١

٨ إذا كانت مساحة  $\Delta$  هـ سـ حـ = ٢٥ سم<sup>٢</sup> فإن مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ د = ..... سم<sup>٢</sup>

(بنها القليوبية - ١٧)

- (أ) ٣٥ (ب) ٧٠ (ج) ١٧ (د) ١٧,٥



(الساحل - القاهرة، ١٩٨٠)

٩ في الشكل المقابل :

إذا كان :  $AB$  حو متوازي أضلاع مساحته  $24 \text{ سم}^2$

فإن : مساحة  $\triangle ABC = \dots \text{ سم}^2$

(أ) ٢٤

(ب) ١٢

(ج) ٨

(د) ٦

١٠ المثلث الذي طول قاعدته ١٢ سم ومساحته ٤٨ سم<sup>٢</sup> يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = .....

(المنزه - الإسكندرية، ١٩٧٠)

(أ) ٨ سم

(ب) ٦ سم

(ج) ٤ سم

(د) ٣ سم

١١ مثلث مساحته  $24 \text{ سم}^2$  وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع بالسهم = .....

(المرج - القاهرة، ١٩٧٠)

(أ) ٢

(ب) ٣

(ج) ٦

(د) ١٦

١٢ مساحة المستطيل الذي بعده ٦ سم ، ٤ سم ... مساحة المثلث الذي طول قاعدته ١٢ سم وارتفاعه المناظر لها ٤ سم

(أوسيم - الجيزة - ١٩٧٠)

(أ)  $>$

(ب)  $<$

(ج)  $=$

(د)  $\neq$

١٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحي مثلثين .....

(المنزه - الإسكندرية، ١٩٨٠)

(أ) متساويين في المساحة.

(ب) متطابقين.

(ج) متطابقين.

(د) متساويين في المساحة.

١٤  $\triangle ABC$  فيه  $D$  منتصف  $BC$  فإن  $\triangle ABD$  ،  $\triangle ACD$  حو يكونان .....

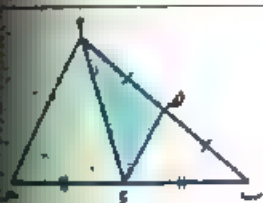
(مشاة القناطر - الجيزة - ١٩٧٠)

(أ) متساويين في المساحة.

(ب) متطابقين.

(ج) متطابقين.

(د) كل ما سبق.



(تلا - المنوفية - ١٩٧٠)

١٥ في الشكل المقابل :

$m(\triangle ABC) = \dots m(\triangle DEF)$

(أ)  $\frac{1}{4}$

(ب)  $\frac{1}{2}$

(ج)  $\frac{1}{8}$

(د)  $\frac{1}{16}$



١٦ إذا كان  $ABCD$  متوازي أضلاع مساحته  $100 \text{ سم}^2$ ،  $AC \perp BD$ ،  $O$  منتصف  $AC$ ، فإن مساحة سطح المكعب  $ABCD$  = .....  $\text{سم}^2$ .

(المجال الحداثة - القاهرة - ١٦٩)

- (أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (ج) ١٠ (د) ٢٥

١٧ في الشكل المقابل،



(الساحل القاهرة - ١٦٩)

إذا كان: مساحة  $\triangle AEF = 12 \text{ سم}^2$ ، فإن: .....

- (أ)  $AB \parallel EF$  (ب)  $AB = EF$   
(ج)  $AD = EF$  (د)  $AD \parallel EF$

١٨ مساحة المربع الذي طول قطره  $6 \text{ سم}$  تساوي .....  $\text{سم}^2$

(البرهان - القاهرة - ١٦٦)

- (أ) ١٢ (ب) ١٨ (ج) ٢٤ (د) ٣٦

١٩ إذا كان مساحة مربع  $50 \text{ سم}^2$  فإن طول قطره = .....

(أروض الفرج - القاهرة - ١٦٦)

- (أ)  $5 \text{ سم}$  (ب)  $10 \text{ سم}$  (ج)  $20 \text{ سم}$  (د)  $25 \text{ سم}$

٢٠ مساحة المستطيل الذي بعديه  $5 \text{ سم}$ ،  $3 \text{ سم}$  هي .....  $\text{سم}^2$

(أحبوب بحيرة البحيرة - ١٦٩)

- (أ) ٨ (ب) ١٦ (ج) ١٥ (د) ٢

٢١ معين طولاً قطريه  $6 \text{ سم}$ ،  $8 \text{ سم}$  فإن مساحته = .....  $\text{سم}^2$

(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦٨)

- (أ) ١٤ (ب) ٢٤ (ج) ٢٨ (د) ٤٨

٢٢ معين طولاً قطريه  $6 \text{ سم}$ ،  $8 \text{ سم}$  وارتفاعه  $4.8 \text{ سم}$  فإن طول ضلعه = .....  $\text{سم}$

(غرب - الفيوم - ١٦٨)

- (أ) ١٠ (ب) ٥ (ج) ٢٠ (د) ١٢

٢٣ قطراً شبه المنحرف المتساوي الساقين .....

(الفرج - القاهرة - ١٦٨)

- (أ) متطابقان. (ب) متعامدان.  
(ج) متوازيان. (د) ينصف كلًا منهما الآخر.

٢٤ شبه منحرف طولاً قاعدتيه المتوازيين  $6 \text{ سم}$ ،  $8 \text{ سم}$  فإن طول قاعدته المتوسطة = .....  $\text{سم}$

(القطر - القاهرة - ١٦٩)

- (أ) ٧ (ب) ٦ (ج) ١٤ (د) ٢٤

٢٥ شبه منحرف طولاً قاعدتيه المتوازيين هي  $8 \text{ سم}$ ،  $12 \text{ سم}$  وارتفاعه  $6 \text{ سم}$  تكون مساحته .....  $\text{سم}^2$

(الربيع - القاهرة - ١٦٩)

- (أ) ٧٢٠ (ب) ١٢٠ (ج) ٦٠ (د) ٧٢

٢٦ شبه منحرف مساحته  $48 \text{ سم}^2$  وارتفاعه  $6 \text{ سم}$  يكون طول قاعدته المتوسطة = .....  $\text{سم}$

(القطر - القاهرة - ١٦٩)

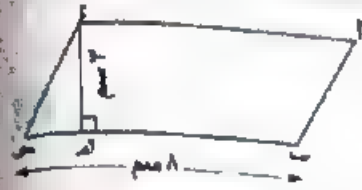
- (أ) ٦ (ب) ٨ (ج) ٢ (د) ٢٨

## ثانياً أسئلة الإكمال

- ١ إذا كان :  $a$  سم  $b$  سم متوازي أضلاع فيه  $a = 5$  سم ،  $b = 10$  سم وارتفاعه الأصغر  $h$  سم فإن ارتفاعه الأكبر يساوى .....

(مصر الجديدة - القاهرة - ١٩)

- ٢ فى الشكل المقابل



(العمالية الجيزة - ١٩)

مساحة متوازي الأضلاع  $a$  سم  $b$  سم = ..... سم<sup>٢</sup>

- ٣ سطحها متوازي الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة يكونان .....

(غرب - الإسكندرية - ١٩)

- ٤ متوازي أضلاع مساحته  $48$  سم<sup>٢</sup> وطول قاعدته  $12$  سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ..... سم

(الدقى - الجيزة - ١٩)

- ٥ مساحة المثلث تساوى نصف مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه فى ..... والمحصور معه بين .....

(المرج - القاهرة - ١٩)

- ٦ مثلث طول قاعدته  $8$  سم والارتفاع المناظر لهذه القاعدة  $5$  سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

(المرج - القاهرة - ١٨)

- ٧ مثلث مساحته  $15$  سم<sup>٢</sup> وارتفاعه  $3$  سم فإن طول قاعدته = ..... سم

(دمياط - دمياط - ١٦)

- ٨ إذا كان :  $a$  سم  $b$  سم متوازي أضلاع مساحته  $100$  سم<sup>٢</sup> فإن مساحة  $\Delta a$  سم  $b$  سم = ..... سم<sup>٢</sup>

(الراوية الحمراء - القاهرة - ١٩)

- ٩ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورؤسهما على مستقيمين يوازي هذه القاعدة .....

(شبرا - القاهرة - ١٧)

- ١٠ المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون .....

(حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

- ١١ المثلثان المتساويان فى مساحتهما ، والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها يكون .....

(جنوب الجيزة - الجيزة - ١٧)

- ١٢ معين طول قطريه  $10$  سم ،  $6$  سم فإن مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>

(بولاق الدكرور - الجيزة - ١٩)

- ١٣ معين طول ضلعه  $12$  سم ، وارتفاعه  $8$  سم فإن مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>

(شرق - الإسكندرية - ١٩)

- ١٤ معين مساحته  $24$  سم<sup>٢</sup> وطول أحد قطريه  $6$  سم فإن طول القطر الآخر = ..... سم

(المرج - القاهرة - ١٩)

- ١٥ المعين الذى محيطه  $20$  سم وارتفاعه  $6$  سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

(مطويس كفر الشيخ - ١٥)



## الأسئلة الصعبة

(غرب الزقازيق - القرطية - ١٦)

١٦ مربع محيطه = ٢٠ سم فإن مساحة سطحه = ..... سم<sup>٢</sup>

(شبرا - القاهرة - ١٧)

١٧ مربع مساحته ٣٢ سم<sup>٢</sup> فإن طول قطره = ..... سم

(روشن الفرج - القاهرة - ١٨)

١٨ شبه منحرف ارتفاعه ٥ سم ومساحته ٣٠ سم<sup>٢</sup> فإن طول قاعدته المتوسطة = ..... سم

(شرق المنصورة - الدقهلية - ١٩)

١٩ شبه المنحرف الذي طول قاعدته المتوسطة ٧ سم ومساحة سطحه ٣٥ سم<sup>٢</sup> يكون ارتفاعه ..... سم

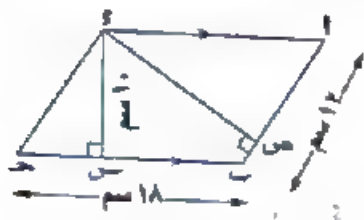
(بولاق - الجيزة - ٢٠)

٢٠ شبه منحرف مساحته ١٠٨ سم<sup>٢</sup> وطول إحدى قاعدتيه المتوازيين ١٥ سم وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته الأخرى = ..... سم

## ثالثاً الأسئلة المقالية

(وسط - الإسكندرية - ١٨)

١ أوجد مساحة سطح متوازي الأضلاع الذي فيه طولى ضلعين متجاورين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم



(توجيه - الإسماعيلية - ١٨)

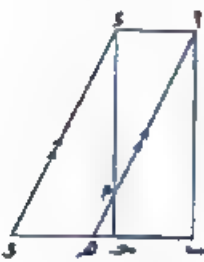
٢ في الشكل المقابل :

١ ب ح و متوازي أضلاع ،  $AB = 12$  سم

٢ ب ح = ١٨ سم ،  $DE = 10$  سم

أوجد : ١ مساحة المتوازي .

٢ طول  $DE$



(ملوك - المنيا - ١٧)

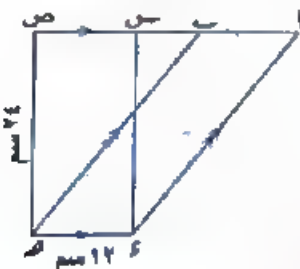
٣ في الشكل المقابل :

١ ب ح و مستطيل

٢  $AD \parallel DE$  ،  $AB \parallel DE$  ،  $BC \parallel DE$  ،  $CD \parallel DE$

أثبت أن :

مساحة الشكل ١ ب ح د م - مساحة الشكل د م و



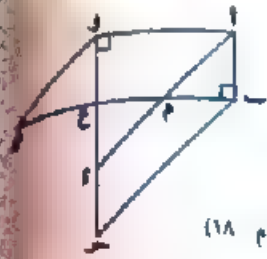
(قليوب - القليوبية - ١٩)

٤ في الشكل المقابل :

١  $AB \parallel DE$  ،  $BC \parallel DE$  ،  $CD \parallel DE$  ،  $AD \parallel DE$  ،  $AB \parallel DE$  ،  $BC \parallel DE$  ،  $CD \parallel DE$  ،  $AD \parallel DE$

٢  $AB \parallel DE$  ،  $BC \parallel DE$  ،  $CD \parallel DE$  ،  $AD \parallel DE$  ،  $AB \parallel DE$  ،  $BC \parallel DE$  ،  $CD \parallel DE$  ،  $AD \parallel DE$

أوجد : مساحة الشكل ١ ب ح د م



(غرب - الشوم - ١٨)

٥ في الشكل المقابل :

ABCD مستطيل

M نقطة على AD ، و BM متوازي أضلاع

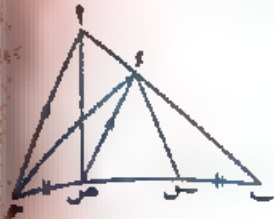
أثبت أن : مساحة  $\triangle ABM$  = مساحة  $\triangle BMD$

٦ في الشكل المقابل :

BC // AD

AB = CD

أثبت أن : مساحة  $\triangle ABC$  = مساحة  $\triangle CDA$



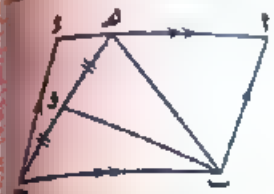
(غرب المحلة - الغربية - ١٨)

٧ في الشكل المقابل :

ABCD متوازي أضلاع مساحته ٤٠ سم<sup>٢</sup>

E منتصف BC ، و F منتصف CD

أوجد : مساحة  $\triangle AEF$



(شرق المحلة - الغربية - ١٧)

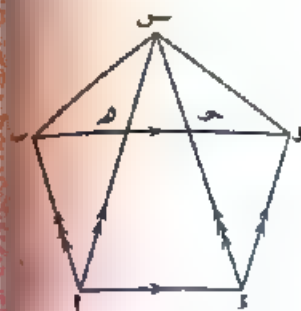
٨ في الشكل المقابل :

ABCD متوازي أضلاع

E منتصف BC ، و F منتصف CD

برهن أن :

مساحة  $\triangle AEF$  = مساحة  $\triangle BCF$



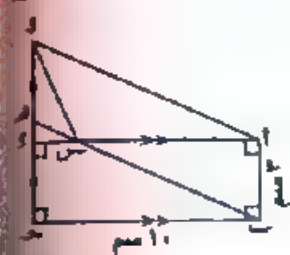
(توجيه - البحيرة - ١٧)

٩ في الشكل المقابل :

ABCD مستطيل ، و E منتصف BC

AB = ٣ سم ، BC = ١٠ سم

أوجد بالبرهان : مساحة  $\triangle AEF$



(أوسيم - العيزة - ١٧)

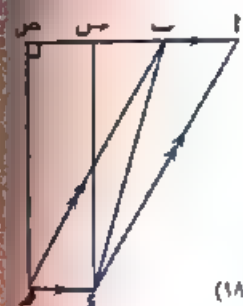
١٠ في الشكل المقابل :

AB // CD ، و BC // AD

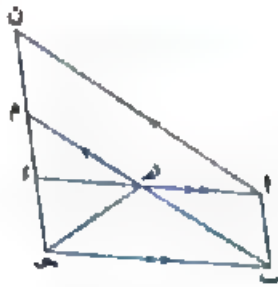
E منتصف BC ، و F منتصف CD

AB = ٣ سم ، BC = ١٠ سم

أوجد بالبرهان : مساحة  $\triangle AEF$



(شين الكوم - المدونة - ١٨)



(الدخلة - الوادي الجديد - ١٨)

١١ في الشكل المقابل :

أ ب ح د ، أ ب م ن متوازي أضلاع  
برهن أن :

مساحة  $\Delta$  م ب ح =  $\frac{1}{4}$  مساحة متوازي الأضلاع أ ب م ن



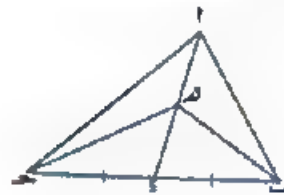
(العمرائية - الجيزة - ١٩)

١٢ في الشكل المقابل :

أ ب ح د // ع أ

أثبت أن :

مساحة  $\Delta$  أ ب م = مساحة  $\Delta$  م ب ح



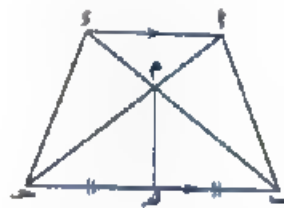
(نجع حياض - قلنا - ١٧)

١٣ في الشكل المقابل :

و منتصف ب ح ، م  $\in$  ع أ

أثبت أن :

مساحة  $\Delta$  أ م ب = مساحة  $\Delta$  م ب ح



(وسط - الإسكندرية - ١٩)

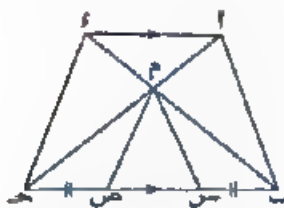
١٤ في الشكل المقابل :

أ ب ح د // ع أ

م منتصف ب ح ،

أثبت أن : ١) مساحة  $\Delta$  أ م ب = مساحة  $\Delta$  م ب ح

٢) مساحة الشكل أ ب م م = مساحة الشكل م ب ح م



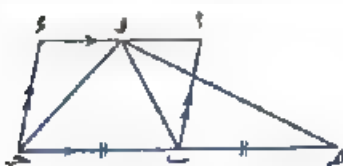
(العمرائية - الجيزة - ١٩)

١٥ في الشكل المقابل :

أ ب ح د // ع أ ، أ ب ح د  $\cap$  ع أ = {م}

ب س = ح س ،

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل م ب ح س



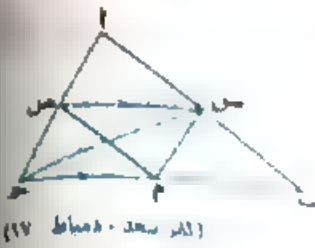
(سنورس - اليوم - ١٧)

١٦ في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع ، م  $\in$  ح د

حيث : ب ح = ح د

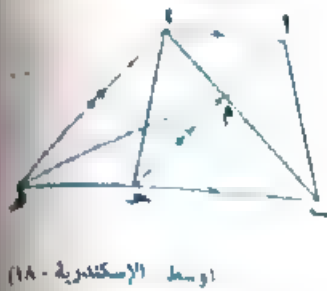
برهن أن : مساحة  $\Delta$  م ب ح = مساحة متوازي الأضلاع أ ب ح د



١٧ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث ،  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{DE} \cap \overline{BC} = \emptyset$  ،  
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{DE} \cap \overline{BC} = \emptyset$  ،

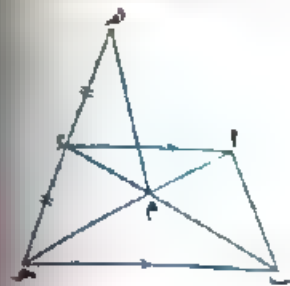
برهن أن : مساحة الشكل  $\triangle ADE$  = مساحة  $\triangle ABC$  .



١٨ في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي فيه :  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،  
 $\overline{DE} \cap \overline{BC} = \emptyset$  ،  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،  
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،

برهن أن : مساحة  $\triangle ADE$  = مساحة  $\triangle ABC$  .

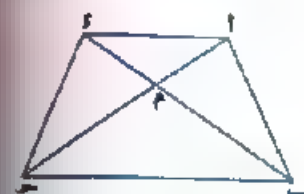


١٩ في الشكل المقابل :

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،  
 $\overline{DE} \cap \overline{BC} = \emptyset$  ،  
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،

أثبت أن : مساحة  $\triangle ADE$  = مساحة  $\triangle ABC$  .

(سها - القليوبية - ١٩)



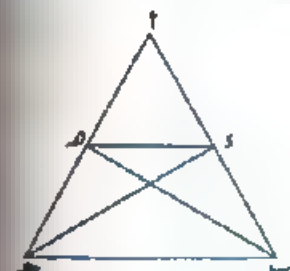
٢٠ في الشكل المقابل :

$\overline{EF} \parallel \overline{AD}$  ،  $\overline{EF} \cap \overline{AD} = \emptyset$  ،

مساحة المثلث  $\triangle AEF$  = مساحة المثلث  $\triangle BCF$  ،

أثبت أن :  $\overline{EF} \parallel \overline{AD}$  ،

(٦ أكتوبر - العبرة - ٢٠)



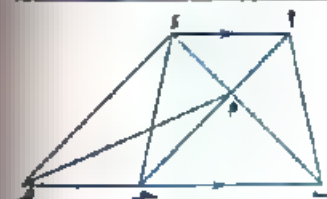
٢١ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث ،  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{DE} \cap \overline{BC} = \emptyset$  ،

بحيث مساحة  $\triangle ADE$  = مساحة  $\triangle ABC$  ،

أثبت أن :  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،

(الذلي - الجزيرة - ٢١)



٢٢ في الشكل المقابل :

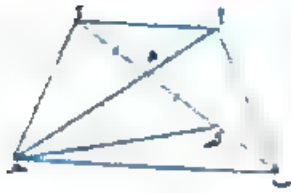
أ ب ح د شكل رباعي فيه :  $\overline{EF} \parallel \overline{AD}$  ،  $\overline{EF} \cap \overline{AD} = \emptyset$  ،

$\overline{EF} \cap \overline{AD} = \emptyset$  ، مساحة  $\triangle AEF$  = مساحة  $\triangle BCF$  ،

برهن أن :  $\overline{EF} \parallel \overline{AD}$  ،

(تلا - المنوفية - ٢٢)

الأسئلة العامة



١٠ شكل المقابل :

١- د. شكل رباعي تقاطع قطراه في م  
 ٢-  $\overline{AM} = \overline{CM}$  حيث م هو = م  
 ٣- مساحة  $\triangle AMB =$  مساحة  $\triangle CDM$   
 برهن أن :  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

١١ الهرم المربع

١٢ مستطير ورأسه المربع

١٣ مربع

١٤ الهرم مثلثي

١٥ من قطر المربع الذي مساحته  $18 \text{ سم}^2$

١٦ من حاصل ضرب قطريه  $12 \text{ سم}^2$  وارتفاعه  $9 \text{ سم}$  أوجد طول ضلعه

١٧ من نسبة بين طولى قطريه  $8$  فأبدا كانت مساحته  $2000 \text{ سم}^2$  أوجد طول كل من قطريه

١٨ د. معني تقاطع قطراه في م فأبدا كان  $\overline{AM} = 12 \text{ سم}$   $\overline{CM} = 10 \text{ سم}$  أوجد مساحة المربع  $9 \text{ سم}^2$

١٩ مربعا المربع المربع

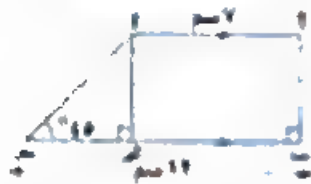
٢٠ مربع

٢١ مساحة مربع ثمة محيط طول قاعدته المتوسطة  $9 \text{ سم}$  وارتفاعه  $6 \text{ سم}$

٢٢ من محيط مساحته  $180 \text{ سم}^2$  والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيين هي  $2 : 3$  وارتفاعه  $12 \text{ سم}$  أوجد كل منهما  $9$

٢٣ (مساحة ومساحة)

٢٤ شكل المقابل :



٢٥ د. اثنى شعري فيه

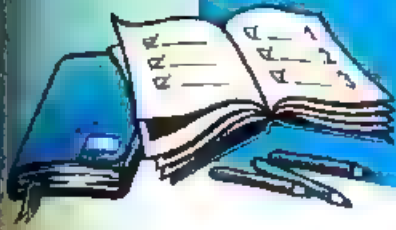
٢٦ د.  $\overline{AB} = \overline{CD}$   $\overline{AC} = \overline{BD}$

٢٧  $10 = 12 \text{ سم}$   $12 = 14 \text{ سم}$   $14 = 16 \text{ سم}$   $16 = 18 \text{ سم}$

٢٨ د. مساحة سطح ثمة المحيط  $18 \text{ سم}^2$

٢٩ اربع لواح خشب الخشبية

AltFwok.com



## ملخص الوحدة الخامسة

### التشابه وعكس نظرية فيثاغورث ونظرية إقليدس

#### ☆ تشابه مضعين :

- يُقال لمضعين (لهما نفس العدد من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا :
- ① زواياهما المتناظرة متساوية في القياس.
- ② أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.
- المضلعات المتطابقة تكون متشابهة ، ولكن المضلعات المتشابهة ليس من الضروري أن تكون متطابقة.
- كل المضلعات المنتظمة التي لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة.
- المضلعان المشابهان لثالث متشابهان.
- النسبة بين محيطي مضعين متشابهين - النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما.

#### ☆ تشابه مثلثين :

• يتشابه المثلثان إذا توفر أحد الشرطين التاليين :

- ① تساوت قياسات زواياهما المتناظرة.
- ② تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة.

#### ☆ عكس نظرية فيثاغورث :

إذا كان مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعين في مثلث يساوي مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

#### ☆ المسقط :

##### ① مسقط نقطة على مستقيم :

- المسقط العمودي لنقطة ما على مستقيم هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم.
- إذا كانت النقطة تقع على المستقيم فإن مسقطها العمودي على هذا المستقيم هو نفس النقطة.

##### ② مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم :

- مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم هو القطعة المستقيمة التي طرفاها هما مسقطا طرفي القطعة المستقيمة الأصلية على هذا المستقيم.
- طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم  $\geq$  طول القطعة نفسها.



٢) مسقط شعاع على مستقيم :

• مسقط شعاع على مستقيم غير عمودي عليه هو شعاع  $\perp$  المستقيم.

• الشعاع العمودي على مستقيم يكون مسقطه على هذا المستقيم نقطة تنتمي إلى المستقيم.

٤) مسقط مستقيم على مستقيم :

• مسقط مستقيم على مستقيم آخر غير عمودي عليه هو ذلك المستقيم الآخر.

• مسقط مستقيم على مستقيم آخر عمودي عليه هو نقطة تقاطع المستقيمين.

• نظرية إقليدس :

مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية تساوي مساحة المستطيل الذي بعده طول مسقط هذا الضلع على الوتر ، وطول الوتر.

• التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزاوياته متى علمت أطوال أضلاعه :

• إذا كان مربع طول الضلع الأكبر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم الزاوية.

• إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أكبر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث منفرج الزاوية.

• إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أقل من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث حاد الزاوية.

• لتحديد نوع زاوية في مثلث نقارن بين مربع طول الضلع المقابل للزاوية المراد تحديد نوعها ومجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين.

• أكبر زوايا المثلث قياسًا تقابل أكبر أضلاع المثلث طولًا.

AltFwok.com



أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

- ١ المثلثان المتشابهان زواياهما المتناظرة ..... في القياس.  
(أ) متساوية (ب) مختلفة (ج) متناسبة (د) متبادلة  
(غرب المصورة - الذهبية - ١٦)
- ٢ جميع المثلثات المنتظمة التي لها نفس العدد من الأضلاع تكون .....  
(أ) متطابقة. (ب) متشابهة. (ج) متساوية المساحة. (د) كل ما سبق.  
(مبا التمتع - الشرقية - ١٧)
- ٣ جميع ..... متشابهة.  
(أ) المثلثات (ب) المربعات (ج) المعينات (د) المستطيلات  
(الرونية - الأقصر - ١٦)
- ٤ إذا كانت نسبة التكبير بين مضعين متشابهين = ..... فإن المثلثان متطابقين.  
(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٠.٥ (د) ٠.٢٥  
(مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)
- ٥ المثلثان المشابهان لمضلع ثالث يكونان .....  
(أ) متطابقين. (ب) متساويين في المساحة. (ج) متشابهين. (د) منطبقين.  
(اتوجه - البحيرة - ١٧)
- ٦ مضعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما .....  
(أ) ١ : ١ (ب) ١ : ٢ (ج) ٥ : ٣ (د) ٣ : ٥  
(بورفؤ د - بورسعيد - ١٨)
- ٧ مضعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ ، فإذا كان محيط المضع الأكبر ٤٥ سم فإن محيط المضع الأصغر ..... سم.  
(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (ج) ٢٥ (د) ١٠  
(الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)
- ٨ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة .....  
(أ) غير متساوية. (ب) متناسبة. (ج) متساوية. (د) متوازية.  
(العمالية - البحيرة - ١٩)
- ٩ العمود المرسوم من رأس القائمة لمثلث قائم الزاوية على الوتر يقسمه لمثلثين .....  
(أ) متطابقين. (ب) حادين. (ج) متشابهين. (د) منفرجى الزاوية.  
(مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)
- ١٠ إذا كان :  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  ،  $AB = 4$  ،  $DE = 6$  ، فإن : محيط  $\Delta ABC =$  ..... محيط  $\Delta DEF$   
(أ) ٢ (ب) ٤ (ج)  $\frac{1}{2}$  (د)  $\frac{1}{4}$   
(١٦ أكتوبر - البحيرة - ١٦)

# الأسئلة العامة

١١ إذا كان  $\Delta$  من ص ع  $\sim \Delta$  د ه و بحيث كان  $\angle$  (د ص)  $= 40^\circ$  والنسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ١ فإن  $\angle$  (د ه)  $= \dots\dots\dots$

(المعدسة - البصرة ١١٥)

١٨٠ (د)

٤٠ (هـ)

٨٠ (ب)

٢٠ (ا)

١٢ في الشكل المقابل :

$\Delta$  ا ب ح  $\sim \Delta$  د ا ب ح

فإن نسبة التصغير  $\dots\dots\dots$

١ : ٢ (ا)

١ : ١ (ب)

٢ : ١ (ج)

٢ : ١ (د)



(أروض الفرج - القاهرة - ١١٦)

١٣ إذا كان  $\Delta$  من ص ع  $\sim \Delta$  ا ب ح ،  $\angle$  (د ص)  $= 60^\circ$  ،  $\angle$  (د ح)  $= 40^\circ$  فإن  $\angle$  (د س)  $= \dots\dots\dots$

(المعدسة - البصرة ١١٩)

١٢٠ (د)

١٠٠ (ج)

٤٠ (ب)

٨٠ (ا)

١٤ إذا كان  $\Delta$  ا ب ح فيه :  $\angle$  (ا ب)  $= \angle$  (ب ح)  $= \angle$  (ا ح) فإن  $\Delta$  تكون  $\dots\dots\dots$

(٦ أكتوبر - البصرة ١١٦)

(د) منعكسة.

(ج) قائمة.

(ب) منفرجة.

(ا) حادة.

١٥ طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم  $\dots\dots\dots$  طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أروض الفرج - القاهرة - ١١٦)

$\geq$  (د)

$>$  (ج)

$<$  (ب)

$\leq$  (ا)

١٦ إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة ، فإن القطعة المستقيمة  $\dots\dots\dots$  المستقيم.

(أروض الفرج - القاهرة - ١١٦)

$<$  (د)

$\equiv$  (ج)

$\perp$  (ب)

$//$  (ا)

(مصر المعدسة - القاهرة - ١١٧)

١٧ إذا كانت :  $\overline{AB} \perp \overline{BC}$  فإن مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{BC}$  هو  $\dots\dots\dots$

$\{A\}$  (د)

$\overline{AC}$  (ج)

$\overline{BC}$  (ب)

$\overline{AB}$  (ا)

١٨ في الشكل المقابل :

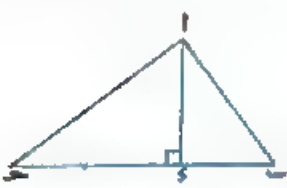
مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{BC}$  هو  $\dots\dots\dots$

(ا)  $\overline{BC}$

(ب)  $\overline{AC}$

(د)  $\overline{AB}$

(ج)  $\overline{OB}$



(٦ أكتوبر - البصرة - ١١٦)

(شرق المنطة - القاهرة - ١٧٠)

طول  $\overline{AB}$

١٩ إذا كان  $\overline{AB} // \overline{CD}$  من طول مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{CD}$

(د)  $\leq$

(هـ)  $=$

(ب)  $>$

(١)  $<$

(الهرم الجدي - ١٨٠)

٢٠  $\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $B$  ،  $\overline{AB} \perp \overline{BC}$  ، فإن مسقط  $\overline{AC}$  على  $\overline{AB}$  هو

(د)  $\{C\}$

(هـ)  $\{B\}$

(ب)  $\{A\}$

(١)  $\{A\}$

(بنها - اللبوية - ١٧٠)

٢١ إذا كان :  $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{S\}$  ،  $\overline{AB} \perp \overline{CD}$  سم

فإن : طول مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{CD}$  لا يمكن أن يساوى ..... سم

(د) ٥

(هـ) ٢

(ب) ٣

(١) ٦

(أبشوى - القيرم - ١٩٠)

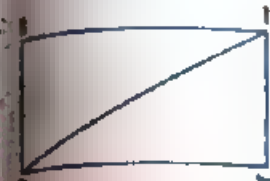
٢٢ إذا كان  $\overline{AB}$  جزء مربع فإن مسقط  $\overline{AC}$  على  $\overline{AB}$  هو .....

(د)  $\overline{AC}$

(هـ)  $\overline{BC}$

(ب)  $\overline{AB}$

(١)  $\overline{AB}$



(الزاوية الحمراء - القاهرة - ١٩)

٢٣ في الشكل المقابل :

$\overline{AB}$  جزء مستطيل

فإن مسقط  $\overline{AC}$  على  $\overline{AB}$  هو .....

(د)  $\overline{AC}$

(هـ)  $\overline{BC}$

(ب)  $\overline{AB}$

(١)  $\overline{AC}$

(ملوى - المنيا - ١٧٠)

٢٤ مسقط النقطة  $(-3, 5)$  على محور الصادات هي .....

(د)  $(-3, 0)$

(هـ)  $(0, -3)$

(ب)  $(0, 5)$

(١)  $(5, 0)$

٢٥ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة ... الذى بعده

(العريش - شمال سيناء - ١٦٠)

طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر.

(د) متوازي الأضلاع

(هـ) المعين

(ب) المستطيل

(١) المربع

(المرج - القاهرة - ١٨٠)

٢٦ إذا كان :  $\Delta ABC$  فيه :  $\angle A > \angle B + \angle C$  فإن :  $\overline{AB}$  تكون .....

(د) مستقيمة.

(هـ) منفرجة.

(ب) قائمة.

(١) حادة.

(اروض المرج - القاهرة - ١٦٠)

٢٧ في المثلث  $ABC$  إذا كان :  $\angle A < \angle B + \angle C$  فإن : زاوية  $C$  تكون .....

(د) مستقيمة.

(هـ) منفرجة.

(ب) قائمة.

(١) حادة.

(الواسطى - بنى سويف - ١٥٠)

٢٨ مثلث  $ABC$  فيه  $\angle C = 90^\circ$  ،  $\overline{AC} \perp \overline{BC}$  فإن :  $\angle A = \dots\dots\dots$

(د)  $\angle C \times \angle B$

(هـ)  $\angle A \times \angle B$

(ب)  $\angle C \times \angle A$

(١)  $\angle A \times \angle C$

## الأسئلة العامة

٢٩ إذا كان  $\Delta ABC$  مثلثاً فيه  $\angle A = 90^\circ - \angle B = \angle C$  فإن  $\Delta ABC$  ... (ممر الجديد - القاهرة - ١٧)  
 (أ) حادة، (ب) مستقيمة، (ج) منفرجة، (د) قائمة.

٣٠ في  $\Delta ABC$  إذا كانت زاوية  $A$  تنم زاوية  $B$  فإن  $\angle A = 90^\circ + \angle B$  ... (الناظر النظرية - الخلوبية - ١٩)  
 (أ)  $<$  (ب)  $>$  (ج)  $=$  (د)  $\leq$

٣١ الأطوال ١٢ سم، ١١ سم، ٢٠ سم تصلح أن تكون أطوالاً لأضلاع مثلث ... (تلا - المنوفية - ١٧)  
 (أ) قائم الزاوية، (ب) منفرج الزاوية، (ج) حاد الزوايا، (د) متساوي الساقين.

٣٢ في  $\Delta ABC$  إذا كان  $\angle A = 6^\circ$ ،  $\angle B = 8^\circ$ ،  $\angle C = 10^\circ$  سم فإن  $\angle C$  (د) ..... =  $90^\circ$  (شرف النظرية - ١٩)  
 (أ) ٩ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) ١٠

٣٣ إذا كان  $\Delta ABC$  منفرج الزاوية في  $A$  فيه  $\angle A = 7^\circ$ ،  $\angle B = 8^\circ$  سم فإن  $\angle C$  يمكن أن تساوي ..... سم. (أجا - الدقهية - ١٩)  
 (أ) ٥ (ب) ٧ (ج) ٨ (د) ١٣

٣٤ في  $\Delta ABC$  إذا كان  $\angle A = 90^\circ + \angle B = \angle C - 3^\circ$  فإن زاوية  $C$  تكون ..... (تلا - المنوفية - ١٧)  
 (أ) حادة، (ب) قائمة، (ج) مستقيمة، (د) منفرجة.

٣٥ في  $\Delta ABC$  إذا كان  $\angle A = 90^\circ + \angle B - \angle C = 0^\circ$  فإن  $\angle C$  تكون زاوية ..... (منفلوط - أسيوط - ١٦)  
 (أ) حادة، (ب) منفرجة، (ج) قائمة، (د) مستقيمة.

## ثانياً أسئلة الإكمال

١ يتشابه المثلثان إذا كانت ... المتناظرة متناسبة. (ديرب مع - الشرقية - ١٩)

٢ يتشابه المثلثان إذا كانت ..... المتناظرة متطابقة. (بسيون - الغربية - ١٩)

٣ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوي واحد فإن المثلثين ..... (غرب شبرا الحيمة - الخلوبية - ١٩)

٤ مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم، ٥ سم، ٧ سم ومحيط الآخر ٧٥ سم فإن أطوال أضلاع المثلث الآخر هي ..... سم، ..... سم، ..... سم. (تلا - المنوفية - ١٧)



## الأسئلة العامة

- ١٧ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية تساوي مساحة المستطيل الذي بعدها .....  
(السلواوين - الدقهلية - ١٧)

- ١٨ في الشكل المقابل :  
أ ب ح مثلث قائم الزاوية في أ  
د ه أ ب ح  
فإن .....  
(غرب - الفيوم - ١٨)

- ١٩ في الشكل المقابل :  
أ ب ح د مثلث قائم الزاوية في ب ، د ه أ ب ح  
١ مسقط أ ب على أ ح هو .....  
٢ .....  
.....  
(توجيه - مطروح - ١٩)

- ٢٠ في  $\Delta$  أ ب ح إذا كان :  $(أ - ب - ح) : (أ + ب - ح) < (أ - ح) < (أ + ح)$   
فإن : نوع د ح هو .....  
(الشهداء - المنوفية - ٢٠)

- ٢١ في  $\Delta$  أ ب ح إذا كان :  $(أ - ب - ح) = (أ - ح) = (أ + ح)$  وكانت  $و = (د ب) = ٤٠^\circ$   
فإن :  $و = (د أ) = \dots\dots\dots$   
(غرب الزقازيق - الشرقية - ٢١)

## الأسئلة المقالية

- ١ في الشكل المقابل :  
إذا كان الشكل أ ب ح د ~ الشكل س ص ع ل  
احسب :  
أ و (د ب ح) .....  
ب طول س ل .....  
(المنزهة - القاهرة - ٢٦)

- ٢ في الشكل المقابل :  
هل  $\Delta$  أ ب ح ،  $\Delta$  س ص ع متشابهان ؟  
مع ذكر السبب.  
(جنوب البحيرة - البحيرة - ٢٧)



٣ في الشكل المقابل :

$$\overline{سح} // \overline{أح}$$

$$\overline{سح} // \overline{أب}$$

أثبت أن :

$$\Delta أ ب ح \sim \Delta س ح ع$$

(برج الطوب - الإسكندرية - ١٦)

٤ في الشكل المقابل :

$$\Delta أ ب ح \text{ مثلث فيه : } أ ب = ٥ \text{ سم ، } ب ح = ٦ \text{ سم}$$

$$\Delta أ ح د = ٤ \text{ سم ، } د ح = ٢ \text{ سم}$$

١ برهن أن :  $\Delta أ ب ح \sim \Delta أ د ح$

٢ أوجد : طول كل من  $\overline{أ د}$  ،  $\overline{أ ح}$

٥ في الشكل المقابل :

$$\Delta أ ب ح \text{ مثلث قائم الزاوية في ب ، } أ ب = ٨ \text{ سم}$$

$$\Delta ب ح د = ٦ \text{ سم ، } د \text{ منتصف } \overline{أ ب} ، د ح \perp \overline{أ ح}$$

١ أثبت أن :  $\Delta أ ب ح \sim \Delta أ د ح$  ، أوجد : طول  $\overline{أ ح}$  ، طول  $\overline{د ح}$

٦ في الشكل المقابل :

$$\overline{أ ح} \cap \overline{أ د ح} = \{س\} ، د ح // \overline{أ ب} ، س ح = ١٨ \text{ سم}$$

$$س ح = ١٥ \text{ سم ، } س د = ٢١ \text{ سم ، } د ح = ٥ \text{ سم}$$

١ أثبت أن :  $\Delta أ ب ح \sim \Delta أ د ح$

٢ أوجد : طول كل من  $\overline{أ د}$  ،  $\overline{أ ح}$

٧ في الشكل المقابل :

$$\overline{أ د} // \overline{ب ح} ، د ح = ٤ \text{ سم ، } أ د = ٣ \text{ سم}$$

$$د ح = ٢ \text{ سم ، } ب ح = ٨ \text{ سم}$$

١ أثبت أن :  $\Delta أ د ح \sim \Delta ب ح د$

٢ أوجد : محيط المثلث  $\Delta ب ح د$







(المسألة ١١٠ - المثلث القائم الزاوية)

١٣ في الشكل المقابل :

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،  $AB = 12$  سم ،  $BC = 8$  سم ،  $DE = 6$  سم  
 أوجد : ١. طول مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{AC}$  ، ٢. طول مسقط  $\overline{BC}$  على  $\overline{AB}$

١٤ في الشكل المقابل :

$\triangle ABC$  مثلث فيه

$AB = 10$  سم ،  $BC = 6$  سم ،  $AC = 8$  سم  
 أوجد : ١. طول مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{BC}$  ، ٢. مساحة المثلث  $\triangle ABC$

١٥ في الشكل المقابل :

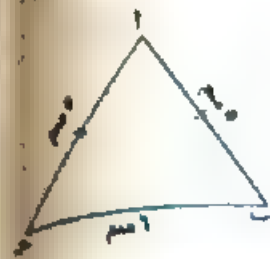
$\angle C = 90^\circ$  ،  $\angle B = 30^\circ$  ،  $\angle A = 60^\circ$   
 $AB = 10$  سم ،  $BC = 5$  سم ،  $AC = 8$  سم  
 أوجد : طول مسقط  $\overline{AC}$  على  $\overline{AB}$

١٦ في الشكل المقابل :

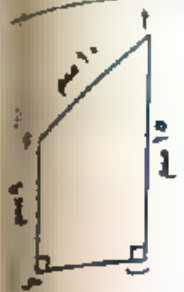
$\triangle ABC$  مثلث قائم الزاوية في  $A$  ،  $\overline{DE} \perp \overline{BC}$  ،  $AB = 16$  سم ،  $BC = 9$  سم  
 أوجد : طول كل من  $\overline{AB}$  ،  $\overline{AC}$  ،  $\overline{DE}$

١٧ في الشكل المقابل :

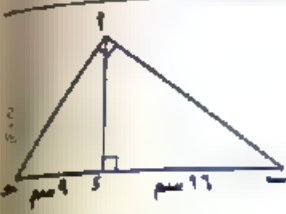
$\triangle ABC$  مثلث قائم الزاوية في  $B$  ،  $\overline{DE} \perp \overline{AC}$  ،  $AB = 16$  سم ،  $BC = 20$  سم  
 أوجد : ١. طول  $\overline{BC}$  ، ٢. طول مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{AC}$



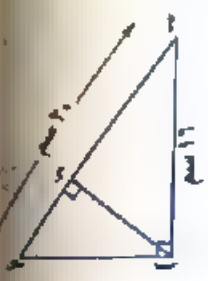
(المسألة ١١١ - المثلث القائم الزاوية)



(المسألة ١١٢ - المثلث القائم الزاوية)

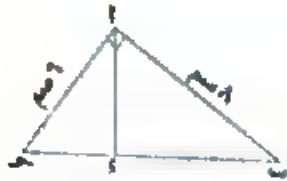


(المسألة ١١٣ - المثلث القائم الزاوية)



(المسألة ١١٤ - المثلث القائم الزاوية)

١٨ في الشكل المقابل :



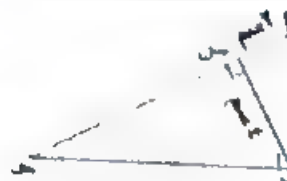
$\triangle ABC \sim \triangle ADE$  ،  $\angle ADE = 90^\circ$  ،  $DE = 6$  سم ،  $BC = 12$  سم  
أثبت أن :  $AE \perp AC$

وإذا كان :  $AB = 8$  سم ،  $AC = 6$  سم

أوجد : ١ طول  $AD$  ، ٢ طول  $AE$  ، ٣ طول  $DE$  ، ٤ طول  $BC$

(وسط - القاهرة - ١٦)

١٩ في الشكل المقابل :

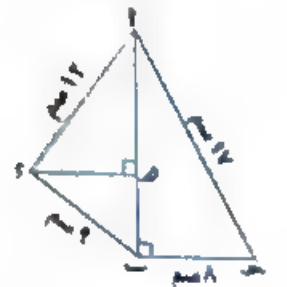


$\angle ADE = 90^\circ$  ،  $DE \perp AC$  ،  $AE = 4$  سم ،  $EC = 6$  سم

أوجد : طول  $BC$

(أدنى المصنف - القاهرة - ١٧)

٢٠ في الشكل المقابل :



$DE \perp AB$  ،  $\angle ADE = 90^\circ$  ،  $DE = 6$  سم ،  $BC = 12$  سم

١  $AB = 17$  سم ،  $AC = 8$  سم ،  $AE = 9$  سم

أثبت أن :  $\angle ADE = 90^\circ$

٢ أوجد : طول  $DE$

٣ أوجد : طول  $AE$  على  $AB$

(١٧ - القاهرة - ١٦)

٢١ إذا كان :  $AB = 6$  سم ،  $AC = 8$  سم ،  $AE = 9$  سم

حدد نوع  $\triangle ABC$  بالنسبة لزاويته.

(دوس الفرج - القاهرة - ١٦)

٢٢  $\triangle ABC$  فيه :  $AB = 10$  سم ،  $AC = 6$  سم ،  $BC = 8$  سم

أثبت أن : المثلث قائم الزاوية.

(برج العرب - الإسكندرية - ١٦)

٢٣ حدد نوع  $\triangle ABC$  في  $\triangle ABC$  إذا كان :  $AB = 7$  سم ،  $AC = 12$  سم ،  $BC = 8$  سم

ثم اذكر نوع المثلث بالنسبة لزاويته.

(العجمي - الإسكندرية - ١٧)

٢٤ حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث  $ABC$  حيث  $AB = 8$  سم ،  $AC = 6$  سم ،  $BC = 5$  سم

(لعريش - شمال سيناء - ١٦)

٢٥  $ABC$  متوازي أضلاع فيه :  $AB = 6$  سم ،  $AC = 4$  سم ،  $BC = 8$  سم

عين نوع المثلث :  $ABC$  بالنسبة لزاويته.

(السنلاوين - الدقهلية - ١٧)

# الامتحانات النهائية

في اللغة العربية

AltFwok.com



أجب عن الاسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتي :

١ في الشكل المقابل :

$$AB \times AC = \dots \times AD$$

٢ في  $\triangle ABC$  إذا كان :  $\angle A = \angle B + \angle C$  فإن :  $\angle A = \dots$

٣ إذا كانت النقطة  $P$   $\in$  المستقيم  $l$  فإن مسقط  $P$  على المستقيم  $l$  هو .....

٤ مساحة الدائرة التي طول قطرها ١٤ سم تساوي  $\pi \left( \frac{14}{2} \right)^2$  سم<sup>٢</sup>

٥ شبه منحرف طولاه قاعدتيه ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في  $\triangle ABC$  إذا كان :  $\angle A < \angle B + \angle C$  فإن  $\triangle ABC$  تكون .....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ معين طولاه قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته بالسم<sup>٢</sup> تساوي .....

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (ج) ١٥ (د) ١٠

٣ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٢ ، ٥ تكون النسبة بين محيطيهما هي .....

(أ) ٢٥ (ب) ٣ : ٥ (ج) ٥ : ٣ (د) ٢ : ١

٤ شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٥ سم يكون طول قاعدته المتوسطة بالسنتيمترات يساوي .....

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (ج) ٤٠ (د) ٥٠

٥  $AB \parallel CD$  متوازي أضلاع فيه :  $\angle A = 70^\circ$  فإن :  $\angle B = \dots$

(أ)  $70^\circ$  (ب)  $110^\circ$  (ج)  $180^\circ$  (د)  $360^\circ$

٦ قياس إحدى زوايا الخماسي المنتظم يساوي .....

(أ)  $90^\circ$  (ب)  $108^\circ$  (ج)  $120^\circ$  (د)  $540^\circ$

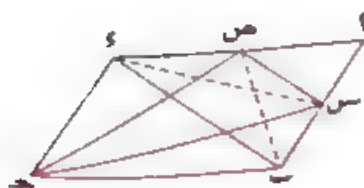
٣

(أ) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٢ سم ، ٤ سم ، ٥ سم ومحيط الآخر ٣٦ سم. أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر.

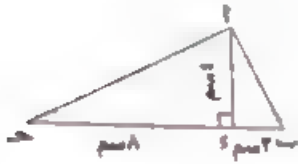
(ب) في الشكل المقابل :

$AB \parallel CD$  متوازي أضلاع ،  $P \in AB$  ،  $Q \in CD$  بحيث كانت :  
مساحة  $\triangle PBC$  = مساحة  $\triangle QCD$

أثبت أن :  $PQ \parallel BC$



٤ (١) في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث ،  $\overline{DE} \perp \overline{AC}$  ،

$BC = 8$  سم ،  $AC = 6$  سم ،  $DE = 4$  سم ،

أثبت أن :  $\angle CDE = 90^\circ$  .

(ب) أ ب ح و متوازي أضلاع فيه :  $AB = 18$  سم ،  $BC = 12$  سم ، رسمت  $\overline{DE} \perp \overline{AC}$  ،

$DO \perp \overline{AB}$  ،  $DO = 10$  سم احسب : مساحة  $\square ABCD$  وطول  $\overline{DO}$  ،

٥ (١) أ ب ح مثلث فيه :  $\angle C = 50^\circ$  ،  $\angle B = 60^\circ$  رتب أطوال أضلاع المثلث ترتيباً تنازلياً .

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب ح و شكل رباعي فيه :

$\overline{AE} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{BE} \cap \overline{AC} = \{E\}$  ،

أثبت أن : مساحة  $\triangle ABE =$  مساحة  $\triangle CED$  .

## نموذج

أجب عن الاسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتي :

١ . يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة ... ، الزوايا المتناظرة

٢ . معين مساحته ٢٤ سم<sup>٢</sup> وطول أحد قطريه ٨ سم فإن طول القطر الآخر يساوي ..... سم .

٣ . إذا كان  $\triangle ABC$  فيه :  $\angle A = 70^\circ$  ،  $\angle B = 50^\circ$  فإن  $\triangle ABC$  يكون قائم الزاوية في

٤ . الأطوال ٦ سم ، ٨ سم ، ١١ سم تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث ..... الزاوية .

٥ . مساحة المثلث =  $\frac{1}{2}$  طول القاعدة  $\times$  ..... .

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ . شبه منحرف طولاه قاعدتيه المتوازيين ٦ سم ، ٨ سم فإن قاعدته المتوسطة طولها بالسهم =

(د) ٧

(ج) ١٤

(ب) ٢٤

(أ) ٤٨

٢ . مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ فإذا كان محيط المضلع الأصغر

١٥ سم فإن محيط المضلع الأكبر = ..... سم .

(د) ٧٥

(ج) ٦٠

(ب) ٤٥

(أ) ٣٠

٣ . مثلث مساحته ٢٤ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته بالسهم =

(د) ٢

(ج) ٣

(ب) ٦

(أ) ١٦



١.  $\Delta ABC$  قائم الزاوية في  $B$  ،  $BE \perp AC$  فإن مسقط  $E$  على  $AC$  هو

- (أ) ١ (ب)  $B$  (ج)  $H$  (د)  $E$

٢. مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته بالسم<sup>٢</sup> = .....

- (أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (ج) ٥٠ (د) ١٠٠

٣. عدد المثلثات في الشكل المقابل

يساوي .....

- (أ) ٣ (ب) ٤

- (ج) ٥ (د) ٦



٣ في الشكل المقابل :

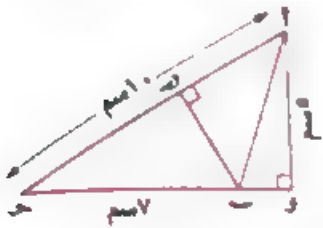
$AO \perp BC$  ،  $BO \perp AC$

،  $AO = ١٠$  سم ،  $BO = ٧$  سم

،  $AO = ٥$  سم

أوجد : (١) طول  $BC$

(٢) مساحة  $\Delta ABC$



٤ (١)  $\Delta ABC$  متوازي أضلاع فيه  $AB = ٨$  سم ،  $AC = ٢٠$  سم ،  $BC = ١٢$  سم

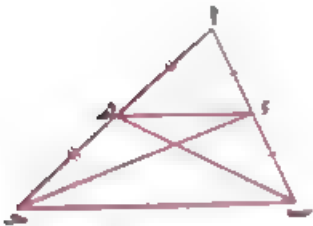
أثبت أن :  $\angle C = ٩٠^\circ$  ثم أوجد : مساحة متوازي الأضلاع  $ABCD$

(ب) في الشكل المقابل :

$\Delta ABC$  فيه :  $D$  منتصف  $AB$  ،  $E$  منتصف  $AC$

برهن أن : (١) مساحة  $\Delta ABC =$  مساحة  $\Delta DEC$

(٢)  $DE \parallel BC$



٥ (١) في الشكل المقابل :

$\Delta ABC \sim \Delta ADE$  ،  $\angle C = ٩٠^\circ$  ،  $\angle B = ٦٠^\circ$

أثبت أن :  $AE \perp BC$

وإذا كان :  $AB = ٨$  سم ،  $AC = ٦$  سم

أوجد : طول  $BC$

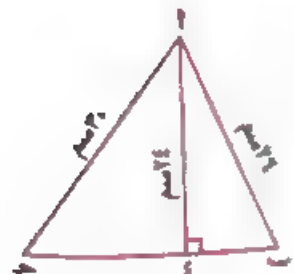
(ب) في الشكل المقابل :

$\Delta ABC$  مثلث ،  $AE \perp BC$  ، فإذا كان :  $AE = ٢٤$  سم

،  $AB = ٢٦$  سم ،  $AC = ٢٠$  سم

أوجد :  $BC$

واحسب : مساحة  $\Delta ABC$





## نموذج الامتحان للطلاب المتقدمين

أجب عن الاسئلة الآتية :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

مساحة متوازي الاضلاع الذي طول قاعدته ٦ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم  
تساوي ..... سم<sup>٢</sup>

١٢ (ب) ٢٠ (د) ٢٤ (ج) ٤٨ (ا)

المثلث الذي أطوال أضلاعه ٦ سم ، ٨ سم ، ١٠ سم يكون ..

١ حاد الزوايا. (ـ) قائم الزاوية.

منفرج الزاوية. (ـ) غير ذلك.

معين طولاً قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

٦٠ (ـ) ٢٠ (ب) ١٥ (ج) ١٠ (د)

شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٨ سم ومساحة سطحه ٥٦ سم<sup>٢</sup>

فإن ارتفاعه = ..... سم

٣٢ (ب) ٢٤ (ـ) ٤٤٨ (ج) ٧ (د)

جميع ..... متشابهة.

(١) المربعات (ـ) المثلثات

(ج) المستطيلات (د) متوازيات الاضلاع

أكمل ما يلي :

مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو .....

١ إذا كان :  $\angle$  ب ح مثلثاً منفرج الزاوية في ب

فإن :  $\angle$  (١ ح) .....  $\angle$  (١ ب) +  $\angle$  (ب ح)

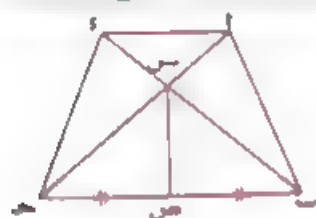
٢ مربع طول قطره ٨ سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

٣ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة ..... .

٤ مساحة المثلث =  $\frac{1}{2} \times \dots \times \dots$  الارتفاع المناظر لها.

صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب) :

| العمود (ب) | العمود (أ)  |
|------------|---|
| • س د ح    | ١ في الشكل المقابل :<br><br>أ د = ..... سم  |
| • ٢، ٤     | ٢ في الشكل المقابل :<br><br>مساحة Δ أ د س = مساحة Δ .....   |
| • متطابقان | ٣ في الشكل المقابل :<br><br>مساحة Δ أ د س = مساحة Δ .....   |
| • ٢، ٦     | ٤ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين = ١ فإن المثلثين .....<br><br>في الشكل المقابل :<br>طول مسقط أ ب على ب ح = ..... سم |
| • ٢ أ د    | ٥ في الشكل المقابل :<br><br>طول مسقط أ ب على ب ح = ..... سم   |



٤ في الشكل المقابل :

مساحة الشكل أ ب ح ص = مساحة الشكل د ح ص س

أكمل البرهان لإثبات أن :  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

المعطيات : ...

المطلوب :

البرهان : ∴ س ص متوسط في Δ س ب ح

∴ مساحة Δ ..... = مساحة Δ .....

(١)

∴ مساحة الشكل أ ب ح ص = مساحة الشكل د ح ص س

(٢)

بطرح (١) من (٢) : ∴ مساحة Δ ..... = مساحة Δ .....

بإضافة مساحة Δ د ح ص للطرفين

∴ مساحة Δ ..... = مساحة Δ .....

∴  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$



$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

$$\angle ADE = 44^\circ$$

$$AD = 3, DB = 4, DE = 5$$

$$BC = 8, AC = 5$$

أكمل لإيجاد طول كل من :  $AB$  ،  $AC$

الحل :  $\because \triangle ABC \sim \triangle ADE$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$$

$$\frac{3}{AB} = \frac{5}{8} = \frac{AE}{AC}$$

$$\therefore DE = 5, \quad AC = 8, \quad AB = 4.8$$



إدارة طرق ومباني المدارس  
محافظة القاهرة

محافظة القاهرة

١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مضعين متشابهين تساوى ..... فإن المضعين متطابقان.

- (أ)  $\frac{1}{4}$  (ب) ٢ (ج)  $\frac{1}{4}$  (د)  $\frac{1}{4}$

٢ مساحة المثلث ..... مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

- (أ) تساوى (ب) نصف (ج) ضعف (د) ربع

٣ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة المستقيمة نفسها.

- (أ)  $<$  (ب)  $\leq$  (ج)  $\geq$  (د)  $=$

٤ إذا كان طولاً ضلعين متجاورين فى متوازي أضلاع ٦ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فإن مساحته تساوى ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٣٥ (ب) ٣٠ (ج) ٤٢ (د) ٤٩

٥ معين طولاً قطريه ٨ سم ، ١٢ سم فإن مساحته تساوى ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٩٦ (ب) ٤٨ (ج) ٢٠ (د) ١٠

٦ إذا كان :  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  ،  $\angle A = 50^\circ$  ، فإن :  $\angle D =$  .....

- (أ)  $90^\circ$  (ب)  $130^\circ$  (ج)  $40^\circ$  (د)  $50^\circ$

٢ أكمل ما يأتى :

١ طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم يساوى .....

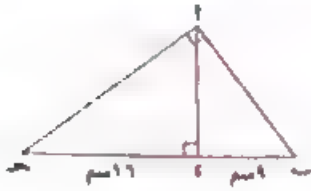
٢ يتشابه المثلثان إذا كانت الأضلاع المتناظرة .....

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحين مثلثين .....

٤ مربع مساحته ٥٠ سم<sup>٢</sup> فإن طول قطره ..... سم

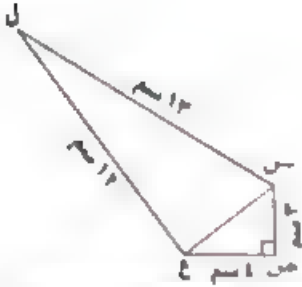
٥ فى المثلث  $ABC$  إذا كان :  $\angle A = 50^\circ$  ،  $\angle B = 60^\circ$  ،  $\angle C =$  .....

فإن :  $\angle C =$  (.....)  $^\circ$

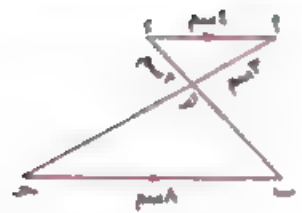


أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ؟  
 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$  ،  $\overline{BE} = 4$  سم ،  $\overline{EC} = 9$  سم ،  $\overline{BC} = 13$  سم  
 أوجد : طول كل من  $\overline{AB}$  ،  $\overline{AC}$  ،  $\overline{AE}$  ،  $\overline{AD}$  :

(ب) في الشكل المقابل :



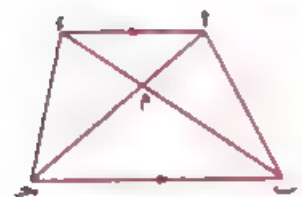
و (د ص) =  $90^\circ$  ،  $\overline{DE} \perp \overline{BC}$  ،  $\overline{BE} = 3$  سم ،  
 $\overline{EC} = 12$  سم ،  $\overline{BC} = 15$  سم ،  
 أوجد : طول  $\overline{AC}$  ثم أثبت أن : و (د س ع ل) =  $90^\circ$  :



$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،  $\overline{BE} = 4$  سم ،  
 $\overline{EC} = 8$  سم ،  $\overline{BC} = 12$  سم ،  
 أ) أثبت أن :  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  ،  
 ب) أوجد : طول كل من  $\overline{AD}$  ،  $\overline{AE}$  ،  $\overline{DE}$  :

(ب) حدد نوع المثلث  $\triangle ABC$  بالنسبة لزاويته إذا كان :

أ ب = 7 سم ،  $\overline{AC} = 8$  سم ،  $\overline{AB} = 10$  سم



(ب) في الشكل المقابل :

$\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{M\}$   
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،

أثبت أن : مساحة  $\triangle ADE$  = مساحة  $\triangle BDE$



أجب عن الاسئلة الآتية :

١ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ ، ٥ فإذا كان محيط المضلع الأكبر ٦٠ سم فإن محيط المضلع الأصغر يساوي ..... سم

(١) ٢٤ (ب) ٣٦ (ج) ٤٠ (د) ١٠٠

٢ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم .. طول القطعة الأصلية.

(١)  $\leq$  (ب)  $\geq$  (ج)  $<$  (د)  $=$

٢ | شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٩ سم وارتفاعه ٦ سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

٢٧ (د)

٥٤ (ج)

٣ (ب)

١٥ (أ)

٤ | متوازي الاضلاع الذي فيه طولا ضلعين متجاورين ٨ سم ، ٥ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم

تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

٥٢ (د)

٢٠ (ج)

٣٢ (ب)

١٧ (أ)

٥ | في الشكل المقابل :

Δ ا ب ح قائم الزاوية في ب ،  $\overline{س د} \perp \overline{ا ح}$

فإن : (أ)  $س د = ٩ \times \dots$

(ب) س د

(أ) س د

(د) ٩

(ج) س د

سم<sup>٢</sup>

٦ | المثلث الذي أطوال أضلاعه ٢ سم ، ٤ سم ، ٥ سم تكون مساحته

٦٠ (د)

١٢ (ج)

٨ (ب)

٦ (أ)

٢ | أكمل ما يأتي :

١ | مسقط شعاع على مستقيم عمودي عليه هو .....

٢ | مساحة المعين الذي طول قطريه ١٢ سم ، ٨ سم تساوي ..... سم<sup>٢</sup>

٣ | المضلعان المشابهان لثالث .....

٤ | في Δ س ص ع : إذا كان :  $(س ص) > (ص ع) + (ع س)$  فإن د ع تكون

٥ | المثلثان المتساويان في مساحتهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة من هذه القاعدة

يكون رأساهما على مستقيم .....

٣ | (١) في الشكل المقابل :

$\overline{ا ب} // \overline{د ح}$  ،  $س د = ٥$  سم

،  $د ح = ١٠$  سم ،  $س ه = ٤$  سم

،  $ه د = ٦$  سم

١ | أثبت أن : Δ س د ه ~ Δ ه ا ب

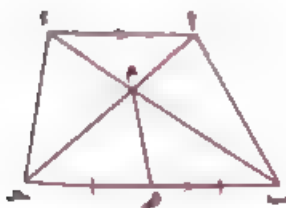
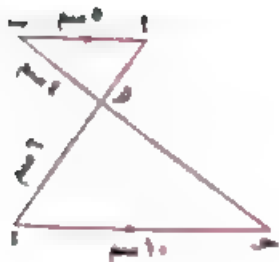
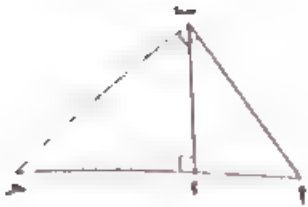
٢ | أوجد : طول كل من ه ا ، د ه

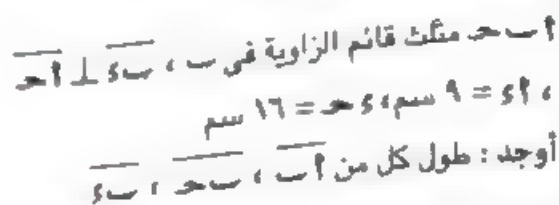
(ب) في الشكل المقابل :

$\overline{س ا} // \overline{د ح}$

، ه منتصف س د

أثبت أن : مساحة الشكل ا ب ه د = مساحة الشكل د ه ح





(ب) حدد نوع المثلث  $\Delta$   $ABC$  بالنسبة لزاياه حيث  $\angle A = 80^\circ$  ،  $\angle B = 70^\circ$  ،  $\angle C = 20^\circ$  سم



۱-۹ = ۹، ۱۰-۱۸ = ۹، ۱۹-۲۷ = ۹

١٧ = ٥ سم ، ٨ = ٩ سم

$$q_1 = (-1) \psi_1$$

اثبت أن:  $U = (A, B) = 90^\circ$

ثم أوجد : مساحة الشكل المسمى



١- احد ، ٢- اسم ن متوازي اضلاع

برهن أن: مساحة  $\Delta$  = مساحة  $\square$  =  $\frac{1}{2}$  مساحة  $\square$  ب م ن



١) معین طولاً قطریه ٦ سم ، ١٠ سم تګون مساحتہ ..... سم

1. (1)

10(ج)

٢٠ (ج)

7. (1)

٢) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .

(أ) متطابقتين. (ب) متساويتين في المساحة. (ج) متساويتين في المحيط. (د) متشابهتين.

٣ مضعوان، متشابهان النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما ..... .

$$a = \gamma(\lambda)$$
 $\theta : Y(\mathbb{A})$ 
$$r = 0.5$$
 $\gamma = o(1)$ 

١. مثلث مساحته ٢٤ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع يساوي . . . . . سم

 $\gamma(\cdot)$  $\gamma(\mathbf{z})$  $\gamma(\omega)$ 

17(1)

۵) مربع مساحت ۲۵ سم<sup>۲</sup> فای محیطه یسای . سم

1. (2)

$$0 = \left( \frac{1}{2} \right)$$
 $\gamma_0(\underline{u})$ 

7. (1)



٦ في المثلث  $ABC$  إذا كان :  $AB = 7$  سم ،  $BC = 5$  سم ،  $AC = 4$  سم  
فإن :  $AD$  تكون .....  
(١) حادة. (٢) قائمة. (٣) منفرجة. (٤) مستقيمة.

٢ اكمل ما يأتي :

- ١ إذا كانت مساحة المثلث  $ABC = 48$  سم<sup>2</sup> ،  $D$  منتصف  $BC$   
فإن مساحة المثلث  $ABD =$  ..... سم<sup>2</sup>
- ٢ معين طول ضلعه  $12$  سم ، وارتفاعه  $8$  سم فإن مساحته = ..... سم<sup>2</sup>
- ٣ شبه منحرف طولاه قاعدتيه المتوازيتين  $8$  سم ،  $10$  سم وارتفاعه  $5$  سم تكون مساحته = ..... سم<sup>2</sup>
- ٤ مجموع قياسات زوايا الشكل الخماسي الداخلة يساوي .....
- ٥ قياس الزاوية الخارجة للمثلث المتساوي الاضلاع يساوي .....



٣ (١) في الشكل المقابل :

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AC} \cap \overline{BD} = \{M\}$$

أثبت أن :  $M = (ABD) = (MCD)$

(ب) في الشكل المقابل :

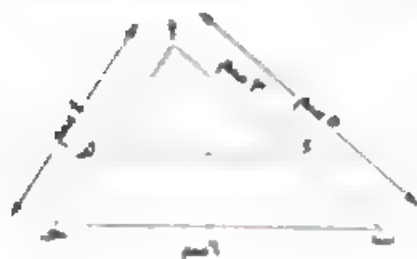
$$\overline{AB} \perp \overline{CD} \text{ في } P, \overline{AP} \perp \overline{CD}$$

$AB = 9$  سم ،  $CD = 16$  سم  
أوجد : طول كل من  $AP$  ،  $CP$  ،  $DP$

٤ (١) في الشكل المقابل :

$$AB \text{ مثلث فيه : } AB = 5 \text{ سم}$$

$BC = 6$  سم ،  $AC = 4$  سم ،  $D \in AB$   
بحيث  $AD = 3$  سم ،  $DE \parallel BC$   
١ برهن أن : المثلث  $ADE \sim$  المثلث  $ABC$   
٢ أوجد : طول كل من  $DE$  ،  $AE$

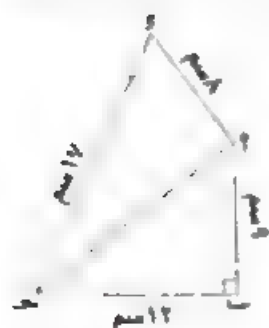


(ب)  $ABC$  مربع محيطه  $24$  سم ،  $H$  منتصف  $BC$  احسب : مساحة المثلث  $AH$

٥ (١) في الشكل المقابل :

$$ABC \text{ شكل رباعي فيه : } \angle C = 90^\circ$$

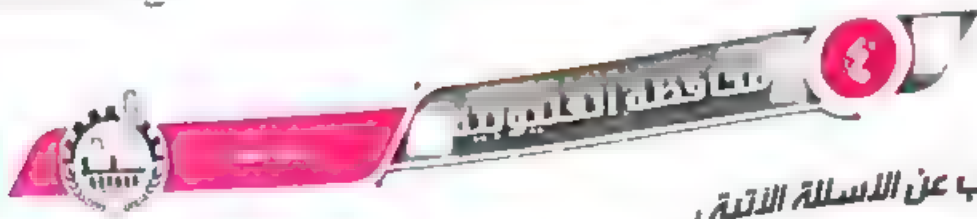
$AB = 9$  سم ،  $BC = 12$  سم  
 $CD = 17$  سم ،  $AD = 8$  سم  
أثبت أن :  $\angle D = 90^\circ$





(ب) في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي فيه :  $\overline{أح} \cap \overline{بـد} = \{م\}$   
إذا كانت  $م = (\Delta أ ب د) = (\Delta م ح د)$   
أثبت أن :  $\overline{أد} \parallel \overline{بـح}$



اجب عن الاسئلة الآتية :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولاً قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

- (أ) ٦٠ (ب) ١٥ (ج) ١٠ (د) ٢٠

٢ مضعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ٥ فإن النسبة بين محيطيهما

- (أ) ٢ : ٥ (ب) ٢ : ٥ (ج) ٥ : ٢ (د) ١ : ٢

٣ أ ب ح د متوازي أضلاع فيه :  $\angle د = ٩٠^\circ$  فإن :  $\angle ب =$  ...

- (أ)  $90^\circ$  (ب)  $25^\circ$  (ج)  $130^\circ$  (د)  $100^\circ$

٤  $\Delta أ ب ح$  قائم الزاوية في ب ،  $\overline{د} \perp \overline{أح}$  فإن مسقط  $\overline{د}$  على  $\overline{أح}$  هو النقطة

- (أ) أ (ب) د (ج) ب (د) ح

٥ طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها  $30^\circ$  في المثلث القائم الزاوية يساوى طول الوتر.

- (أ)  $\frac{1}{4}$  (ب)  $\frac{1}{2}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د)  $\frac{2}{3}$

٦ المثلث المتساوي الساقين الذى طولاً ضلعين فيه ٢ سم ، ٤ سم تكون أكبر زواياه

- (أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

أكمل ما يلى :

١ في  $\Delta أ ب ح$  إذا كان :  $أ = ٢$  سم ،  $ب = ٦$  سم فإن  $\angle ح =$  [ ]

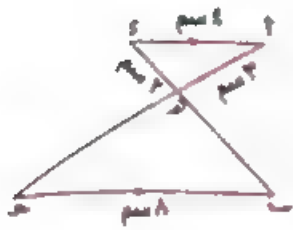
٢ إذا كان مربع طول ضلع فى مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت ..... لهذا الضلع قائمة.

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين

٤ إذا كان :  $\Delta أ ب ح$  قائم الزاوية فى أ ،  $\overline{د} \perp \overline{بـح}$  فإن :  $\angle ب =$  °

٥ مربع مساحته ٥٠ سم<sup>٢</sup> فإن طول قطره يساوى ..... سم

- ٣ (١) شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم<sup>٢</sup> ، وارتفاعه ١٢ سم ، والنسبة بين طولي قاعدتيه المتوازيتين ٢ : ٢  
أوجد طول كل منهما.



(ب) في الشكل المقابل :

$$\overline{سأ} // \overline{سح} ، س٩ = س٤ ، س٤ = س٨ ، س٨ = س٤$$

$$س٩ = س٢ ، س٢ = س٤ ، س٤ = س٢$$

١. أثبت أن :  $\Delta س٩س٤ \sim \Delta س٢س٤$

٢. أوجد : طول كل من  $\overline{س٩}$  ،  $\overline{س٤}$  ،  $\overline{س٢}$

٤ (١) في الشكل المقابل :

$$\Delta س٩س٤ قائم الزاوية في س٩ ،  $\overline{سأ} \perp \overline{سح}$$$

$$س٤ = س١٦ ، س١٦ = س٩ ، س٩ = س٤$$

أوجد : طول كل من  $\overline{س٩}$  ،  $\overline{س٤}$  ،  $\overline{س١٦}$

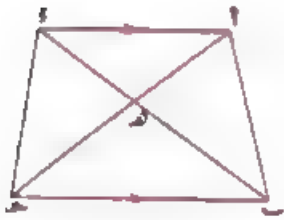


(ب) في الشكل المقابل :

١. س٩س٤ شكل رباعي فيه :

$$\overline{سأ} // \overline{سح} ، \overline{س٩} \cap \overline{س٤} = \{س٢\}$$

أثبت أن : مساحة  $\Delta س٩س٤$  = مساحة  $\Delta س٢س٤$



٥ (١) في الشكل المقابل :

$$\overline{سأ} \perp \overline{سح} ، \overline{س٩} \perp \overline{س٤} ، س٩ = س١٦ ، س١٦ = س٩$$

$$س٤ = س١٠ ، س١٠ = س٨ ، س٨ = س٤$$

أوجد :

$$\text{٢} \text{ طول } \overline{س٩}$$

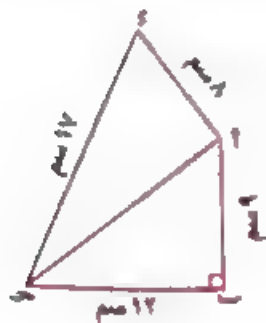
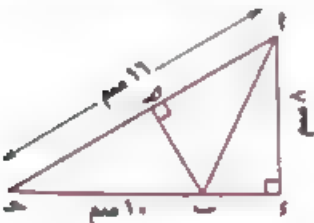
$$\text{١} \text{ مساحة } \Delta س٩س٤$$

(ب) في الشكل المقابل :

$$\text{و (د) } = ٩٠^\circ ، س٩ = س٢ ، س٢ = س٩ ، س٩ = س٢$$

$$س٤ = س٨ ، س٨ = س٤ ، س٤ = س٨$$

أثبت أن : و (د) =  $٩٠^\circ$





أجب عن الاسئلة الآتية :

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



١ في الشكل المقابل :

أ) مساحة مستطيل طول ضلعيه ١٢ سم ، ٨ سم  
فإن محيط الجزء المظلل يساوي

٩٦ ( أ ) سم      ٤٠ ( ب ) سم      ٣٢ ( ج ) سم      ١٦ ( د ) سم

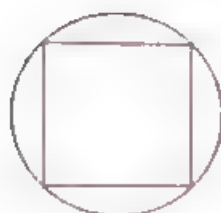
٢ متوازي أضلاع طول ضلعيه متجاورين فيه ٩ سم ، ١٠ سم وارتفاعه الأصغر ٦ سم  
فإن مساحته تساوي ..... سم<sup>٢</sup>

٢٨ ( أ )      ٥٤ ( ب )      ٦٠ ( ج )      ٩٠ ( د )

٣ مساحة المربع الذي طول ضلعه ٨ سم      مساحة المعين الذي طول قطريه ٩ سم ، ١٢ سم

< ( أ )      > ( ب )      = ( ج )      ≠ ( د )

٤ في الشكل المقابل :



إذا كانت مساحة سطح الدائرة = ٩ π سم<sup>٢</sup>

فإن مساحة المربع المرسوم داخلها = ..... سم<sup>٢</sup>

٨١ ( أ )      ٧٢ ( ب )

٣٦ ( ج )      ١٨ ( د )

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول القطعة الأصلية.

< ( أ )      = ( ب )      ≤ ( ج )      ≥ ( د )

٦ إذا كان المثلث أ ب ج قائم الزاوية في أ ،  $\overline{AE} \perp \overline{BC}$  فإن .....

١)  $AE \times BE = CE \times BE$  ( أ )      ٢)  $AE \times BE = CE \times CE$  ( ب )

٣)  $AE \times BE = CE \times BC$  ( ج )      ٤)  $AE \times BE = CE \times AC$  ( د )

أكمل كلاً مما يأتي :

١ النسبة بين مساحة المثلث ومساحة المستطيل المشتركين في القاعدة والمحصورين بين مستقيمين

متوازيين تساوي .....

٢ مثلث أطوال أضلاعه ٧ سم ، ٥ سم ، ٦ سم فإن نوع المثلث بالنسبة لزاواياه .....

٣ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم عمودي عليها هو .....

- ٤ إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين في مثلثين متشابهين تساوى ١ فإن المثلثين  
٥ إذا كانت مساحة مثلث متساوى الأضلاع  $8\sqrt{3}$  سم<sup>2</sup> وارتفاعه  $2\sqrt{3}$  سم فإن محيطه يساوى

٣ (١) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٤٠ سم والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٢ : ٥ أوجد طول كل منهما وإذا كان ارتفاعه ٦٥ سم فأوجد مساحته.

(ب) في الشكل المقابل :

أ ب ح د مربع طول ضلعه ١٢ سم  
هـ د ع ح ، و منتصف هـ ب  
أوجد بالبرهان : مساحة المثلث أ و هـ

٤ (١) في الشكل المقابل :

أ ب ح د مثلث فيه : هـ د ع ب ، و ع د  
بحيث هـ د = ع د  
مساحة  $\Delta$  و هـ د = مساحة  $\Delta$  أ و د  
أثبت أن : أ ح // و د

(ب) في الشكل المقابل :

د ع ب  $\cap$  هـ د = {س} ، و د // هـ ع ، س هـ = ١٨ سم  
س هـ ع = ١٥ سم ، هـ د ع = ٢١ سم ، س د = ٥ سم  
١ أثبت أن :  $\Delta$  هـ د س  $\sim$   $\Delta$  ع د س  
٢ أوجد : طول كل من د هـ ، س هـ

٥ (١) في الشكل المقابل :

أ ب ح د مثلث فيه : ق (د ب أ ح) =  $90^\circ$  ، و د ع ب  
بحيث أ ق  $\perp$  ب ح ، أ ب = ١٠ سم ، ب ح = ٢٠ سم  
أوجد ما يلي :

١ طول ب د  
٢ طول مسقط أ ب على د ع

(ب) في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي فيه : أ ب = ٢٠ سم  
ب ح = ١٢ سم ، ح د = ٩ سم  
د ع = ٢٥ سم ، ق (د ح) =  $90^\circ$   
أوجد : مساحة الشكل الرباعي أ ب ح د



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مضعين متشابهين تساوي ..... فإن المضعين متطابقان.

(أ) ٠,٥ (ب) ٢ (ج) ١ (د) ٠,٢٥

٢ إذا كانت : د أ تتم د ب ، د ب تكمل د ح وكان ب (د) = ٢٠° فإن ب (د ح) =

٢٠° (أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (ج) ١٢٠° (د) ١٥٠°

٣ في  $\Delta$  س ص ع إذا كان  $\angle (س ص) + \angle (ص ع) < \angle (س ع)$  فإن د ص تكون

(أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

٤ مساحة شبه المنحرف الذي طولاه قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٥ سم تساوي ..... سم؟

(أ) ١٥ (ب) ٢٥ (ج) ٢٥ (د) ٥٠

٥ في  $\Delta$  أ ب ح إذا كان : أ ب = ٢ سم ، ب ح = ٤ سم ، ح أ = ٢ سم ، هـ = ٥ سم فإن المثلث يكون قائم الزاوية في ..

(أ) أ (ب) ب (ج) ح (د) د

٦ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم طول القطعة المستقيمة الأصلية.

(أ) = (ب) < (ج) > (د) ≤

٢ أكمل ما يلي :

١ الزاوية التي قياسها ٩١° ٥٩' ٨٩' هي زاوية ..... سم؟

٢ في  $\Delta$  أ ب ح إذا كانت : د أ تتم د ح ، فإن : (أ ح) ..... (أ ب) + (ب ح)؟

٣ مساحة متوازي الاضلاع الذي طولاه ضلعين متجاورين فيه ٦ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم تساوي .....

٤ معين طول قطريه ٦ سم ، ٨ سم تكون مساحته

٥ في الشكل المقابل :

س = .....



٢ (١) في الشكل المقابل :



١.  $DE \parallel BC$  ،  $DE = 4$  سم

٢.  $D$  و  $E$  منتصف  $AB$  و  $AC$  ، و منتصف  $BC$

أوجد : مساحة  $\triangle ABC$

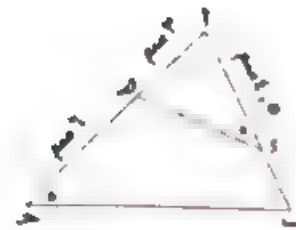
(ب) في الشكل المقابل :



$\triangle ABC$  حقيقي : و منتصف  $BC$

أثبت أن : مساحة  $\triangle ABC =$  مساحة  $\triangle ADE$

٤ (١) في الشكل المقابل :



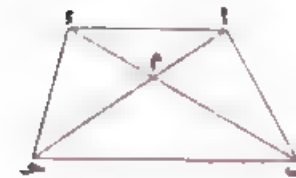
١.  $DE \parallel BC$  ،  $DE = 4$  سم ،  $BC = 6$  سم

٢.  $DE = 4$  سم ،  $BC = 6$  سم ،  $DE \parallel BC$

أثبت أن :  $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

ثم أوجد : طول  $DE$

(ب) في الشكل المقابل :



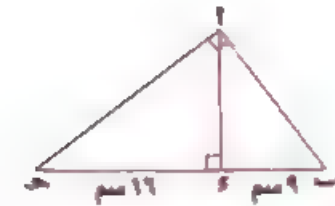
إذا كانت مساحة  $\triangle ABC =$  مساحة  $\triangle ADE$

برهن أن :  $DE \parallel BC$

٥ (١)  $\triangle ABC$  مثلث فيه  $AB = 8$  سم ،  $BC = 6$  سم ،  $AC = 9$  سم بين نوع  $\triangle ABC$

بالنسبة لزاويها.

(ب) في الشكل المقابل :



إذا كان :  $\angle C = 90^\circ$

١.  $DE \perp BC$  ،  $DE = 4$  سم ،  $BC = 6$  سم

أوجد : طول كل من  $AB$  ،  $AC$  ،  $AD$



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يلي :

١. مربع محيطه ٢٠ سم فإن مساحته تساوي .....

٢. في  $\triangle ABC$  إذا كان :  $\angle A < \angle B < \angle C$  فإن  $BC$  تكون .....



فإن : محيط  $\Delta EMO =$  .....  
 إذا كان :  $\Delta ABC \sim \Delta EMO$  ،  $AB = \frac{1}{4} EO$

إذا كانت مساحة متوازي أضلاع ٤٢ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٦ سم فإن طول القاعدة المناظرة لهذا الارتفاع يساوي .....

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١٥ سم فإن محيط المضلع الأكبر

زاويتا قاعدة شبه المنحرف التام

زاويتا قاعدة شبه المنحرف المتساوي الساقين تكونان متطابقتين.

٣ إذا كان المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها متساويين في المساحة فإن رأساهما على مستقيم ..... هذه القاعدة.

|                    |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| ۱۸ (د)             | ۸۰ (د)             | ۴۸ (ب)             | ۲۴ (۱)             |
| سم                 | سم                 | سم                 | سم                 |
| مستطیل طول قطرہ ۱۰ | مستطیل طول قطرہ ۱۰ | مستطیل طول قطرہ ۱۰ | مستطیل طول قطرہ ۱۰ |
| سم                 | سم                 | سم                 | سم                 |
| ۱۸ (د)             | ۸۰ (د)             | ۴۸ (ب)             | ۲۴ (۱)             |

٥ النسبة بين مساحة المثلث ومتوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين تساوي . . .

$$v_{(1)} \quad \frac{1}{v} (\Rightarrow) \quad \frac{1}{v} (\Leftarrow) \quad \frac{1}{v} (1)$$

٦ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ..... طول هذه القطعة المستقيمة.

$$\leq (2) \quad \sum (2) \quad \text{in } (2) \quad = (1)$$

٢ (١) في الشكل المقابل :

مساحة سطح المثلث أ ب هـ = مساحة سطح المثلث ح ب هـ

، س ل = ص ل

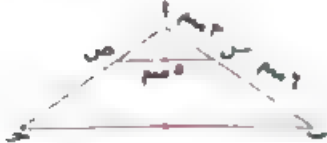
اثبت أن:  $\overline{AC} // \overline{BC}$  من

**(ب) في الشكل المقابل :**

Δ α β γ δ ε ζ η θ ι κ λ μ ν ξ ο π ρ σ τ υ φ χ ψ ω  
 α β γ δ ε ζ η θ ι κ λ μ ν ξ ο π ρ σ τ υ φ χ ψ ω

ص = 0 سم ، ج = 6 سم

۱. اثبت ان:  $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$



- ٤ . شبه منحرف طولاً قاعدتيه المتوازيين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ١٠ سم  
أوجد : ١ طول قاعدته المتوسطة . ٢ مساحة سطحه .

(ب) في الشكل المقابل :



- ١  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  متوازي أضلاع ،  $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$   
و  $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$  ،  $\overline{EF} = \overline{AB}$  ،  $\overline{EF} = \overline{CD}$

برهن أن : مساحة  $\triangle OEF$  و  $\overline{EF} =$  مساحة متوازي الأضلاع  $ABCD$

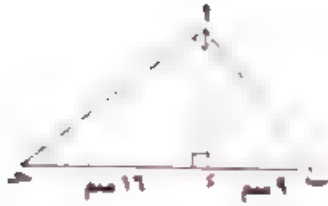
٥ (١) في الشكل المقابل :



- ١  $ABCD$  شكل رباعي فيه :  $AB = 8$  سم  
،  $BC = 9$  سم ،  $CD = 12$  سم  
،  $DA = 17$  سم ،  $\overline{AC} \perp \overline{BD}$   
١ أوجد : طول  $\overline{AC}$

٢ بين نوع  $\triangle ABC$  بالنسبة لزاويها .

(ب) في الشكل المقابل :



- $\triangle ABC$  قائم الزاوية في ؟  
،  $\overline{DE} \perp \overline{BC}$  ،  $DE = 6$  سم ،  $BC = 16$  سم  
أوجد : طول كل من  $\overline{AD}$  ،  $\overline{AE}$  ،  $\overline{AC}$



أجب عن الأسئلة الآتية ، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ معين طولاً قطريه ٨ سم ، ١٢ سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

(١) ٢٠ (ب) ٤٨ (ج) ٢٤ (د) ١٠

٢ إذا كانت :  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  فإن طول مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{CD}$  ..... طول  $\overline{AB}$

(١)  $<$  (ب)  $>$  (ج)  $=$  (د)  $\leq$

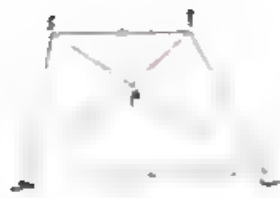
٣ في  $\triangle ABC$  إذا كان .  $\angle A + \angle B + \angle C$  فإن :  $\angle D$  تكون ... ..

(١) قائمة . (ب) حادة . (ج) مستقيمة . (د) منفرجة .

الامتحانات النهائية

- ١ شبه منحرف مساحته ٣٠ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٥ سم فإن طول قاعدته المتوسطة = ..... سم  
٦١١ (ب) ٣٠
- ٢ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما  
في .....  
٣ : ٥ (١)
- ٣ مثلث مساحته ٢٤ سم<sup>٢</sup> وطول قاعدته ٨ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى .....  
١٦ (ب) ٣
- ٤ أكمل ما يأتى :  
١ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين يكونان .....  
٢ فى  $\Delta$  ا ب ح إذا كان :  $(ا ب) = (ا ح) + (ب ح)$  فإن :  $ح$  (د ..... ) = ٩٠  
٣ محيط المربع الذى مساحته ١٦ سم<sup>٢</sup> يساوى ..... سم  
٤ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة .....  
٥ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ..... فى المساحة.

- ٢ (١)  $\Delta$  ا ب ح فيه : ا ب = ١٢ سم ، ب ح = ٧ سم ، ا ح = ١٢ سم  
بين نوع المثلث ا ب ح بالنسبة لزاياه.



- (ب) فى الشكل المقابل :  
 $\overline{ا ب} // \overline{ا ح} ، \overline{ا ب} \cap \overline{ا ح} = \{م\}$   
أثبت أن : مساحة  $\Delta$  ا ب م = مساحة  $\Delta$  م ح م

- ١ (١) أوجد مساحة سطح متوازى الأضلاع الذى فيه طول ضلعين متجاورين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم.



- (ب) فى الشكل المقابل :

- $\Delta$  ا ب م ~  $\Delta$  ا ب ح ، ا ب = ٦ سم ،  
ا ح = ٧ سم ، ب م = ٨ سم ،  
أوجد : طول كل من ا ح ، م ح

- ٢ (١) فى الشكل المقابل :

- ا ب ح مثلث قائم الزاوية فى ا  
 $\overline{ا ب} \perp \overline{ا ح} ، ب م = ٩ سم ، م ح = ١٦ سم$   
أوجد : طول كل من ا ب ، ا ح



(ب) في الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع ،  $\text{م} \in \text{ح د}$

، و  $\text{م} \in \text{أ ب}$  ،  $\text{م} = \text{ب م}$

برهن أن : مساحة  $\Delta$  و م ح د = مساحة متوازي الأضلاع أ ب ح د



أجب عن الاسئلة الآتية ، (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

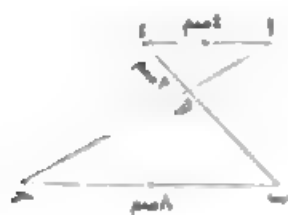
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ معين طولاً قطريه ٨ سم ، ٦ سم تكون مساحة سطحه ..... سم<sup>٢</sup>.  
 (١) ١٤ (ب) ٢٤ (ج) ٤٠ (د) ٤٨
- ٢ مربع طول قطره ١٢ سم تكون مساحة سطحه ..... سم<sup>٢</sup>.  
 (١) ٢٤ (ب) ٣٦ (ج) ٤٨ (د) ٧٢
- ٣ مثلث مساحته ١٥ سم<sup>٢</sup> وطول قاعدته ٥ سم يكون ارتفاعه الماظر لهذه القاعدة ..... سم.  
 (١) ٣ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ١٠
- ٤  $\Delta$  أ ب ح فيه :  $\angle \text{أ} < \angle \text{ب} + \angle \text{ح}$  فإن : د ب تكون .....  
 (١) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.
- ٥ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ فإن النسبة بين محيطيهما .....  
 (١) ٣ : ٥ (ب) ٥ : ٣ (ج) ٢ : ١ (د) ١ : ٢
- ٦ عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الأضلاع يساوى .....  
 (١) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

أكمل كلاً مما يأتي :

- ١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ..... في المساحة.
- ٢ يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة ..... والزوايا المتناظرة ....
- ٣ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع يساوى .....
- ٤  $\Delta$  أ ب ح فيه :  $\angle \text{أ} = \angle \text{ب} + \angle \text{ح}$  فإن : د ب .....  $\angle \text{أ} = ٩٠^\circ$
- ٥ شبه منحرف طولاً قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم يكون طول قاعدته المتوسطة يساوى .....

٢ (١) في الشكل المقابل :



$$\overline{DE} \parallel \overline{BC}, DE = 4 \text{ سم}$$

$$BC = 8 \text{ سم}, DE = 4 \text{ سم}$$

١ أثبت أن :  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

٢ أوجد : طول  $\overline{BC}$

(ب) في الشكل المقابل :



$$\overline{DE} \parallel \overline{BC}, \overline{AD} \cap \overline{BE} = \{D\}$$

أثبت أن : مساحة سطح  $\triangle ADE$  = مساحة سطح  $\triangle ABC$

٤ (١) في الشكل المقابل :



$$\angle C = 90^\circ, AC = 12 \text{ سم}$$

$$BC = 16 \text{ سم}, DE \perp AB$$

$$AC = 12 \text{ سم}$$

أثبت أن :  $\angle CDE = 90^\circ$

(ب) في الشكل المقابل :



$$\angle CDE = \angle CBA$$

$$AC = 12 \text{ سم}, BC = 16 \text{ سم}, DE = 4 \text{ سم}$$

١ أثبت أن :  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  ٢ أوجد : طول  $\overline{BC}$

٥ (١) في الشكل المقابل :

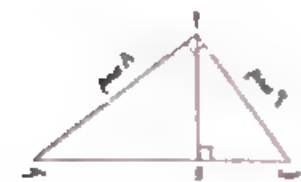


$$\text{مساحة } \triangle ADE = \text{مساحة } \triangle ABC$$

أثبت أن : ١ مساحة  $\triangle ADE$  = مساحة  $\triangle ABC$

$$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$$

(ب) في الشكل المقابل :



$$\angle C = 90^\circ, \angle CDE = \angle CBA$$

$$AC \perp BC, AC = 12 \text{ سم}, BC = 16 \text{ سم}$$

أوجد : طول كل من  $\overline{CD}$  ،  $\overline{DE}$  ،  $\overline{AD}$



## أجب عن الاسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في المثلث  $س ص ع$  إذا كان :  $(س ص) = (س ع) + (ص ع)$  فإن  $د ع$  تكون  
(أ) حادة. (ب) منفرجة. (ج) قائمة. (د) مستقيمة.

٢ مربع مساحته ٢٢ سم<sup>٢</sup> فإن طول قطره ..... سم.  
(أ) ٤ (ب) ٨ (ج) ١٦ (د) ٦٤

٣ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم طول القطعة المستقيمة نفسها.  
(أ)  $>$  (ب)  $<$  (ج)  $=$  (د)  $\geq$

٤ معين طولاً قطريه ٦ سم ، ٨ سم فإن مساحته تساوي ..... سم<sup>٢</sup>.  
(أ) ١٢ (ب) ١٤ (ج) ٢٤ (د) ٤٨

٥ المثلث الذي أطوال أضلاعه ٥ سم ، ٧ سم ، ٦ سم يكون .....  
(أ) حاد الزوايا. (ب) قائم الزاوية. (ج) منفرج الزاوية. (د) متساوي الساقين.

٦ إذا كان :  $أ ب ح$  متوازي أضلاع مساحته ٨٠ سم<sup>٢</sup> ،  $هـ أ$   $\equiv$   $هـ ب$  فإن مساحة المثلث  $هـ ب ح$  تساوي ..... سم<sup>٢</sup>.  
(أ) ٤٠ (ب) ٦٠ (ج) ٨٠ (د) ١٦٠

## ٢ أكمل ما يأتي :

١ يتشابه مثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة .....

٢ إذا كان المضلعان المتشابهان متطابقين فإن نسبة التكبير تساوي .....

٣ متوازي أضلاع طول قاعدته ٧ سم ، وارتفاعه المناظر لها ٤ سم فإن مساحته تساوي ..... سم<sup>٢</sup>.

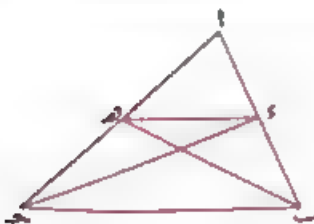
٤ في المثلث  $أ ب ح$  إذا كان :  $أ ب < ب ح$  فإن  $ق (د ح) < ق (د ب)$  (.....)

٥ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعي القائمة في المثلث القائم الزاوية تساوي مساحة المستطيل الذي بعده طول الوتر و .....  
.....

## ٣ (أ) في الشكل المقابل :

مساحة المثلث  $أ هـ ب$  = مساحة المثلث  $أ ب ح$

أثبت أن :  $هـ د // ب ح$



- (ب) شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم<sup>٢</sup> ، وارتفاعه ١٢ سم ، والنسبة بين طولي قاعدتيه المتوازيين ٢ : ٣ ، فما طول كل منهما ؟



٤ (أ) في الشكل المقابل :

$$\overline{DE} \parallel \overline{BC} , \overline{AD} = ٢ \text{ سم}$$

$$\overline{DB} = ٤ \text{ سم} , \overline{AE} = ٣ \text{ سم}$$

أثبت أن :  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

أوجد : طول  $\overline{DE}$

(ب) في الشكل المقابل :

$$\angle D = ٩٠^\circ , \overline{AD} \perp \overline{BC}$$

$$\overline{AB} = ٩ \text{ سم} , \overline{AC} = ١٦ \text{ سم}$$

أوجد : طول كل من  $\overline{BD}$  ،  $\overline{CD}$  ،  $\overline{AD}$

من  $\overline{AD}$  ،  $\overline{BD}$  ،  $\overline{CD}$



٥ (أ) في الشكل المقابل :

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC} , \overline{AD} \text{ منتصف } \overline{BC}$$

أثبت أن : مساحة الشكل  $ABCD$  = مساحة الشكل  $ACD$



من  $\overline{AD}$  ،  $\overline{BD}$  ،  $\overline{CD}$

- (ب)  $\triangle ABC$  مثلث فيه  $\overline{AD} = ٧ \text{ سم} , \overline{BD} = ٩ \text{ سم} , \overline{AC} = ١٢ \text{ سم}$   
حدد نوع المثلث  $ABC$  بالنسبة لزاويته.



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ من  $\overline{AD}$  مثلث فيه  $\overline{AD} = ٧ \text{ سم} , \overline{BD} = ٩ \text{ سم} , \overline{AC} = ١٢ \text{ سم}$  فإن  $\angle C$  تكون

- (أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) منعكسة.

٢ مربع مساحته ١٨ سم<sup>٢</sup> فإن طول قطره يساوي ..... سم.

- (أ) ٣٦ (ب) ١٢ (ج) ٩ (د) ٦

٣ قياس إحدى زوايا المضلع الخماسي المنتظم يساوي ...

- (أ) ١٨٠ (ب) ١٠٨ (ج) ٥٤ (د) ٩٠



١ شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٢٠ سم يكون طول قاعدته المتوسطة سم.

١٠ (أ) ٢٠ (ب) ٥ (ج) ١٥ (د)

٢ المثلث من ص ع ~ المثلث أ ب ح ، ع (د ص) = ٦٠° ، ع (د ح) = ٤٠°  
فإن : ع (د س) =

٨٠ (أ) ٤٠ (ب) ١٥ (ج) ١٢٠ (د)

٣ إذا كانت  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  فإن طول مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overline{CD}$  طول  $\overline{AB}$

< (أ) > (ب) = (ج) ≥ (د)

#### ٢ أكمل العبارات الآتية :

١ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأسهما على مستقيم يوازي القاعدة يكونان

٢ إذا كانت النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين ٧ : ٤ فإن النسبة بين طولى ضلعين متناظرين  
فيهما

٣ محيط المربع الذي مساحته ١٦ سم<sup>٢</sup> يساوى .

٤ المثلث الذى ليس له محاور تماثل هو .....

٥ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة المستطيل الذى  
بعده .. ...

#### ٣ (١) فى الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع

،  $\overline{AB} = \overline{CD}$  ،  $\overline{AD} = \overline{BC}$

أثبت أن : مساحة المثلث و ه ح د = مساحة متوازي الأضلاع أ ب ح د

#### (ب) فى الشكل المقابل :

المثلث أ ه و ~ المثلث أ ب ح ،  $\overline{AB} = ٨$  سم

،  $\overline{AH} = ٧$  سم ،  $\overline{AE} = ٦$  سم

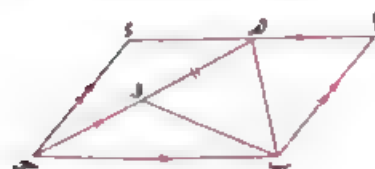
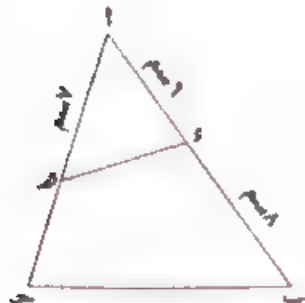
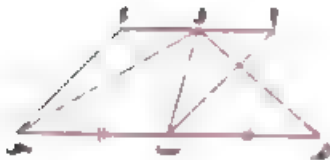
احسب : طول كل من أ ح د ، ه ح د

#### ٤ (١) فى الشكل المقابل :

أ ب ح د متوازي أضلاع مساحته ٤٠ سم<sup>٢</sup>

،  $\overline{AE} = ١$  ، و منتصف ه ح د

أوجد بالبرهان : مساحة المثلث ب ه و



في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب فيه  $\angle \text{د ح ب} = 20^\circ$   
 $\text{أ ب} = 8 \text{ سم}$  ،  $\text{ب د} \perp \text{أ ح}$   
 احسب : طول أ ح

أوجد : طول مسقط أ ب على أ ح

٥ (أ) حدد نوع المثلث أ ب ح بالنسبة لزاوياه حيث  $\text{أ ب} = 6 \text{ سم}$  ،  $\text{ب ح} = 8 \text{ سم}$  ،  $\text{أ ح} = 9 \text{ سم}$

(ب) في الشكل المقابل :

أ ح  $\cap$  ب د = { م }

م منتصف ب ح

مساحة الشكل أ ب ح م = مساحة الشكل د ح ب م  
 أثبت أن :  $\text{أ د} \parallel \text{ب ح}$



أجب عن الاسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولاً قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

(أ) ٦٠ (ب) ٢٠ (ج) ١٥ (د) ١٠

٢ مساحة المربع الذي طول قطره ٨ سم تساوى ..... سم<sup>٢</sup>

(أ) ٦٤ (ب) ٢٢ (ج) ١٦ (د) ١٢

٣ إذا كان أ ب ح مثلثاً فيه :  $\angle \text{أ} < \angle \text{ب} + \angle \text{ح}$  فإن د ح تكون

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (ج) قائمة. (د) مستقيمة.

٤ إذا كان  $\angle \text{أ ب ح} = 100^\circ$  فإن  $\angle \text{د أ ب ح}$  المنعكسة =

(أ)  $260^\circ$  (ب)  $360^\circ$  (ج)  $100^\circ$  (د)  $80^\circ$

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم طول القطعة الأصلية.

(أ)  $<$  (ب)  $=$  (ج)  $\leq$  (د)  $\geq$

٦ مساحة المثلث القائم الزاوية الذى طولاً ضلعى القائمة فيه ٦ سم ، ٩ سم تساوى ..... سم<sup>٢</sup>

(أ) ٥٤ (ب) ١٠٨ (ج) ٢٧ (د) ١٨

٢٢ أكمل ما يأتي :

متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحي مثلثين  
يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة  
شبه منحرف ارتفاعه ٦ سم ومساحته ٢٠ سم<sup>٢</sup> فإن طول قاعدته المتوسطة = سم  
مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو  
إذا كان طولاً ضلعين متجاورين في متوازي أضلاع ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم  
فإن مساحته تساوي ..... سم<sup>٢</sup>

٣

١ حدد نوع  $\triangle ABC$  بالنسبة لقياسات زواياه إذا كان  
 $\angle A = 8^\circ$  ،  $\angle B = 11^\circ$  ،  $\angle C = 5^\circ$  سم

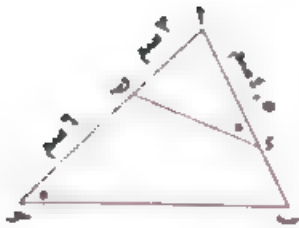
(ب) في الشكل المقابل :

$\triangle ABC$  فيه :  $BC = (3,5)$  ،  $AC = (4)$

$\angle A = 3^\circ$  ،  $\angle B = 4,5^\circ$  ،  $\angle C = 6^\circ$  سم

١ أثبت أن :  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

٢ أوجد : طول  $BC$



٤

في الشكل المقابل :

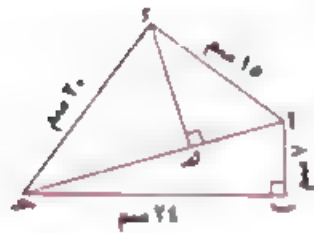
١  $BC \perp AC$  ،  $\angle C = 90^\circ$

$\angle A = 15^\circ$  ،  $\angle B = 7^\circ$  سم

$\angle C = 24^\circ$  ،  $\angle D = 20^\circ$  سم

١ أوجد : طول  $AC$

٢ أوجد : طول مسقط  $AC$  على  $AB$



٢ برهن أن :  $\angle C = 90^\circ$

٣ أوجد : مساحة الشكل  $ABCD$

٥

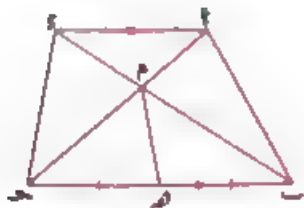
(١) شبه منحرف طولاً قاعدتيه المتوازيين ٧ سم ، ٩ سم وارتفاعه ٦ سم احسب مساحة سطحه.

(ب) في الشكل المقابل :

$\{M\} = \overline{AB} \cap \overline{CD}$  ،  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

،  $M$  منتصف  $AB$

أثبت أن : مساحة الشكل  $ABM$  = مساحة الشكل  $CDM$





## أجب عن الاسئلة الآتية :

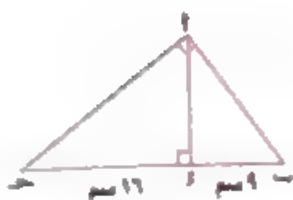
أكمل ما يأتي :

- ١ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأسهما على مستقيم يوازي هذه القاعدة يكونان
- ٢ يتشابه المثلثان إذا كانت زواياهما المتناظرة ..... في القياس.
- ٣ مساحة المعين الذي طول قطريه ٦ سم ، ٨ سم تساوى
- ٤ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .
- ٥ في  $\Delta$  س ص ع إذا كان  $(ص س) + (ص ع) < (س ع)$  فإن د ص تكون

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ في  $\Delta$  أ ب ج إذا كان :  $(أ) = (ب) + (ج)$  فإن د ب تكون
  - (أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.
- ٢ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم
  - (أ)  $<$  (ب)  $\leq$  (ج)  $\geq$  (د)  $=$
- ٣ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين =
  - (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٠.٥ (د) ٠.٢٥
- ٤ مساحة شبه المنحرف الذي طولاه قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٥ سم تساوى
  - (أ) ١٥ (ب) ٢٥ (ج) ٣٥ (د) ٥٠
- ٥ عدد محاور التماثل للمثلث المتساوى الساقين .
  - (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤
- ٦ الزاوية الحادة تكملها زاوية ...
  - (أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) منعكسة.

- ٧ (أ) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم ، ومحيط الآخر ٣٦ سم أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر.



(ب) في الشكل المقابل :

$$\angle (د ب أ) = ٩٠^\circ , \overline{أ ب} \perp \overline{ب ج}$$

$$س ب = ٩ \text{ سم} , س ج = ١٦ \text{ سم}$$

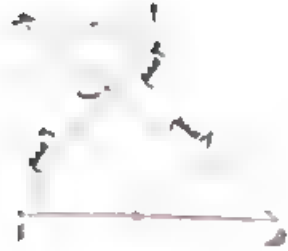
احسب : طول كل من أ ب ، ب ج ، أ ج

٤٠ (١) في الشكل المقابل :



أ ب ح د متوازي أضلاع فيه  $AB = 18$  سم  
 $DE = 12$  سم ، رسمت  $DE \perp BC$   
 $DO \perp AB$  ،  $EO = 15$  سم  
 احسب : ١ مساحة متوازي الأضلاع أ ب ح د  
 ٢ طول  $DO$

(ب) في الشكل المقابل :



إذا كانت :  $DE \parallel BC$  ،  $AB = 2$  سم  
 $BC = 8$  سم ،  $DE = 6$  سم  
 ١ أثبت أن : المثلث أ ب ح د ~ المثلث د ب ح  
 ٢ أوجد : طول  $BC$

٥ ١ حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أ ب ح د إذا كان  
 $AB = 7$  سم ،  $BC = 8$  سم ،  $AC = 10$  سم

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب ح د شكل رباعي فيه :  
 $AB \perp BC$  ،  $AB = 8$  سم ،  $BC = 17$  سم  
 $DE = 9$  سم ،  $DE \parallel BC$   
 ١ أوجد : طول مسقط  $E$  على  $BC$   
 ٢ أثبت أن :  $\angle C = 90^\circ$



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع يساوي ..

(١) ٣ (ب) ١ (ج) ٠ (د) صفر

٢ معين طولاً قطريه ٦ سم ، ٨ سم تكون مساحته ..... سم²

(١) ٤٨ (ب) ٢٤ (ج) ١٤ (د) ٧

٢ متوازي أضلاع طولاه ضلعين متجاورين فيه ٤ سم ، ٦ سم وارتفاعه الأصغر ٣ سم  
فإن مساحته تساوي ..... سم<sup>٢</sup>

(١) ١٢

(ب) ١٨

(ج) ٦

(د) ٩

٤ (طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم = طول القطعة المستقيمة الأصلية) [١] [صفر ، ١] (ب) [صفر ، ١]

[صفر ، ١]

(ج) [صفر ، ١]

(ب) [صفر ، ١]

على الأقل.

يحتوى المثلث على زاويتين

(١) حادتين.

(ب) قائمتين.

(ج) منفرجتين.

(د) معكستين

٦ في المثلث أ ب ج إذا كان  $\angle (أ) \leq \angle (ب) + \angle (ج)$  فإن : د ب نوعها

حادة فقط.

(١) قائمة فقط.

(ج) منفرجة فقط.

(د) ليست حادة.

٢ أكمل كلاً مما يأتي :

١ يتشابه المثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة .....

٢ مثلث أطوال أضلاعه ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم تكون مساحته ..... سم<sup>٢</sup>

٣ النسبة بين طولى ضلعين متناظرين في مربعين ١ ، ٢ ومحيط المربع الأكبر ٤٠ سم  
فإن مساحة المربع الأصغر تساوي ..... سم<sup>٢</sup>

٤ إذا كانت مساحة مربع ٥٠ سم<sup>٢</sup> فإن طول قطره يساوي ..... سم.

٥ إذا كانت : د ؟ تكمل د ب ، ج (د) = ١٢٠° فإن ج (د ب) المنعكسة =

٢ (١) في الشكل المقابل :

$$\overline{سأ} // \overline{بج} ، \overline{أج} \cap \overline{سأ} = \{م\}$$

$$ب م = و ح$$

أثبت أن : مساحة المضلع أ ب م = مساحة المضلع س ح و م

(ب) شبه منحرف طولاه قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم ، ٨ سم ومساحته ٤٥ سم<sup>٢</sup>  
أوجد طول قاعدته المتوسطة وارتفاعه.

٤ (١) في الشكل المقابل :

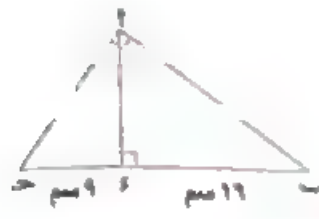
$$\overline{أب} \text{ ح د متوازي أضلاع ، } \overline{سأ} \ni م ، \overline{سج} \ni ب$$

$$\text{بحيث } ب م = و ح$$

برهن أن : مساحة  $\Delta و م ح =$  مساحة  $\square أ ب ح د$

(ب) حدد نوع المثلث س ح ع بالنسبة لزاويه حيث :

$$\text{س ح} = ٧ \text{ سم ، ح ع} = ١٢ \text{ سم ، س ع} = ٨ \text{ سم}$$



٥ (أ) في الشكل المقابل :

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ،  $AE = 3$  سم

$AD = 4$  سم ،  $BE = 6$  سم

١ أثبت أن :  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$  ٢ أوجد : طول  $\overline{BC}$

(ب) في الشكل المقابل :

$\triangle ABC$  قائم الزاوية في  $A$

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$  ،  $BD = 16$  سم ،  $DC = 9$  سم

أوجد : طول كل من  $\overline{AB}$  ،  $\overline{AC}$



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتي :

١ في الشكل المقابل :



$\triangle ABC$  متساوي الأضلاع فإن  $\overline{DE} =$  ؟

٢ المربع الذي طول قطره ٦ سم فإن مساحته تساوي ..... سم<sup>٢</sup>

٣ القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين في مثلث ... الضلع الثالث.

٤ إذا كان :  $\triangle ABC$  متوازي أضلاع مساحته ٥٠ سم<sup>٢</sup> ،  $DE \parallel BC$

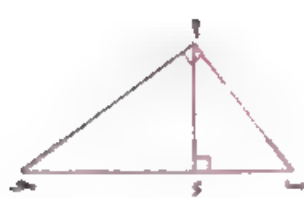
فإن مساحة  $\triangle ADE =$  ..... سم<sup>٢</sup>

٥ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوي ١ فإن المضلعين .....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في الشكل المقابل :

مسقط  $\overline{AD}$  على  $\overline{BC}$  هو .....



(أ)  $\overline{AD}$

(أ)  $\overline{AB}$

(ب)  $\overline{DC}$

(ب)  $\overline{AC}$

٢ المثلث الذي مساحته ٣٠ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه ٥ سم فإن طول قاعدته يساوي ..... سم

(أ) ١٥٠

(ب) ١٥

(ج) ٦

(د) ١٢

٣ يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة .....

(أ) متعامدة. (ب) متوازية. (ج) متناسبة. (د) متقاطعة.



حالة.  $\Delta$  أحرفيه  $(a) < (b) + (c)$  فإن : دس تكون ...

منفعة.

↑. ↑. قائمة.

(ب) منفرجة.

عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين يساوي

صفر

†  $\rightarrow$  1

(ب)

Y ( )

طول مسقط  $\overline{AB}$  على  $\overleftrightarrow{SC}$  ..... طول  $\overline{AB}$

>(a)

$$Z(\mathbf{p})$$

&lt;||

= 1.51

٢٦ (١) في الشكل المقابل :

$$90 = (100 - 10) \times 12 \text{ سم}$$

١- سم ٤ = سم ١ ، سم ٢ = سم ١ ، سم ١٢ = سم ١

أوجد : طول  $BC$

٢ أثبت أن :  $U = (D \cup H) = A$ .

**(ب) في الشكل المقابل :**

س م  $\perp$  ص غ ، و (د ص س غ) = ٩٠°

، ح ح = ۱۵ سم ، ح ع = ۲۵ سم

**أوجد : طول ص م**

٤ (أ) في الشكل المقابل :

۱. متوازی اضلاع،  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

، و  $\overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3}$  ،  $\overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} = 14$  سم

ا ب ج د = ۷ سم ، د ه و ز = ۸ سم

**اوجھد :**

□ مساحة متوازي الاضلاع.

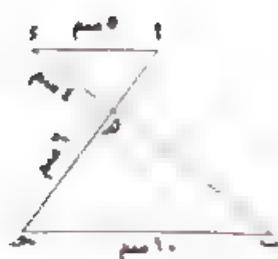
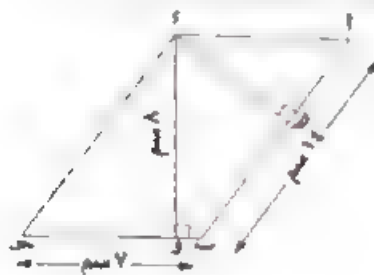
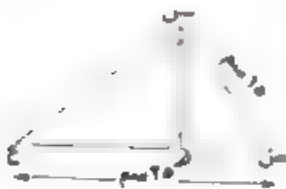
طول ۵۰

(ب) في الشكل المقابل :

$$\Delta s \sim \Delta \text{ حركه } s \neq 0$$

١٠ = ١ سم ، ٦ = ١ سم ، ٤ = ١ سم

فاوجد: طول كل من  $\overline{AD}$ ،  $\overline{BE}$



٥ (١) في الشكل المقابل :

$$\overline{AE} // \overline{BC}$$

$$، \overline{AM} \cap \overline{BC} = \{M\}$$

برهن أن : مساحة  $\triangle AEM$  = مساحة  $\triangle BMC$

(ب) شبه منحرف طولاً قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم  
أوجد طول قاعدته المتوسطة ومساحته.



# المعاصر

إعداد لكيلة من خبراء التعليم

## الإجابات

مع الثاني  
الإعدادي

الفصل الدراسي الثاني

# الرياضيات



مكتبة الطالب

للطباعة والنشر والتوزيع

٣ شارع كاس صفي - الشجيرة

تلفون: ٢٥٩٢٩٩٧ - ٢٥٩٧٧٩ - ٢٢٢٥٩٩٢

E-mail: info@elmoasserbooks.com

www.elmoasserbooks.com



الخط الساخن  
١٥٠١٤

f /ElMoasser.eg



















[illegible]

(۱)  $(x-1)(x-2) = 0$  سے  $x=1$  ،  $x=2$  ہیں  
 یعنی  $x=1$  ،  $x=2$  ،  $x=3$  ،  $x=4$  ،  $x=5$  ،  $x=6$  ،  $x=7$  ،  $x=8$  ،  $x=9$  ،  $x=10$  ،  $x=11$  ،  $x=12$  ،  $x=13$  ،  $x=14$  ،  $x=15$  ،  $x=16$  ،  $x=17$  ،  $x=18$  ،  $x=19$  ،  $x=20$  ،  $x=21$  ،  $x=22$  ،  $x=23$  ،  $x=24$  ،  $x=25$  ،  $x=26$  ،  $x=27$  ،  $x=28$  ،  $x=29$  ،  $x=30$  ،  $x=31$  ،  $x=32$  ،  $x=33$  ،  $x=34$  ،  $x=35$  ،  $x=36$  ،  $x=37$  ،  $x=38$  ،  $x=39$  ،  $x=40$  ،  $x=41$  ،  $x=42$  ،  $x=43$  ،  $x=44$  ،  $x=45$  ،  $x=46$  ،  $x=47$  ،  $x=48$  ،  $x=49$  ،  $x=50$  ،  $x=51$  ،  $x=52$  ،  $x=53$  ،  $x=54$  ،  $x=55$  ،  $x=56$  ،  $x=57$  ،  $x=58$  ،  $x=59$  ،  $x=60$  ،  $x=61$  ،  $x=62$  ،  $x=63$  ،  $x=64$  ،  $x=65$  ،  $x=66$  ،  $x=67$  ،  $x=68$  ،  $x=69$  ،  $x=70$  ،  $x=71$  ،  $x=72$  ،  $x=73$  ،  $x=74$  ،  $x=75$  ،  $x=76$  ،  $x=77$  ،  $x=78$  ،  $x=79$  ،  $x=80$  ،  $x=81$  ،  $x=82$  ،  $x=83$  ،  $x=84$  ،  $x=85$  ،  $x=86$  ،  $x=87$  ،  $x=88$  ،  $x=89$  ،  $x=90$  ،  $x=91$  ،  $x=92$  ،  $x=93$  ،  $x=94$  ،  $x=95$  ،  $x=96$  ،  $x=97$  ،  $x=98$  ،  $x=99$  ،  $x=100$  ،  $x=101$  ،  $x=102$  ،  $x=103$  ،  $x=104$  ،  $x=105$  ،  $x=106$  ،  $x=107$  ،  $x=108$  ،  $x=109$  ،  $x=110$  ،  $x=111$  ،  $x=112$  ،  $x=113$  ،  $x=114$  ،  $x=115$  ،  $x=116$  ،  $x=117$  ،  $x=118$  ،  $x=119$  ،  $x=120$  ،  $x=121$  ،  $x=122$  ،  $x=123$  ،  $x=124$  ،  $x=125$  ،  $x=126$  ،  $x=127$  ،  $x=128$  ،  $x=129$  ،  $x=130$  ،  $x=131$  ،  $x=132$  ،  $x=133$  ،  $x=134$  ،  $x=135$  ،  $x=136$  ،  $x=137$  ،  $x=138$  ،  $x=139$  ،  $x=140$  ،  $x=141$  ،  $x=142$  ،  $x=143$  ،  $x=144$  ،  $x=145$  ،  $x=146$  ،  $x=147$  ،  $x=148$  ،  $x=149$  ،  $x=150$  ،  $x=151$  ،  $x=152$  ،  $x=153$  ،  $x=154$  ،  $x=155$  ،  $x=156$  ،  $x=157$  ،  $x=158$  ،  $x=159$  ،  $x=160$  ،  $x=161$  ،  $x=162$  ،  $x=163$  ،  $x=164$  ،  $x=165$  ،  $x=166$  ،  $x=167$  ،  $x=168$  ،  $x=169$  ،  $x=170$  ،  $x=171$  ،  $x=172$  ،  $x=173$  ،  $x=174$  ،  $x=175$  ،  $x=176$  ،  $x=177$  ،  $x=178$  ،  $x=179$  ،  $x=180$  ،  $x=181$  ،  $x=182$  ،  $x=183$  ،  $x=184$  ،  $x=185$  ،  $x=186$  ،  $x=187$  ،  $x=188$  ،  $x=189$  ،  $x=190$  ،  $x=191$  ،  $x=192$  ،  $x=193$  ،  $x=194$  ،  $x=195$  ،  $x=196$  ،  $x=197$  ،  $x=198$  ،  $x=199$  ،  $x=200$  ،  $x=201$  ،  $x=202$  ،  $x=203$  ،  $x=204$  ،  $x=205$  ،  $x=206$  ،  $x=207$  ،  $x=208$  ،  $x=209$  ،  $x=210$  ،  $x=211$  ،  $x=212$  ،  $x=213$  ،  $x=214$  ،  $x=215$  ،  $x=216$  ،  $x=217$  ،  $x=218$  ،  $x=219$  ،  $x=220$  ،  $x=221$  ،  $x=222$  ،  $x=223$  ،  $x=224$  ،  $x=225$  ،  $x=226$  ،  $x=227$  ،  $x=228$  ،  $x=229$  ،  $x=230$  ،  $x=231$  ،  $x=232$  ،  $x=233$  ،  $x=234$  ،  $x=235$  ،  $x=236$  ،  $x=237$  ،  $x=238$  ،  $x=239$  ،  $x=240$  ،  $x=241$  ،  $x=242$  ،  $x=243$  ،  $x=244$  ،  $x=245$  ،  $x=246$  ،  $x=247$  ،  $x=248$  ،  $x=249$  ،  $x=250$  ،  $x=251$  ،  $x=252$  ،  $x=253$  ،  $x=254$  ،  $x=255$  ،  $x=256$  ،  $x=257$  ،  $x=258$  ،  $x=259$  ،  $x=260$  ،  $x=261$  ،  $x=262$  ،  $x=263$  ،  $x=264$  ،  $x=265$  ،  $x=266$  ،  $x=267$  ،  $x=268$  ،  $x=269$  ،  $x=270$  ،  $x=271$  ،  $x=272$  ،  $x=273$  ،  $x=274$  ،  $x=275$  ،  $x=276$  ،  $x=277$  ،  $x=278$  ،  $x=279$  ،  $x=280$  ،  $x=281$  ،  $x=282$  ،  $x=283$  ،  $x=284$  ،  $x=285$  ،  $x=286$  ،  $x=287$  ،  $x=288$  ،  $x=289$  ،  $x=290$  ،  $x=291$  ،  $x=292$  ،  $x=293$  ،  $x=294$  ،  $x=295$  ،  $x=296$  ،  $x=297$  ،  $x=298$  ،  $x=299$  ،  $x=300$  ،  $x=301$  ،  $x=302$  ،  $x=303$  ،  $x=304$  ،  $x=305$  ،  $x=306$  ،  $x=307$  ،  $x=308$  ،  $x=309$  ،  $x=310$  ،  $x=311$  ،  $x=312$  ،  $x=313$  ،  $x=314$  ،  $x=315$  ،  $x=316$  ،  $x=317$  ،  $x=318$  ،  $x=319$  ،  $x=320$  ،  $x=321$  ،  $x=322$  ،  $x=323$  ،  $x=324$  ،  $x=325$  ،  $x=326$  ،  $x=327$  ،  $x=328$  ،  $x=329$  ،  $x=330$  ،  $x=331$  ،  $x=332$  ،  $x=333$  ،  $x=334$  ،  $x=335$  ،  $x=336$  ،  $x=337$  ،  $x=338$  ،  $x=339$  ،  $x=340$  ،  $x=341$  ،  $x=342$  ،  $x=343$  ،  $x=344$  ،  $x=345$  ،  $x=346$  ،  $x=347$  ،  $x=348$  ،  $x=349$  ،  $x=350$  ،  $x=351$  ،  $x=352$  ،  $x=353$  ،  $x=354$  ،  $x=355$  ،  $x=356$  ،  $x=357$  ،  $x=358$  ،  $x=359$  ،  $x=360$  ،  $x=361$  ،  $x=362$  ،  $x=363$  ،  $x=364$  ،  $x=365$  ،  $x=366$  ،  $x=367$  ،  $x=368$  ،  $x=369$  ،  $x=370$  ،  $x=371$  ،  $x=372$  ،  $x=373$  ،  $x=374$  ،  $x=375$  ،  $x=376$  ،  $x=377$  ،  $x=378$  ،

۱.  $3x - 2 = 10$  حل کنید.

۲.  $2x + 5 = 17$  حل کنید.

۳.  $4x - 1 = 15$  حل کنید.

۴.  $5x + 3 = 23$  حل کنید.

۵.  $6x - 4 = 20$  حل کنید.

۶.  $7x + 2 = 29$  حل کنید.

۷.  $8x - 5 = 31$  حل کنید.

۸.  $9x + 1 = 37$  حل کنید.

۹.  $10x - 3 = 47$  حل کنید.

۱۰.  $11x + 4 = 59$  حل کنید.

۱۱.  $12x - 6 = 66$  حل کنید.

۱۲.  $13x + 5 = 82$  حل کنید.

۱۳.  $14x - 7 = 98$  حل کنید.

۱۴.  $15x + 8 = 113$  حل کنید.

۱۵.  $16x - 9 = 127$  حل کنید.

۱۶.  $17x + 10 = 142$  حل کنید.

۱۷.  $18x - 11 = 156$  حل کنید.

۱۸.  $19x + 12 = 171$  حل کنید.

۱۹.  $20x - 13 = 185$  حل کنید.

۲۰.  $21x + 14 = 199$  حل کنید.

۱.  $3x - 2 = 10$  حل کنید.

۲.  $2x + 5 = 17$  حل کنید.

۳.  $4x - 1 = 15$  حل کنید.

۴.  $5x + 3 = 23$  حل کنید.

۵.  $6x - 4 = 20$  حل کنید.

۶.  $7x + 2 = 29$  حل کنید.

۷.  $8x - 5 = 31$  حل کنید.

۸.  $9x + 1 = 37$  حل کنید.

۹.  $10x - 3 = 47$  حل کنید.

۱۰.  $11x + 4 = 59$  حل کنید.

۱۱.  $12x - 6 = 66$  حل کنید.

۱۲.  $13x + 5 = 82$  حل کنید.

۱۳.  $14x - 7 = 98$  حل کنید.

۱۴.  $15x + 8 = 113$  حل کنید.

۱۵.  $16x - 9 = 127$  حل کنید.

۱۶.  $17x + 10 = 142$  حل کنید.

۱۷.  $18x - 11 = 156$  حل کنید.

۱۸.  $19x + 12 = 171$  حل کنید.

۱۹.  $20x - 13 = 185$  حل کنید.

۲۰.  $21x + 14 = 199$  حل کنید.

Alf Wok.com

۱.  $3x - 2 = 10$  حل کنید.

۲.  $2x + 5 = 17$  حل کنید.

۳.  $4x - 1 = 15$  حل کنید.

۴.  $5x + 3 = 23$  حل کنید.

۵.  $6x - 4 = 20$  حل کنید.

۶.  $7x + 2 = 29$  حل کنید.

۷.  $8x - 5 = 31$  حل کنید.

۸.  $9x + 1 = 37$  حل کنید.

۹.  $10x - 3 = 47$  حل کنید.

۱۰.  $11x + 4 = 59$  حل کنید.

۱۱.  $12x - 6 = 66$  حل کنید.

۱۲.  $13x + 5 = 82$  حل کنید.

۱۳.  $14x - 7 = 98$  حل کنید.

۱۴.  $15x + 8 = 113$  حل کنید.

۱۵.  $16x - 9 = 127$  حل کنید.

۱۶.  $17x + 10 = 142$  حل کنید.

۱۷.  $18x - 11 = 156$  حل کنید.

۱۸.  $19x + 12 = 171$  حل کنید.

۱۹.  $20x - 13 = 185$  حل کنید.

۲۰.  $21x + 14 = 199$  حل کنید.

۱.  $3x - 2 = 10$  حل کنید.

۲.  $2x + 5 = 17$  حل کنید.

۳.  $4x - 1 = 15$  حل کنید.

۴.  $5x + 3 = 23$  حل کنید.

۵.  $6x - 4 = 20$  حل کنید.

۶.  $7x + 2 = 29$  حل کنید.

۷.  $8x - 5 = 31$  حل کنید.

۸.  $9x + 1 = 37$  حل کنید.

۹.  $10x - 3 = 47$  حل کنید.

۱۰.  $11x + 4 = 59$  حل کنید.

۱۱.  $12x - 6 = 66$  حل کنید.

۱۲.  $13x + 5 = 82$  حل کنید.

۱۳.  $14x - 7 = 98$  حل کنید.

۱۴.  $15x + 8 = 113$  حل کنید.

۱۵.  $16x - 9 = 127$  حل کنید.

۱۶.  $17x + 10 = 142$  حل کنید.

۱۷.  $18x - 11 = 156$  حل کنید.

۱۸.  $19x + 12 = 171$  حل کنید.

۱۹.  $20x - 13 = 185$  حل کنید.

۲۰.  $21x + 14 = 199$  حل کنید.











[illegible]

[illegible]

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r} &= (\vec{r}) \times (\vec{r})^T = (\vec{r})^T \mathbf{r} \\
 \mathbf{r} &= \mathbf{r} \cdot \mathbf{r} = (\vec{r})^T \mathbf{r} \\
 \mathbf{r} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{r} \cdot (\vec{r})^T \mathbf{r} \\
 \mathbf{r} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{r} \cdot \mathbf{r}^T \mathbf{r} = (\vec{r})^T \mathbf{r} \\
 \frac{1}{r} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{r} = (\vec{r})^T \cdot (\frac{1}{r}) \\
 (\frac{1}{r})^T &= (\frac{1}{r})^T = (\frac{1}{r})^T \cdot (\frac{1}{r}) \\
 \mathbf{r} &= \frac{1}{r} \cdot \mathbf{r} \\
 \mathbf{r} &= \mathbf{r}
 \end{aligned}$$

### النتائج المهمة التالية

1.  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 

[illegible]

١٤.  $\sqrt[3]{x} = 2 \Rightarrow x = 8$

١٥.  $\sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$

١٦.  $\sqrt{x} = 9 \Rightarrow x = 81$

١٧.  $\sqrt{x} = 16 \Rightarrow x = 256$

١٨.  $\sqrt{x} = 25 \Rightarrow x = 625$

١٩.  $\sqrt{x} = 36 \Rightarrow x = 1296$

٢٠.  $\sqrt{x} = 49 \Rightarrow x = 2401$

٢١.  $\sqrt{x} = 64 \Rightarrow x = 4096$

٢٢.  $\sqrt{x} = 81 \Rightarrow x = 6561$

٢٣.  $\sqrt{x} = 100 \Rightarrow x = 10000$

٢٤.  $\sqrt{x} = 121 \Rightarrow x = 14641$

٢٥.  $\sqrt{x} = 144 \Rightarrow x = 20736$

٢٦.  $\sqrt{x} = 169 \Rightarrow x = 28561$

٢٧.  $\sqrt{x} = 196 \Rightarrow x = 38416$

٢٨.  $\sqrt{x} = 225 \Rightarrow x = 50625$

المعادلة:  $\sqrt{x} = 2$

$\sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$

$\sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$

$\sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$

$\sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25$

$\sqrt{x} = 6 \Rightarrow x = 36$

$\sqrt{x} = 7 \Rightarrow x = 49$

$\sqrt{x} = 8 \Rightarrow x = 64$

$\sqrt{x} = 9 \Rightarrow x = 81$

$\sqrt{x} = 10 \Rightarrow x = 100$

$\sqrt{x} = 11 \Rightarrow x = 121$

$\sqrt{x} = 12 \Rightarrow x = 144$

$\sqrt{x} = 13 \Rightarrow x = 169$

$\sqrt{x} = 14 \Rightarrow x = 196$

$\sqrt{x} = 15 \Rightarrow x = 225$

$\sqrt{x} = 16 \Rightarrow x = 256$

$\sqrt{x} = 17 \Rightarrow x = 289$

$\sqrt{x} = 18 \Rightarrow x = 324$

١.  $\sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$

٢.  $\sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$

٣.  $\sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$

٤.  $\sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25$

٥.  $\sqrt{x} = 6 \Rightarrow x = 36$

٦.  $\sqrt{x} = 7 \Rightarrow x = 49$

٧.  $\sqrt{x} = 8 \Rightarrow x = 64$

٨.  $\sqrt{x} = 9 \Rightarrow x = 81$

٩.  $\sqrt{x} = 10 \Rightarrow x = 100$

١٠.  $\sqrt{x} = 11 \Rightarrow x = 121$

١١.  $\sqrt{x} = 12 \Rightarrow x = 144$

١٢.  $\sqrt{x} = 13 \Rightarrow x = 169$

١٣.  $\sqrt{x} = 14 \Rightarrow x = 196$

١٤.  $\sqrt{x} = 15 \Rightarrow x = 225$

١٥.  $\sqrt{x} = 16 \Rightarrow x = 256$

تمارين

١.  $\sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$

٢.  $\sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$

٣.  $\sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$

٤.  $\sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25$

٥.  $\sqrt{x} = 6 \Rightarrow x = 36$

٦.  $\sqrt{x} = 7 \Rightarrow x = 49$

٧.  $\sqrt{x} = 8 \Rightarrow x = 64$

٨.  $\sqrt{x} = 9 \Rightarrow x = 81$

٩.  $\sqrt{x} = 10 \Rightarrow x = 100$

١٠.  $\sqrt{x} = 11 \Rightarrow x = 121$

١١.  $\sqrt{x} = 12 \Rightarrow x = 144$

١٢.  $\sqrt{x} = 13 \Rightarrow x = 169$

١٣.  $\sqrt{x} = 14 \Rightarrow x = 196$

١٤.  $\sqrt{x} = 15 \Rightarrow x = 225$

١٥.  $\sqrt{x} = 16 \Rightarrow x = 256$

١٦.  $\sqrt{x} = 17 \Rightarrow x = 289$

١٧.  $\sqrt{x} = 18 \Rightarrow x = 324$

١٨.  $\sqrt{x} = 19 \Rightarrow x = 361$

١٩.  $\sqrt{x} = 20 \Rightarrow x = 400$

٢٠.  $\sqrt{x} = 21 \Rightarrow x = 441$

٢١.  $\sqrt{x} = 22 \Rightarrow x = 484$

٢٢.  $\sqrt{x} = 23 \Rightarrow x = 529$

٢٣.  $\sqrt{x} = 24 \Rightarrow x = 576$

٢٤.  $\sqrt{x} = 25 \Rightarrow x = 625$

٢٥.  $\sqrt{x} = 26 \Rightarrow x = 676$

٢٦.  $\sqrt{x} = 27 \Rightarrow x = 729$

٢٧.  $\sqrt{x} = 28 \Rightarrow x = 784$

٢٨.  $\sqrt{x} = 29 \Rightarrow x = 841$

٢٩.  $\sqrt{x} = 30 \Rightarrow x = 900$



1

$$7\sqrt{1.0} + 9\sqrt{1.0} = 17\sqrt{1.0} = 17$$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن:

$$7\sqrt{1.0} + 9\sqrt{1.0} = 17\sqrt{1.0} = 17$$

2

$$11\sqrt{1.0} + 11\sqrt{1.0} = 22\sqrt{1.0} = 22$$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن:

$$11\sqrt{1.0} + 11\sqrt{1.0} = 22\sqrt{1.0} = 22$$

(تقريباً)

$$11\sqrt{1.0} + 11\sqrt{1.0} = 22\sqrt{1.0} = 22$$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن:

$$11\sqrt{1.0} + 11\sqrt{1.0} = 22\sqrt{1.0} = 22$$

(تقريباً)

3

$$\frac{(1 - \sqrt{1.0})}{(1 - \sqrt{1.0})} = \frac{(1 - \sqrt{1.0})}{(1 - \sqrt{1.0})}$$

$$\frac{(1 - \sqrt{1.0})}{(1 - \sqrt{1.0})} = \frac{(1 - \sqrt{1.0})}{(1 - \sqrt{1.0})}$$

$$(1 - \sqrt{1.0}) = (1 - \sqrt{1.0})$$

$$1 = 1$$

$$1 = 1$$

$$\frac{(1 - \sqrt{1.0})}{(1 - \sqrt{1.0})} = \frac{(1 - \sqrt{1.0})}{(1 - \sqrt{1.0})}$$

$$\frac{(1 - \sqrt{1.0})}{(1 - \sqrt{1.0})} = \frac{(1 - \sqrt{1.0})}{(1 - \sqrt{1.0})}$$

تقريباً: 17.000000000000000

4

$$(1.0) + (1.0) + (1.0) + (1.0) = 4.0$$

5

نلاحظ أن طول حرف المكعب = 1 سم

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن:

$$1.0 + 1.0 + 1.0 + 1.0 = 4.0$$

$$\frac{1.0 + 1.0 + 1.0 + 1.0}{4} = 1.0$$

$$\sqrt[4]{1.0 + 1.0 + 1.0 + 1.0} = 1.0$$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن: 1.0 = 1.0 سم

$$1.0 = 1.0$$

$$\sqrt[4]{1.0} = 1.0$$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن:

$$\sqrt[4]{1.0} = 1.0$$

6

$$\frac{1}{4} \pi = 0.785$$

$$\frac{1}{4} \pi \times 1.0 = 0.785$$

$$\frac{1}{4} \pi \times 1.0 = 0.785$$

$$\frac{1}{4} \pi \times 1.0 = 0.785$$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن: 0.785 = 0.785

7

1. حجم المخروط الدائري:  $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

$$\frac{1}{3} \pi \times 1.0 \times 1.0 = 1.0$$

$$\frac{1}{3} \pi \times 1.0 \times 1.0 = 1.0$$

$$\frac{1}{3} \pi \times 1.0 \times 1.0 = 1.0$$

وباستخدام الآلة الحاسبة نجد أن: 1.0 = 1.0 سم

8

$$\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} = 4.0$$

$$\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} = 4.0$$

$$\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} = 4.0$$

$$4.0 = 4.0$$

$$\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} = 4.0$$

$$\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} = 4.0$$

$$4.0 = 4.0$$

$$\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} = 4.0$$

$$\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} = 4.0$$

$$4.0 = 4.0$$

9

$$\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} = 4.0$$

$$\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} = 4.0$$

$$\frac{\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0}}{4} = 1.0$$

$$\frac{\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0}}{4} = 1.0$$

$$\frac{\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0}}{4} = 1.0$$

$$\frac{\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0}}{4} = 1.0$$

$$1.0 = 1.0$$

10

$$\frac{(1 - \sqrt{1.0})}{(1 - \sqrt{1.0})} = \frac{(1 - \sqrt{1.0})}{(1 - \sqrt{1.0})}$$

$$1 = 1$$

$$\frac{(1 - \sqrt{1.0})}{(1 - \sqrt{1.0})} = \frac{(1 - \sqrt{1.0})}{(1 - \sqrt{1.0})}$$

$$1 = 1$$

$$\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} = 4.0$$

$$4.0 = 4.0$$

11

$$1.0 + 1.0 = 2.0$$

$$1.0 + 1.0 = 2.0$$

$$2.0 = 2.0$$

12

$$(1.0) + (1.0) = 2.0$$

$$(1.0) + (1.0) = 2.0$$

$$(1.0) + (1.0) = 2.0$$

13

$$1.0 + 1.0 = 2.0$$

$$1.0 + 1.0 = 2.0$$

$$2.0 = 2.0$$

14

$$1.0 + 1.0 = 2.0$$

$$2.0 = 2.0$$

$$(1.0) + (1.0) = 2.0$$

$$(1.0) + (1.0) = 2.0$$

$$2.0 = 2.0$$

$$2.0 = 2.0$$

$$(1.0) + (1.0) = 2.0$$

$$(1.0) + (1.0) = 2.0$$

$$2.0 = 2.0$$

$$2.0 = 2.0$$

$$2.0 = 2.0$$

15

$$\frac{1}{4} \pi = 0.785$$

$$\frac{1}{4} \pi = 0.785$$

$$\frac{1}{4} \pi = 0.785$$

$$\frac{1}{4} \pi = 0.785$$

$$\frac{1}{4} \pi = 0.785$$

$$1.0 = 1.0$$

16

$$\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} = 4.0$$

$$\sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} + \sqrt[4]{1.0} = 4.0$$

$$4.0 = 4.0$$





١٦ احتمال أن يتحدث أكثر من ٦ دقائق

$$\frac{1}{6} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

١٧ احتمال أن يتحدث ٦ دقيقة فأكثر

$$\frac{1}{6} = \frac{10 + 10 + 10}{60} = \frac{1}{2}$$

١٨

١٩ احتمال أن يفضل ممارسة كرة القدم

$$\frac{18}{100} = 0.18$$

٢٠ احتمال أن يفضل ممارسة كرة السلة

$$\frac{27}{100} = 0.27$$

٢١ احتمال أن يفضل ممارسة ألعاب القوى

$$\frac{12}{100} = 0.12$$

٢٢ احتمال أن يفضل ممارسة تنس الطاولة

$$\frac{4}{100} = 0.04$$

٢٣ احتمال أن يفضل ممارسة الهوكي

$$\frac{17}{100} = 0.17$$

٢٤ عدد الطلاب =  $0.17 \times 78 = 13.26$  طابق

٢٥

٢٦ عدد الكلى للمبيعات من النوع الأول

$$220 = 52 + 22 + 21 + 82 + 23$$

٢٧ العدد الكلى للمبيعات من النوع الثاني

$$270 = 27 + 78 + 66 + 18 + 61$$

٢٨ احتمال بيع النوع الأول

$$0.46 = \frac{220}{478}$$

٢٩ احتمال بيع النوع الثاني

$$0.54 = \frac{270}{478}$$

٣٠ الموزع الثاني الأكثر طلباً وأنصح الشركة بزيادة الإنتاج من النوع الثاني

٣١ عدد المصنوع من النوع الأول

$$1860 = 4000 \times 0.465$$

٣٢ عدد الوحدات الثالثة في السنة =  $0.06 \times 1000 = 60$  وحدة

٣٣ احتمال الزخارف الصالحة =  $1 - 0.06 = 0.94$

$$0.94 = 94\%$$

٣٤ عدد الوحدات الصالحة =  $0.94 \times 1000 = 940$  وحدات

$$940 = 1000 \times 0.94$$

٣٥

٣٦ احتمال أن يتوفي رجل بين سن ٤٠ و ٥٠ خلال عام واحد

$$0.0067 = \frac{37}{5500}$$

٣٧ لأن هذه النتائج تساعد على وضع النظام التأميني المناسب لكل فئة عمرية.

٣٨ عدد حالات استحقاق الوثيقة خلال عام واحد

$$0.0067 \times 50000 = 335$$

٣٩

٤٠ احتمال أن تكون مستخدماً الحافلة

$$\frac{1}{4} = \frac{17}{68}$$

٤١ احتمال أن يصل سياراً على الأقدام

$$\frac{1}{4} = \frac{17}{68}$$

٤٢ احتمال أن لا يركب النرجه =  $\frac{17}{68} = \frac{1}{4}$

٤٣

٤٤ احتمال أن يكون معذوراً

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

٤٥ احتمال أن يكون جيداً

$$\frac{11}{10} = 1.1$$

٤٦ احتمال أن يكون دون المستوى

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

٤٧ احتمال أن يكون أقل من جيد

$$\frac{12}{10} = 1.2$$

٤٨

٤٩ احتمال أن يتحدث أقل من ٢ دقيقة

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

٥٠

٥١ احتمال أن تكون الوحدة صعبة =  $0.18 = \frac{18}{100}$

٥٢ احتمال أن تكون الوحدة صعبة =  $0.18 = \frac{18}{100}$

$$\frac{18}{100} = 0.18$$

$$0.18 = 18\%$$

٥٣

$$1 = 0.18 + 0.06$$

٥٤ ملاحظ أن مجموع الاحتمالات يساوي ١

٥٥ عدد الوحدات الصالحة =  $0.94 \times 1000 = 940$  وحدات

$$940 = 1000 \times 0.94$$

٥٦

٥٧ (١) احتمال أن يكون الوزن المفضل ١٢٠ جم

$$0.4 = \frac{120}{300}$$

٥٨ (٢) احتمال أن يكون الوزن المفضل ٢٥٠ جم

$$0.18 = \frac{45}{250}$$

٥٩ (٣) احتمال أن يكون الوزن المفضل ٣٧٥ جم

$$0.22 = \frac{99}{450}$$

٦٠ (٤) احتمال أن يكون الوزن المفضل ٥٠٠ جم

$$0.12 = \frac{21}{175}$$

٦١ أنصح مدير الشركة بزيادة الإنتاج من للسوق

$$0.12 = 12\%$$

$$0.12 = 12\%$$

٦٢

٦٣ (١)  $\frac{1}{8}$  (ب)  $\frac{5}{8}$  (ج)  $\frac{3}{8}$

٦٤ احتمال أن لا يتوقف عند اللون الأحمر هو احتمال

$$\frac{7}{8}$$

٦٥ أن يتوقف عند اللون الأخضر أو الأصفر =  $\frac{1}{8}$

$$(أ) \frac{1}{8} \quad (ب) \frac{3}{8} \quad (ج) \frac{5}{8} \quad (د) \frac{7}{8}$$

$$(أ) \frac{1}{8} \quad (ب) \frac{3}{8} \quad (ج) \frac{5}{8} \quad (د) \frac{7}{8}$$

$$(أ) \frac{1}{8} \quad (ب) \frac{3}{8} \quad (ج) \frac{5}{8} \quad (د) \frac{7}{8}$$

$$(أ) \frac{1}{8} \quad (ب) \frac{3}{8} \quad (ج) \frac{5}{8} \quad (د) \frac{7}{8}$$

٦٦

٦٧ احتمال سحب كرة حمراء =  $\frac{7}{10}$

٦٨ احتمال سحب كرة بيضاء =  $1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$

٦٩ العدد الكلي للكرات =  $3 \times 3 = 9$  كرات

٧٠

٧١ احتمال أن تكون البطاقة المسجونة تصل رقمًا أقل من

$$\frac{7}{10} = \frac{7}{10}$$

٧٢ عدد البطاقات =  $5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$  بطاقة

$$5 = 10 \times \frac{1}{2}$$

٧٣ احتمالات معالجهم ومعالجات أساسية تباعهم

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

٧٤

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$

$$(أ) \frac{1}{10} \quad (ب) \frac{3}{10} \quad (ج) \frac{5}{10} \quad (د) \frac{7}{10}$$



## إحاطة بالوحدتين الرابعة

الحمد لله رب العالمين

١. (٣) متساويان في المساحة  
٢. (٤) طول القاعدة  $\times$  الارتفاع  $\div 2$   $\times$  المساحة  
٣. (٥) متساوية

|                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| (a) $\frac{1}{2}$ | (c) $\frac{1}{3}$ | (e) $\frac{1}{4}$ |
| (b) $\frac{1}{3}$ | (d) $\frac{1}{4}$ | (f) $\frac{1}{5}$ |

$1A \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 
 $2I \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 
 $1A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$   
 $2I \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 
 $2I \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 
 $2I \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$10 = (3 - 1) \times 5$   
 $20 = (3 - 1) \times 10$   
 $30 = (3 - 1) \times 15$   
 $40 = (3 - 1) \times 20$   
 $50 = (3 - 1) \times 25$   
 $60 = (3 - 1) \times 30$   
 $70 = (3 - 1) \times 35$   
 $80 = (3 - 1) \times 40$   
 $90 = (3 - 1) \times 45$   
 $100 = (3 - 1) \times 50$

٤٨٣ سم (وهو المطلوب)

المستطيل إحدى : ومتوازي الأضلاع

م. (المستطيل؟ سجد) =  $m$  (المثلث؟ سجد)  
 م. (المثلث؟ سجد) =  $m$  (المثلث؟ سجد)  
 م. (المثلث؟ سجد) =  $m$  (المثلث؟ سجد)

(وهو المطلوب)

AltFwOk.com



١- المستطيل من جهة من د. ومن جهة الأضلاع  
 ٢- من جهة من جهة من جهة  
 ٣- من جهة من جهة من جهة  
 ٤- من جهة من جهة من جهة  
 ٥- من جهة من جهة من جهة  
 ٦- من جهة من جهة من جهة  
 ٧- من جهة من جهة من جهة  
 ٨- من جهة من جهة من جهة  
 ٩- من جهة من جهة من جهة  
 ١٠- من جهة من جهة من جهة

[illegible]

٨  
: اهدى منزلى افلاخ. : اهدى // ٨  
: اهدى // ٨

(المتطلب الأول)  
 من أجل إثبات أن  $M$  متوازياً أفقياً، نلاحظ أن  
 القاعدة  $AB$  //  $CD$ ،  $AD$  //  $BC$   
 (١)  $M$  (أحد)  $= M$  (آخر)  $= M$  (أحد) (٢)  
 :  $M$  (أحد)  $= M$  (آخر) متوازياً أفقياً مشتركاً في  
 القاعدة  $AB$  //  $CD$ ،  $AD$  //  $BC$   
 (٣)  $M$  (أحد)  $= M$  (آخر)  $= M$  (أحد) (٤)  
 : (١)، (٣) :  
 $M$  (أحد)  $= M$  (آخر)  $= M$  (أحد) (المتطلب الثاني)



١٠٠

١٠٠

وَمَجْمَعُ (٦) + (٧)





ويجمع (١) + (٢)

∴ م (الشكل أ ب ح د) = م (الشكل ح د ع ف)  
(وهو المطلوب)

١١

∴ Δ أ ب د ، أ ب ح د مشتركان في القاعدة أ ب  
∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

ويخرج م (أ ب د) من الطرفين

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (١)

∴  $\overline{أ ب}$  متوسط في المثلث أ ب ح د

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (٢)

∴  $\overline{أ د}$  متوسط في المثلث أ ب ح د

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (٣)

من (١) + (٢) + (٣)

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (وهو المطلوب)

١٢

∴ Δ أ ب د ، أ ب ح د مشتركان في القاعدة أ ب  
∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

ويخرج م (أ ب د) من الطرفين

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (١)

∴  $\overline{أ ب}$  متوسط في Δ ح د ع

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (٢)

من (١) + (٢)

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (وهو المطلوب)

١٣

∴ Δ أ ب د ، أ ب ح د مشتركان في القاعدة أ ب  
∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

ويخرج م (أ ب د) من الطرفين

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (١)

∴  $\overline{أ ب}$  متوسط في المثلث أ ب ح د

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (٢)

∴  $\overline{أ د}$  متوسط في المثلث أ ب ح د

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (٣)

من (١) + (٢) + (٣)

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (وهو المطلوب)

١٤

∴ Δ أ ب د ، أ ب ح د مشتركان في القاعدة أ ب  
∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

وبإضافة م (أ ب ح د) للطرفين

∴ م (الشكل أ ب ح د) = م (الشكل ح د ع ف)

(وهو المطلوب)

١٥

∴ Δ أ ب د ، أ ب ح د مشتركان في القاعدة أ ب  
∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (١)

∴  $\overline{أ ب}$  متوسط في Δ أ ب ح د

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (٢)

من (١) + (٢)

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (وهو المطلوب)

١٦

∴ Δ أ ب د ، أ ب ح د مشتركان في القاعدة أ ب  
∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

(وهو المطلوب)

١٧

∴ Δ أ ب د ، أ ب ح د مشتركان في القاعدة أ ب  
∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

(وهو المطلوب)

١٨

∴  $\overline{أ ب}$  متوسط في Δ أ ب د

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

∴  $\overline{أ ب}$  متوسط في Δ أ ب د

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د) (وهو المطلوب)

١٩

∴  $\overline{أ ب}$  متوسط في Δ أ ب د

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

∴  $\overline{أ ب}$  متوسط في Δ أ ب د

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

(وهو المطلوب)

٢٠

∴ Δ أ ب د ، أ ب ح د مشتركان في القاعدة أ ب  
∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

∴  $\overline{أ ب} // \overline{أ د}$

∴ م (أ ب د) = م (أ ب ح د)

(وهو المطلوب)















إجابات التمرين الخامس

إجابات تمرين 6

1. (أ) الزوايا (ب) أطوال الأضلاع (ج) متشابهان  
 2. (أ) أطوال أضلاعها (ب) متشابهين  
 3. (أ) متساوية في القياس، متساوية (ب) متطابقان  
 4. (أ) 12 (ب) متشابهين

1. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 2. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12

3. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 4. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 5. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12

6. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 7. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 8. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 9. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12

1. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 2. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 3. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 4. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 5. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12

6. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 7. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 8. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 9. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12

10. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 11. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 12. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 13. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 14. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12

1. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 2. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 3. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 4. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 5. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12

6. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 7. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 8. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 9. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 10. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12

11. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 12. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 13. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 14. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 15. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12

1. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 2. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 3. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 4. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 5. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12

6. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 7. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 8. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 9. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 10. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12

11. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 12. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 13. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 14. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12  
 15. (أ) 12 (ب) 12 (ج) 12 (د) 12

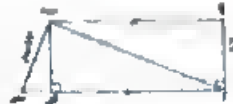








١١



$$\begin{aligned} & \overline{AB} \perp \overline{CD} \\ & \overline{AB} \parallel \overline{CD} \\ & \overline{AD} \parallel \overline{BC} \end{aligned}$$

في الشكل  $\Delta$  هـ م مستطيل.

$$\text{م} \Delta \text{ هـ م} = 12 \text{ سم}$$

$$\text{في } \Delta \text{ هـ م حـ} : \text{ق (ذ) هـ م} = 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{م} \Delta \text{ هـ م} &= \text{ق (م) هـ م} - \text{ق (م) حـ م} \\ 12 &= 144 - 169 = \text{ق (م) هـ م} \end{aligned}$$

$$\text{م} \Delta \text{ هـ م} = 5 \text{ سم}$$

$$\text{م} \Delta \text{ هـ م} = \text{ق (م) هـ م} - \text{ق (م) حـ م}$$

$$5 = 28.8 - \text{ق (م) هـ م}$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 23.8$$

$$\text{م} \Delta \text{ هـ م} = 28.8 \text{ سم}$$

(المطلوب ثانياً)

$$\text{في } \Delta \text{ هـ م حـ} : \text{ق (ذ) هـ م} = 90^\circ$$

$$\text{ق (م) هـ م} = \text{ق (م) هـ م} + \text{ق (م) حـ م}$$

$$972.44 = 144 + 828.44 =$$

$$\text{م} \Delta \text{ هـ م} = 36.7 \text{ سم}$$

(المطلوب ثالثاً)

مساحة شبه المثلث  $\Delta$  هـ م حـ

$$\frac{1}{2} \times (23.8 + 28.8) \times 12 =$$

$$270.6 \text{ سم}^2$$

(المطلوب رابعاً)

$$\text{في } \Delta \text{ هـ م حـ} : \text{ق (ذ) هـ م} = 90^\circ$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 169, \text{ ق (م) حـ م} = 144$$

$$\text{ق (م) هـ م} = \text{ق (م) هـ م} + \text{ق (م) حـ م}$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 169 + 144 = 313$$

(المطلوب خامساً)

١٢

في  $\Delta$  هـ م حـ

$$\text{ق (ذ) هـ م} = 90^\circ, \text{ ق (م) هـ م} = 144$$

$$\text{ق (م) حـ م} = 81 \text{ سم}$$

$$\text{ق (م) هـ م} = \text{ق (م) هـ م} + \text{ق (م) حـ م}$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 90^\circ$$

$$\text{م} \Delta \text{ هـ م} = 12 \times 12 = 144$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 12 \times 12 = 144 \text{ سم}^2$$

(وهو المطلوب)

١٣

في  $\Delta$  هـ م حـ

$$\text{ق (م) هـ م} = 16 \text{ سم}, \text{ ق (م) حـ م} = 25 \text{ سم}$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 9 \text{ سم}$$

$$\text{ق (م) هـ م} = \text{ق (م) هـ م} + \text{ق (م) حـ م}$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 90^\circ$$

$$\text{م} \Delta \text{ هـ م} = 12 \times 12 = 144$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 16 \text{ سم}$$

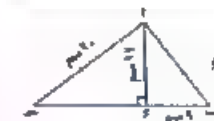
(المطلوب أولاً)

$$\text{ق (م) هـ م} = 12 \times 12 = 144$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 12 \times 12 = 144 \text{ سم}^2$$

(المطلوب ثانياً)

١٤



في  $\Delta$  هـ م حـ قائم الزاوية في هـ

$$\text{ق (م) هـ م} = \text{ق (م) هـ م} + \text{ق (م) حـ م}$$

$$225 = 144 + 81 =$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 9 \text{ سم}$$

في  $\Delta$  هـ م حـ قائم الزاوية في هـ

$$\text{ق (م) هـ م} = 169, \text{ ق (م) حـ م} = 144$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 169 + 144 = 313$$

(وهو المطلوب)

$$\text{ق (م) هـ م} = 169 + 144 = 313$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 169$$

$$\text{ق (م) هـ م} = \text{ق (م) هـ م} + \text{ق (م) حـ م}$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 169 + 144 = 313$$

(وهو المطلوب)

١٥

في  $\Delta$  هـ م حـ قائم الزاوية في هـ

$$\text{ق (م) هـ م} = \text{ق (م) هـ م} + \text{ق (م) حـ م}$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 90^\circ$$

في  $\Delta$  هـ م حـ

$$\text{ق (م) هـ م} = 144, \text{ ق (م) حـ م} = 169$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144 + 169 = 313$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 90^\circ$$

$$\text{م} \Delta \text{ هـ م} = 12 \times 12 = 144$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 12 \times 12 = 144 \text{ سم}^2$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 12 \times 12 = 144$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 12 \times 12 = 144 \text{ سم}^2$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 12 \times 12 = 144$$

(وهو المطلوب)

١٦



العمل : نرسم  $\Delta$  هـ م حـ

بمربعان : في  $\Delta$  هـ م حـ

$$\text{ق (م) هـ م} = 90^\circ$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144 + 169 = 313$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 90^\circ$$

في  $\Delta$  هـ م حـ

$$\text{ق (م) هـ م} = 144, \text{ ق (م) حـ م} = 169$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144 + 169 = 313$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 90^\circ$$

$$\text{م} \Delta \text{ هـ م} = 12 \times 12 = 144$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 12 \times 12 = 144 \text{ سم}^2$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 12 \times 12 = 144$$

$$12 \times 12 \times \frac{1}{2} =$$

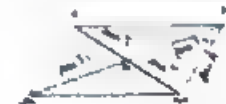
$$72 \text{ سم}^2$$

(٢)

بجمع (١) - (٢)

$$\text{ق (م) هـ م} = 144 + 169 = 313$$

$$144 = 12 \times 12 = 144 \text{ سم}^2$$



في  $\Delta$  هـ م حـ

$$\text{ق (م) هـ م} = 90^\circ$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144, \text{ ق (م) حـ م} = 169$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144 + 169 = 313$$

في  $\Delta$  هـ م حـ قائم الزاوية في هـ

$$\text{ق (م) هـ م} = 90^\circ$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 12 \times 12 = 144$$

$$144 = 12 \times 12 = 144 \text{ سم}^2$$

(المطلوب ثانياً)

١٧

في  $\Delta$  هـ م حـ

$$\text{ق (م) هـ م} = 144, \text{ ق (م) حـ م} = 169$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144 + 169 = 313$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 90^\circ$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144, \text{ ق (م) حـ م} = 169$$

$$144 = 12 \times 12 = 144 \text{ سم}^2$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144 + 169 = 313$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 90^\circ$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144, \text{ ق (م) حـ م} = 169$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144 + 169 = 313$$

$$144 = 12 \times 12 = 144 \text{ سم}^2$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144 + 169 = 313$$

$$144 = 12 \times 12 = 144 \text{ سم}^2$$

$$144 = 12 \times 12 = 144 \text{ سم}^2$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144 + 169 = 313$$

$$\text{ق (م) هـ م} = 144 + 169 = 313$$

(وهو المطلوب)









**المؤلفون:**

المسؤولية القانونية

وَقَدْ قَطَعُوا

(المطلوب منك)

(المطلوب الثاني)

لکھی، یکوٹ، طول

1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2028, 2029, 2030, 2031, 2032, 2033, 2034, 2035, 2036, 2037, 2038, 2039, 2040, 2041, 2042, 2043, 2044, 2045, 2046, 2047, 2048, 2049, 2050, 2051, 2052, 2053, 2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061, 2062, 2063, 2064, 2065, 2066, 2067, 2068, 2069, 2070, 2071, 2072, 2073, 2074, 2075, 2076, 2077, 2078, 2079, 2080, 2081, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2088, 2089, 2090, 2091, 2092, 2093, 2094, 2095, 2096, 2097, 2098, 2099, 2100, 2101, 2102, 2103, 2104, 2105, 2106, 2107, 2108, 2109, 2110, 2111, 2112, 2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2121, 2122, 2123, 2124, 2125, 2126, 2127, 2128, 2129, 2130, 2131, 2132, 2133, 2134, 2135, 2136, 2137, 2138, 2139, 2140, 2141, 2142, 2143, 2144, 2145, 2146, 2147, 2148, 2149, 2150, 2151, 2152, 2153, 2154, 2155, 2156, 2157, 2158, 2159, 2160, 2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171, 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179, 2180, 2181, 2182, 2183, 2184, 2185, 2186, 2187, 2188, 2189, 2190, 2191, 2192, 2193, 2194, 2195, 2196, 2197, 2198, 2199, 2200, 2201, 2202, 2203, 2204, 2205, 2206, 2207, 2208, 2209, 2210, 2211, 2212, 2213, 2214, 2215, 2216, 2217, 2218, 2219, 2220, 2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230, 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237, 2238, 2239, 2240, 2241, 2242, 2243, 2244, 2245, 2246, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2257, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2266, 2267, 2268, 2269, 2270, 2271, 2272, 2273, 2274, 2275, 2276, 2277, 2278, 2279, 2280, 2281, 2282, 2283, 2284, 2285, 2286, 2287, 2288, 2289, 2290, 2291, 2292, 2293, 2294, 2295, 2296, 2297, 2298, 2299, 2300, 2301, 2302, 2303, 2304, 2305, 2306, 2307, 2308, 2309, 2310, 2311, 2312, 2313, 2314, 2315, 2316, 2317, 2318, 2319, 2320, 2321, 2322, 2323, 2324, 2325, 2326, 2327, 2328, 2329, 2330, 2331, 2332, 2333, 2334, 2335, 2336, 2337, 2338, 2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359, 2360, 2361, 2362, 2363, 2364, 2365, 2366, 2367, 2368, 2369, 2370, 2371, 2372, 2373, 2374, 2375, 2376, 2377, 2378, 2379, 2380, 2381, 2382, 2383, 2384, 2385, 2386, 2387, 2388, 2389, 2390, 2391, 2392, 2393, 2394, 2395, 2396, 2397, 2398, 2399, 2400, 2401, 2402, 2403, 2404, 2405, 2406, 2407, 2408, 2409, 2410, 2411, 2412, 2413, 2414, 2415, 2416, 2417, 2418, 2419, 2420, 2421, 2422, 2423, 2424, 2425, 2426, 2427, 2428, 2429, 2430, 2431, 2432, 2433, 2434, 2435, 2436, 2437, 2438, 2439, 2440, 2441, 2442, 2443, 2444, 2445, 2446, 2447, 2448, 2449, 2450, 2451, 2452, 2453, 2454, 2455, 2456, 2457, 2458, 2459, 2460, 2461, 2462, 2463, 2464, 2465, 2466, 2467, 2468, 2469, 2470, 2471, 2472, 2473, 2474, 2475, 2476, 2477, 2478, 2479, 2480, 2481, 2482, 2483, 2484, 2485, 2486, 2487, 2488, 2489, 2490, 2491, 2492, 2493, 2494, 2495, 2496, 2497, 2498, 2499, 2500, 2501, 2502, 2503, 2504, 2505, 2506, 2507, 2508, 2509, 2510, 2511, 2512, 2513, 2514, 2515, 2516, 2517, 2518, 2519, 2520, 2521, 2522, 2523, 2524, 2525, 2526, 2527, 2528, 2529, 2530, 2531, 2532, 2533, 2534, 2535, 2536, 2537, 2538, 2539, 2540, 2541, 2542, 2543, 2544, 2545, 2546, 2547, 2548, 2549, 2550, 2551, 2552, 2553, 2554, 2555, 2556, 2557, 2558, 2559, 2560, 2561, 2562, 2563, 2564, 2565, 2566, 2567, 2568, 2569, 2570, 2571, 2572, 2573, 2574, 2575, 2576, 2577, 2578, 2579, 2580, 2581, 2582, 2583, 2584, 2585, 2586, 2587, 2588, 2589, 2590, 2591, 2592, 2593, 2594, 2595, 2596, 2597, 2598, 2599, 2600, 2601, 2602, 2603, 2604, 2605, 2606, 2607, 2608, 2609, 2610, 2611, 2612, 2613, 2614, 2615, 2616, 2617, 2618, 2619, 2620, 2621, 2622, 2623, 2624, 2625, 2626, 2627, 2628, 2629, 2630, 2631, 2632, 2633, 2634, 2635, 2636, 2637, 2638, 2639, 2640, 2641, 2642, 2643, 2644, 2645, 2646, 2647, 2648, 2649, 2650, 2651, 2652, 2653, 2654, 2655, 2656, 2657, 2658, 2659, 2660, 2661, 2662, 2663, 2664, 2665, 2666, 2667, 2668, 2669, 2670, 2671, 2672, 2673, 2674, 2675, 2676, 2677, 2678, 26

الطريق الذي يمكن البدء

أن يكون الطريق عمودياً

على الطريق السريع

— *Journal of the American Medical Association*

على ان يكون له

فرض جدي  $x$  سن سم  $\therefore (x - 25) = f$  سن سم

• غرض؟ جدوج:

— 42 —

[illegible]

W

100



(المطلوب اولاً)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$   $\Rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$



$A = 12$  و  $6 = 9$  و  $AA = 122$  سم (دفعه المستوب)


$$\frac{1}{\sqrt{2}} A = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Y







موقع التفوق



١٨

١- اذكر الاصلاح صلا فوات  
٢- اذكر احسن اكل الرزق  
٣- اذكر ما ينوب تصديق قدامه

وهي ذئبية صفرية لأى

$$v(\bar{L} \rightarrow \bar{A}) + v(\bar{A} \rightarrow \bar{B}) < v(\bar{L} \rightarrow \bar{B})$$

العمل نزعهم الله من عباده

$$\{f\} = \overline{f} \cap \overline{f}^c$$

البرهان . لـ ؟ اـ ح قائم لزاوية عمودية

$$v(\mu_1) - v(\mu_2) = v(\mu_3) \therefore$$

$$\nabla(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) - \nabla \sigma = \nabla(\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}) \dots$$

١٥٠ : من قديم الزمان في

$$T(\frac{1}{2}) - T(1) = T(2) \therefore$$

$$\tau(r + \frac{1}{2}) - \tau(r) = \tau(\frac{1}{2}) = 1.$$

(وهو الخطوب)

**لياقات مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية**

|                     |                     |                     |                     |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| (+) $\overline{3}$  | (+) $\overline{7}$  | (-) $\overline{9}$  | (-) $\overline{1}$  |
| (-) $\overline{A}$  | (+) $\overline{V}$  | (-) $\overline{2}$  | (+) $\overline{0}$  |
| (+) $\overline{11}$ | (-) $\overline{15}$ | (-) $\overline{10}$ | (-) $\overline{4}$  |
| (+) $\overline{10}$ | (-) $\overline{16}$ | (-) $\overline{14}$ | (-) $\overline{12}$ |

|             |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $\sqrt{12}$ | $\sqrt{12}$ | $\sqrt{12}$ | $\sqrt{12}$ |
| $\sqrt{12}$ | $\sqrt{12}$ | $\sqrt{12}$ | $\sqrt{12}$ |
| $\sqrt{12}$ | $\sqrt{12}$ | $\sqrt{12}$ | $\sqrt{12}$ |
| $\sqrt{12}$ | $\sqrt{12}$ | $\sqrt{12}$ | $\sqrt{12}$ |

AltFwOk.Com



# إجابات الأسئلة العامة في الجزء الأول

## الوحدة الأولى

### إجابات أسئلة الاختبار من متعدد

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| ١  | ٢  | ٣  | ٤  | ٥  |
| ٦  | ٧  | ٨  | ٩  | ١٠ |
| ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ |
| ١٦ | ١٧ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ |
| ٢١ | ٢٢ | ٢٣ | ٢٤ | ٢٥ |
| ٢٦ | ٢٧ | ٢٨ | ٢٩ | ٣٠ |
| ٣١ | ٣٢ | ٣٣ | ٣٤ | ٣٥ |
| ٣٦ | ٣٧ | ٣٨ | ٣٩ | ٤٠ |
| ٤١ | ٤٢ | ٤٣ | ٤٤ | ٤٥ |

### إجابات أسئلة الاختبار

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ١  | ٢  | ٣  | ٤  | ٥  | ٦  | ٧  | ٨  | ٩  | ١٠ |
| ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ |
| ٢١ | ٢٢ | ٢٣ | ٢٤ | ٢٥ | ٢٦ | ٢٧ | ٢٨ | ٢٩ | ٣٠ |
| ٣١ | ٣٢ | ٣٣ | ٣٤ | ٣٥ | ٣٦ | ٣٧ | ٣٨ | ٣٩ | ٤٠ |
| ٤١ | ٤٢ | ٤٣ | ٤٤ | ٤٥ | ٤٦ | ٤٧ | ٤٨ | ٤٩ | ٥٠ |

١. من ٢٠ إلى ١
٢. من ١٠ إلى ١
٣. من ١٠ إلى ١
٤. من ١٠ إلى ١
٥. من ١٠ إلى ١

### إجابات الأسئلة المتعددة

١. من ١٠ إلى ١
٢. من ١٠ إلى ١
٣. من ١٠ إلى ١
٤. من ١٠ إلى ١
٥. من ١٠ إلى ١
٦. من ١٠ إلى ١
٧. من ١٠ إلى ١
٨. من ١٠ إلى ١
٩. من ١٠ إلى ١
١٠. من ١٠ إلى ١

١٠ من ١٠ إلى ١

١١ من ١٠ إلى ١

١٢ من ١٠ إلى ١

١٣ من ١٠ إلى ١

١٤ من ١٠ إلى ١

١٥ من ١٠ إلى ١

١٦ من ١٠ إلى ١

١٧ من ١٠ إلى ١

١٨ من ١٠ إلى ١

١٩ من ١٠ إلى ١

٢٠ من ١٠ إلى ١

٢١ من ١٠ إلى ١

٢٢ من ١٠ إلى ١

٢٣ من ١٠ إلى ١

٢٤ من ١٠ إلى ١

٢٥ من ١٠ إلى ١

٢٦ من ١٠ إلى ١

٢٧ من ١٠ إلى ١

٢٨ من ١٠ إلى ١

٢٩ من ١٠ إلى ١

٣٠ من ١٠ إلى ١

٣١ من ١٠ إلى ١

٣٢ من ١٠ إلى ١

٣٣ من ١٠ إلى ١

٣٤ من ١٠ إلى ١

٣٥ من ١٠ إلى ١

٣٦ من ١٠ إلى ١

٣٧ من ١٠ إلى ١

٣٨ من ١٠ إلى ١

٣٩ من ١٠ إلى ١

٤٠ من ١٠ إلى ١

# إجابات أسئلة الاختبار

١. من ١٠ إلى ١
٢. من ١٠ إلى ١
٣. من ١٠ إلى ١
٤. من ١٠ إلى ١
٥. من ١٠ إلى ١
٦. من ١٠ إلى ١
٧. من ١٠ إلى ١
٨. من ١٠ إلى ١
٩. من ١٠ إلى ١
١٠. من ١٠ إلى ١

١. من ١٠ إلى ١
٢. من ١٠ إلى ١
٣. من ١٠ إلى ١
٤. من ١٠ إلى ١
٥. من ١٠ إلى ١
٦. من ١٠ إلى ١
٧. من ١٠ إلى ١
٨. من ١٠ إلى ١
٩. من ١٠ إلى ١
١٠. من ١٠ إلى ١

١. من ١٠ إلى ١
٢. من ١٠ إلى ١
٣. من ١٠ إلى ١
٤. من ١٠ إلى ١
٥. من ١٠ إلى ١
٦. من ١٠ إلى ١
٧. من ١٠ إلى ١
٨. من ١٠ إلى ١
٩. من ١٠ إلى ١
١٠. من ١٠ إلى ١



1.  $f(x) = x^2 + 2x - 3$   
 2.  $g(x) = x^2 - 4x + 3$   
 3.  $h(x) = x^2 + 5x - 6$

$$f(1) = 1^2 + 2(1) - 3 = 0$$

$$f(2) = 2^2 + 2(2) - 3 = 5$$

$$f(3) = 3^2 + 2(3) - 3 = 12$$

$$f(4) = 4^2 + 2(4) - 3 = 21$$

$$f(5) = 5^2 + 2(5) - 3 = 32$$

$$f(6) = 6^2 + 2(6) - 3 = 45$$

$$f(7) = 7^2 + 2(7) - 3 = 60$$

$$f(8) = 8^2 + 2(8) - 3 = 77$$

$$f(9) = 9^2 + 2(9) - 3 = 96$$

$$f(10) = 10^2 + 2(10) - 3 = 117$$

$$f(1) = 1^2 + 2(1) - 3 = 0$$

$$f(2) = 2^2 + 2(2) - 3 = 5$$

$$f(3) = 3^2 + 2(3) - 3 = 12$$

$$f(4) = 4^2 + 2(4) - 3 = 21$$

$$f(5) = 5^2 + 2(5) - 3 = 32$$

$$f(6) = 6^2 + 2(6) - 3 = 45$$

$$f(7) = 7^2 + 2(7) - 3 = 60$$

$$f(8) = 8^2 + 2(8) - 3 = 77$$

$$f(9) = 9^2 + 2(9) - 3 = 96$$

$$f(10) = 10^2 + 2(10) - 3 = 117$$

$$f(11) = 11^2 + 2(11) - 3 = 140$$

$$f(12) = 12^2 + 2(12) - 3 = 165$$

$$f(13) = 13^2 + 2(13) - 3 = 192$$

$$f(14) = 14^2 + 2(14) - 3 = 221$$

$$f(15) = 15^2 + 2(15) - 3 = 252$$

$$f(16) = 16^2 + 2(16) - 3 = 285$$

$$f(17) = 17^2 + 2(17) - 3 = 320$$

$$f(18) = 18^2 + 2(18) - 3 = 357$$

$$f(19) = 19^2 + 2(19) - 3 = 396$$

$$f(20) = 20^2 + 2(20) - 3 = 437$$

$$f(21) = 21^2 + 2(21) - 3 = 480$$

$$f(22) = 22^2 + 2(22) - 3 = 525$$

$$f(23) = 23^2 + 2(23) - 3 = 572$$

$$f(24) = 24^2 + 2(24) - 3 = 621$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$g(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$h(x) = x^2 + 5x - 6$$

$$f(1) = 1^2 + 2(1) - 3 = 0$$

$$f(2) = 2^2 + 2(2) - 3 = 5$$

$$f(3) = 3^2 + 2(3) - 3 = 12$$

$$f(4) = 4^2 + 2(4) - 3 = 21$$

$$f(5) = 5^2 + 2(5) - 3 = 32$$

$$f(6) = 6^2 + 2(6) - 3 = 45$$

$$f(7) = 7^2 + 2(7) - 3 = 60$$

$$f(8) = 8^2 + 2(8) - 3 = 77$$

$$f(9) = 9^2 + 2(9) - 3 = 96$$

$$f(10) = 10^2 + 2(10) - 3 = 117$$

$$f(11) = 11^2 + 2(11) - 3 = 140$$

$$f(12) = 12^2 + 2(12) - 3 = 165$$

$$f(13) = 13^2 + 2(13) - 3 = 192$$

$$f(14) = 14^2 + 2(14) - 3 = 221$$

$$f(15) = 15^2 + 2(15) - 3 = 252$$

$$f(16) = 16^2 + 2(16) - 3 = 285$$

$$f(17) = 17^2 + 2(17) - 3 = 320$$

$$f(18) = 18^2 + 2(18) - 3 = 357$$

$$f(19) = 19^2 + 2(19) - 3 = 396$$

$$f(20) = 20^2 + 2(20) - 3 = 437$$

$$f(21) = 21^2 + 2(21) - 3 = 480$$

$$f(22) = 22^2 + 2(22) - 3 = 525$$

$$f(23) = 23^2 + 2(23) - 3 = 572$$

$$f(24) = 24^2 + 2(24) - 3 = 621$$

الاحتمالات المسئلة المتعددة

١. احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً يقبل القسمة على ٢

٢. احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً أولياً

١. عدد حاديات حادٍ في مثلث

٢. عدد الحاديات المتوقعة أن يصورها

١. احتمال خسارة القمار = ١ - ٠.٦٠ = ٠.٤٠

٢. عدد الحاديات المتوقعة أن يصورها

٣. احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة هي عدد مضاعف للعدد ٦

١. احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة هي عدد مربع كامل

٢. احتمال أن يكون التلميذ التالي بنتاً

١. احتمال ظهور عدد أولي أقل من أو يساوي ٤

٢. احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٧

١. احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً يقبل القسمة على ٢

٢. احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً أولياً

١. عدد الكرات الحمراء

٢. عدد الكرات الخضراء

٣. عدد الكرات الزرقاء

١. احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً يقبل القسمة على ٢

٢. احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً أولياً

المسئلة المتعددة

١. احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً يقبل القسمة على ٢

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

الاحتمالات المسئلة المتعددة

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ | ١٣ | ١٤ | ١٥ | ١٦ | ١٧ | ١٨ | ١٩ | ٢٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

المسئلة المتعددة

١. احتمال ظهور عدد أولي أقل من أو يساوي ٤

١. احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً يقبل القسمة على ٢

١. احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً يقبل القسمة على ٢

١. احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً يقبل القسمة على ٢

Altfwok.com





















إجابات نماذج امتحانات الكتاب  
المدرسي في الهندسة

نموذج ١

١ (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

١٥ (٥) ١٥ (٥)

٢ (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

٦ (ب) ٥ (ب) ٤ (ب) ٣ (ب)

٣ (١) ٩ سم ، ١٢ سم ، ١٥ سم

(ب) أثبت بنفسك.

٤ (١) أثبت بنفسك.

(ب) مساحة  $\triangle ABC = ١٨٠$  سم<sup>٢</sup>

١٠ = ١٠ سم

٥ (١) ٩ سم ، ١٢ سم ، ١٥ سم

(ب) أثبت بنفسك.

نموذج ٢

١ (١) متناسبة في الطول ، متساوية في القياس

٢ (١) ٦ (٢) ٣ (٣) ٤ (٤) منفرج

٥ (١) الارتفاع المناظر لها.

٢ (١) ٦ (٢) ٣ (٣) ٤ (٤)

٤ (١) ٦ (٢) ٣ (٣) ٤ (٤)

٣ (١) ٩ سم ، ١٢ سم ، ١٥ سم

٢ (١) ٩ سم ، ١٢ سم ، ١٥ سم

٤ (١) أثبت بنفسك.

مساحة متوازي الاضلاع  $ABCD = ٩٦$  سم<sup>٢</sup>

(ب) برهن بنفسك.

٥ (١) أثبت بنفسك ،  $AB = ٦$  سم

(ب)  $AB = ٢٨$  سم

مساحة  $\triangle ABC = ٢٢٦$  سم<sup>٢</sup>

إجابة نموذج امتحان الدمج

١ (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

١٥ (٥) ١٥ (٥)

٢ (١) نقطة (٢) ٣ (٣) ٤ (٤)

٤ (١) يكونان متساويين في المساحة

٥ (١) طول القاعدة

٣ (١) ٩ سم ، ١٢ سم ، ١٥ سم

٤ (١) متطابقان

٤

المعطيات :

مساحة الشكل  $ABCD$  = مساحة الشكل  $ABCD$

المطلوب :  $AB \parallel CD$

البرهان :  $\because$   $AB$  متوسط في  $\triangle ABC$

$\therefore$  مساحة  $\triangle ABC$  = مساحة  $\triangle ABC$

$\therefore$  مساحة الشكل  $ABCD$  = مساحة الشكل  $ABCD$

(٢) مساحة الشكل  $ABCD$  = مساحة الشكل  $ABCD$

بطرح (١) من (٢) :

$\therefore$  مساحة  $\triangle ABC$  = مساحة  $\triangle ABC$

بإضافة مساحة  $\triangle ABC$  إلى الطرفين

$\therefore$  مساحة  $\triangle ABC$  = مساحة  $\triangle ABC$

$\therefore AB \parallel CD$

٥

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ABC$  ،  $\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{BC}$  ،  $\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{BC}$

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{BC}$

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{BC}$  ،  $\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{BC}$

،  $AB = ٦ - ٤ = ٢$  سم